

NGUYỄN ANH VINH

KHOA VẬT LÝ - TRƯỜNG ĐẠI HỌC SƯ PHẠM HÀ NỘI
GV CHƯƠNG TRÌNH BỒ TRỢ KT VẬT LÝ 12 - KÊNH VTV2 - ĐÀI THVN

GIẢI BẰNG NHIỀU CÁCH

&

MỘT CÁCH CHO NHIỀU BÀI TOÁN

VẬT LÝ

(Tái bản, sửa chữa và bổ sung)

Rome	10km	Rorhe	3km
Rome	20km	Rome	7km
		Rome	10km
		Rome	6km
		Rome	17km

Rome	5km
Rome	4km

Rome 8km



Rome 4km

Rome 6km

Rome 5km
Rome 13km



NHÀ XUẤT BẢN TỔNG HỢP THÀNH PHỐ HỒ CHÍ MINH

NGUYỄN ANH VINH
KHOA VẬT LÝ - TRƯỜNG ĐẠI HỌC SƯ PHẠM HÀ NỘI
GV CHƯƠNG TRÌNH BỒ TRỢ KT VẬT LÝ 12 - KÊNH VTV2 - ĐÀI THVN

GIẢI BẢNG NHIỀU CÁCH & MỘT CÁCH CHO NHIỀU BÀI TOÁN VẬT LÝ

(Tái bản, sửa chữa và bổ sung)



NHÀ XUẤT BẢN TỔNG HỢP THÀNH PHỐ HỒ CHÍ MINH

Lời nói đầu

- Bằng 2 cách giải khác nhau, ta kiểm tra được kết quả đúng hay sai.
- Biết nhiều cách, ta chọn ra được cách giải tối ưu cho bài thi trắc nghiệm.
- Một cách giải tổng quát mà giải được cho nhiều dạng bài toán khác nhau, giống như trong tay có chìa khóa vạn năng.

Mong muốn của tất cả các em và của công ty Khang Việt đã thôi thúc tôi viết cuốn sách này

Tác giả

I. BÀI TOÁN THỜI GIAN

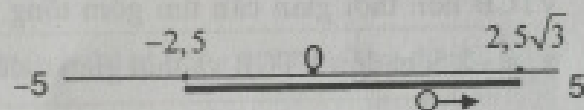
Bài toán gốc 1: Bài toán cho phương trình dao động của vật:

$x = A \cos(\omega t + \varphi)$. Tìm khoảng thời gian để vật đi từ li độ x_1 đến x_2 theo một tính chất nào đó?

Chẳng hạn:

Một vật dao động trên trục Ox với phương trình $x = 5 \cos\left(4\pi t - \frac{\pi}{3}\right)$ cm. Tìm khoảng thời gian ngắn nhất để vật đi từ li độ $x_1 = -2,5$ cm đến li độ $x_2 = 2,5\sqrt{3}$ cm?

Lập luận: Thời gian ngắn nhất để vật đi từ li độ $x_1 = -2,5$ cm đến li độ $x_2 = 2,5\sqrt{3}$ cm chỉ có thể là thời gian để vật đi theo 1 chiều trực tiếp (không lặp lại hay quay vòng) từ $-2,5 \rightarrow 2,5\sqrt{3}$ như hình vẽ.



Để tìm được khoảng thời gian này, ta có nhiều cách:

Cách 1:

Sử dụng mối liên hệ giữa dao động điều hòa và chuyển động tròn đều.

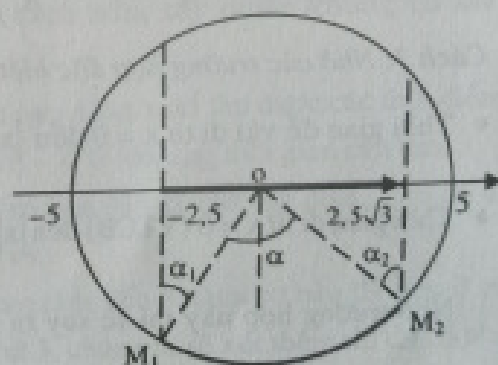
Vẽ vòng tròn tâm O có bán kính $R = A = 5$ cm, kẻ trục Ox nằm ngang và đánh dấu vị trí các điểm $x_1 = -2,5$ cm, $x_2 = 2,5\sqrt{3}$ cm. Xác định cung M_1M_2 tương ứng như hình vẽ. Ta cần tìm góc α ở tâm do cung M_1M_2 chắn. Trong trường hợp này, góc α có thể tính $\alpha = \alpha_1 + \alpha_2$

$$\text{Với } \sin \alpha_1 = \frac{2,5}{5} \Rightarrow \alpha_1 = \frac{\pi}{6}$$

$$\text{và } \sin \alpha_2 = \frac{2,5\sqrt{3}}{5} \Rightarrow \alpha_2 = \frac{\pi}{3}$$

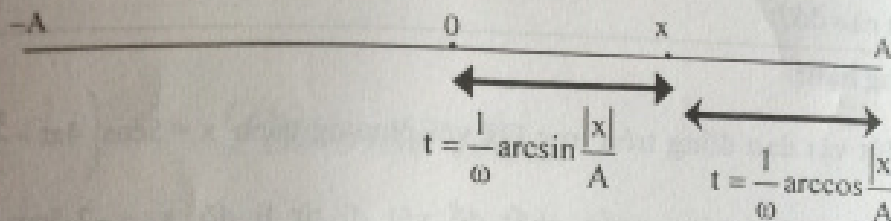
$$\text{nên } \alpha = \alpha_1 + \alpha_2 = \frac{\pi}{6} + \frac{\pi}{3} = \frac{\pi}{2}$$

$$\text{Vậy } t = \frac{\alpha}{\omega} = \frac{\frac{\pi}{2}}{4\pi} = \frac{1}{8} \text{ s} = 0,125 \text{ s}$$



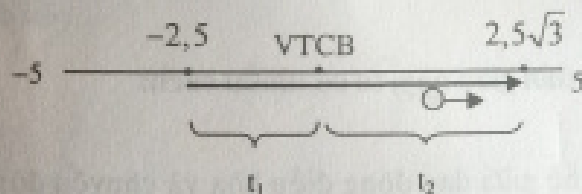
Cách giải trên đã quen thuộc với các em, nhưng trong một số trường hợp nếu dùng cách này để làm bài thi trắc nghiệm sẽ lâu vì phải mất thời gian vẽ hình để tính góc. Vậy cần phải biết thêm những cách khác đơn giản, ngắn gọn hơn.

Cách 2: Dùng công thức:



- Nếu từ VTCB đến li độ x hoặc ngược lại thì $t = \frac{1}{\omega} \arcsin \frac{|x|}{A}$
- Nếu từ biên đến li độ x hoặc ngược lại thì $t = \frac{1}{\omega} \arccos \frac{|x|}{A}$

Ở bài toán trên, do $x_1 = -2,5\text{cm}$ và $x_2 = 2,5\sqrt{3}\text{cm}$ nằm ở hai bên so với VTCB nên thời gian cần tìm gồm tổng của 2 phần: Thời gian t_1 để đi từ $x_1 = -2,5\text{cm}$ đến VTCB và thời gian t_2 để từ VTCB đến $x_2 = 2,5\sqrt{3}\text{cm}$



Do đó ta có: $t = t_1 + t_2 = \frac{1}{\omega} \arcsin \frac{|x_1|}{A} + \frac{1}{\omega} \arcsin \frac{x_2}{A}$

Hay $t = \frac{1}{\omega} \left(\arcsin \frac{|x_1|}{A} + \arcsin \frac{x_2}{A} \right) = \frac{1}{4\pi} \left(\arcsin \frac{2,5}{5} + \arcsin \frac{2,5\sqrt{3}}{5} \right) = \frac{1}{8}\text{s}$

Cách 3: Nhờ các trường hợp đặc biệt:

- Thời gian để vật đi từ $x = 0$ đến $|x| = A$ hoặc ngược lại là $t = \frac{T}{4}$
- Thời gian đi từ $x = 0$ (VTCB) đến $|x| = \frac{A}{2}$ hoặc đi ngược lại là $t = \frac{T}{12}$

Nhờ trường hợp này thì sẽ suy ra thời gian đi từ $x = \frac{A}{2}$ đến $x = A$ hoặc đi

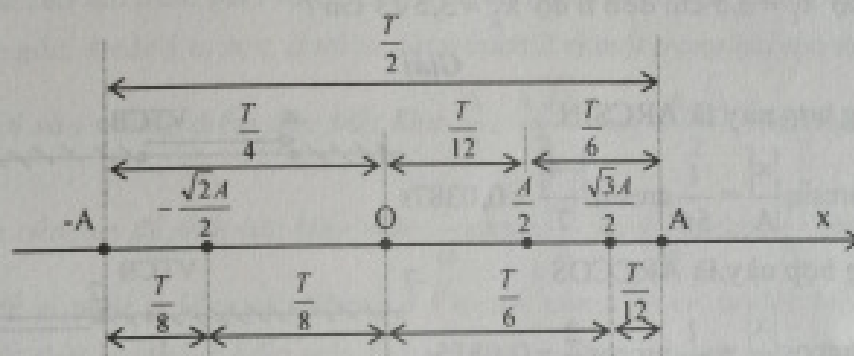
ngược lại là $t = \frac{T}{6}$ do $t = \frac{T}{4} - \frac{T}{12} = \frac{T}{6}$

- Thời gian đi từ $x = 0$ đến $\frac{A\sqrt{2}}{2}$ hoặc đi ngược lại là $t = \frac{T}{8}$

$$\Rightarrow x = \frac{A\sqrt{2}}{2} \leftrightarrow x = A, t = \frac{T}{8} \left(\text{do } \frac{T}{4} - \frac{T}{8} = \frac{T}{8} \right)$$

- Thời gian đi từ $x = 0$ đến $\frac{A\sqrt{3}}{2}$ hoặc đi ngược lại là $t = \frac{T}{6}$

$$\Rightarrow x = \frac{A\sqrt{3}}{2} \leftrightarrow x = A, t = \frac{T}{6} \left(\text{do } \frac{T}{4} - \frac{T}{6} = \frac{T}{12} \right)$$



Sơ đồ phân bố thời gian chuyển động trong quá trình dao động

Ở bài toán trên, nhận thấy giá trị của hai vị trí x_1, x_2 có sự đặc biệt

$$2,5 = \frac{5}{2} = \frac{A}{2} \text{ và } 2,5\sqrt{3} = \frac{5\sqrt{3}}{2} = \frac{A\sqrt{3}}{2} \text{ và chúng nằm ở hai bên so với VTCB}$$

nên ta có thể thu được kết quả nhanh như sau:

$$t_{-2,5 \rightarrow 2,5\sqrt{3}} = t_{-\frac{A}{2} \rightarrow \frac{A\sqrt{3}}{2}} = t_{-\frac{A}{2} \rightarrow 0} + t_{0 \rightarrow \frac{A\sqrt{3}}{2}} = \frac{T}{12} + \frac{T}{6} = \frac{T}{4} = \frac{\frac{2\pi}{\omega}}{4} = \frac{\frac{2\pi}{4\pi}}{4} = \frac{1}{8}s$$

Ngoài 3 cách trên, chúng ta còn nhiều cách nữa, tuy nhiên chúng lại dài và phức tạp, chẳng hạn

- Thay lần lượt x_1, x_2 vào phương trình dao động x để thu được các thời điểm t_1, t_2 . Sau khi loại bớt khả năng thì hiệu $t_2 - t_1$ là khoảng thời gian cần tìm.
- Viết lại phương trình khi coi thời điểm ban đầu là qua tọa độ x_1 , sau đó thay x_2 vào phương trình là có thời gian t . vv...

Vì vậy lời khuyên là: Chúng ta chỉ nên quan tâm đến 3 cách cơ bản đã nêu ở trên, và để hiểu sâu hơn cách tính thứ 2 và thứ 3, chúng ta sẽ xét thêm thí dụ có nhiều tình huống sau: Một vật dao động trên trục Ox với phương trình

$x = 7\cos\left(5\pi t + \frac{\pi}{4}\right)$ cm. Tìm khoảng thời gian ngắn nhất để vật dịch chuyển

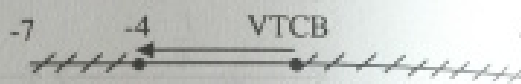
trong từng trường hợp:

- Từ VTCB $x_1 = 0$ đến li độ $x_2 = -4$ cm?
- Từ biên $x_1 = 7$ cm đến li độ $x_2 = 2$ cm?
- Từ li độ $x_1 = 1$ cm đến li độ $x_2 = 5$ cm?
- Từ li độ $x_1 = -3$ cm đến li độ $x_2 = 4$ cm?
- Từ li độ $x_1 = 3,5$ cm đến li độ $x_2 = 3,5\sqrt{3}$ cm?

Giải

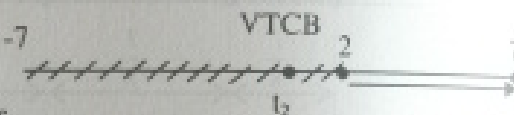
- a. Trường hợp này là ARCSIN

$$t = \frac{1}{\omega} \arcsin \frac{|x|}{A} = \frac{1}{5\pi} \arcsin \frac{|-4|}{7} = 0,0387s$$



- b. Trường hợp này là ARCCOS

$$t = \frac{1}{\omega} \arccos \frac{|x|}{A} = \frac{1}{5\pi} \arccos \frac{2}{7} = 0,0815s$$



- c. Vì hai tọa độ nằm cùng bên so với

VTCB nên khoảng thời gian là hiệu của thời gian đi từ VTCB đến

$x_2 = 5$ cm và thời gian đi từ

VTCB đến $x_1 = 1$ cm :

$$t = t_2 - t_1 = \frac{1}{\omega} \left(\arcsin \frac{|x_2|}{A} - \arcsin \frac{|x_1|}{A} \right) = \frac{1}{5\pi} \left(\arcsin \frac{5}{7} - \arcsin \frac{1}{7} \right) = 0,0415s$$

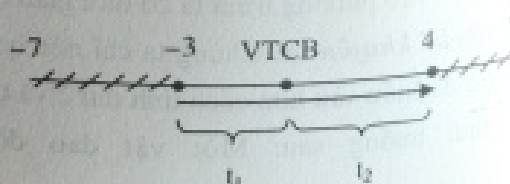
Hoặc có thể tính theo điểm biên:

$$t = t_1 - t_2 = \frac{1}{\omega} \left(\arccos \frac{|x_1|}{A} - \arccos \frac{|x_2|}{A} \right)$$

$$t = \frac{1}{5\pi} \left(\arccos \frac{1}{7} - \arccos \frac{5}{7} \right) = 0,0415s$$

- d. Vì hai tọa độ nằm hai bên so với

VTCB nên khoảng thời gian là



$$t = t_1 + t_2 = \frac{1}{\omega} \left(\arcsin \frac{|x_1|}{A} + \arcsin \frac{|x_2|}{A} \right) = \frac{1}{5\pi} \left(\arcsin \frac{3}{7} + \arcsin \frac{4}{7} \right) = 0,067s$$

Hoặc có thể tính theo điểm biên: $t = \frac{T}{2} - \frac{1}{\omega} \left(\arccos \frac{|x_1|}{A} + \arccos \frac{|x_2|}{A} \right)$ cũng cho

kết quả 0,067s

e. Có ngay $t_{3,5 \rightarrow 3,5\sqrt{3}} = t_{\frac{A}{2} \rightarrow \frac{A\sqrt{3}}{2}} = t_{0 \rightarrow \frac{A\sqrt{3}}{2}} - t_{0 \rightarrow \frac{A}{2}} = \frac{T}{6} - \frac{T}{12} = \frac{T}{12} = \frac{2\pi / 5\pi}{12} = \frac{1}{30}s$

Lời giải của bài toán thấy rằng, chúng ta đã tránh cách 1 vì không muốn vẽ hình tính góc, ở các ý a, b, c, d thì ta dùng cách 2 vì một trong hai tọa độ x_1, x_2 không rơi vào những điểm đặc biệt như $\frac{A}{2}, \frac{A\sqrt{2}}{2}$ hay $\frac{A\sqrt{3}}{2}$, mà việc dùng máy tính cầm tay để tính các biểu thức $\frac{1}{\omega} \arcsin \frac{|x|}{A}$ hay $\frac{1}{\omega} \arccos \frac{|x|}{A}$ thì không có vấn đề gì phải lo lắng cả. Nhưng ở ý e cuối cùng, do có sự đặc biệt và để tránh mất thời gian phải bấm máy tính, chúng ta đã giải bằng cách tính thứ 3. Qua đó, các em hãy rút kinh nghiệm khi làm các bài toán sau này, phải căn cứ vào từng trường hợp cụ thể để LỰA CHỌN 1 trong 3 cách trên hợp lý và nhanh nhất.

Bài toán mở rộng: Nếu biết cách giải cho bài toán tìm khoảng thời gian để vật đi từ li độ x_1 đến x_2 ở trên thì chúng ta sẽ giải được thêm những loại bài toán nào nữa?

Có thể trả lời thẳng thắn là rất nhiều, chẳng hạn :

- Tìm thời gian ngắn nhất để vật đi từ x_1 đến vận tốc hay gia tốc nào đó.
- Tìm vận tốc hay tốc độ trung bình trên một quỹ đạo chuyển động nào đó.
- Tìm khoảng thời gian mà lò xo nén, giãn trong 1 chu kỳ chuyển động
- Tìm khoảng thời gian mà bóng đèn sáng, tối trong 1 chu kỳ hay trong 1 khoảng thời gian nào đó.
- Tìm khoảng thời gian tụ điện C phóng hay tích điện từ giá trị q_1 đến q_2 .
- Các bài toán ngược liên quan đến khoảng thời gian, ...

Và ngay sau đây là các ví dụ để minh chứng cho câu trả lời trên và qua đó chúng ta sẽ thấy được MỘT phương pháp có thể áp dụng được cho NHIỀU thể loại bài toán khác nhau:

Ví dụ 1: Một vật dao động trên trục Ox với phương trình $x = 4\cos\left(2t - \frac{\pi}{6}\right)$ cm.

Khoảng thời gian ngắn nhất để vật đi từ vị trí $x = 2$ cm đến vị trí có gia tốc $a = -8\sqrt{2}$ cm/s² là

A. $\frac{\pi}{24}$ s.

B. $\frac{\pi}{2,4}$ s.

C. $2,4\pi$ s.

D. 24π s.

Giải

Theo biểu thức $a = -\omega^2 x$ thì khi vật có gia tốc $a = -8\sqrt{2}$ cm/s² vật sẽ qua li

$$\text{độ } x = -\frac{a}{\omega^2} = -\frac{-8\sqrt{2}}{2^2} = 2\sqrt{2} \text{ cm}$$

$\Rightarrow$ Lúc này bài toán chuyển thành bài toán gốc là tìm khoảng thời gian ngắn nhất để vật đi từ vị trí $x_1 = 2$ cm đến vị trí $x_2 = 2\sqrt{2}$ cm mà chúng ta đã biết 3 cách giải cơ bản:

Cách 1: Dùng vòng tròn, đánh dấu các vị

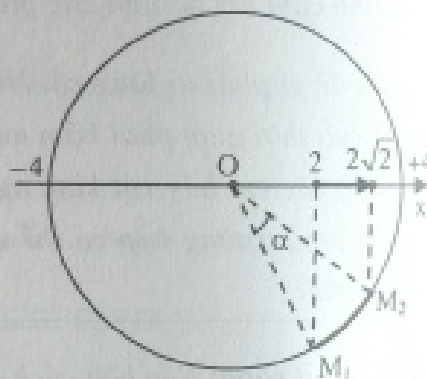
trí và vẽ cung M_1M_2 tương ứng

Để dàng thấy rằng cung M_1M_2 chắn góc ở

tâm $\alpha = \frac{\pi}{12}$

Vậy $t = \frac{\alpha}{\omega} = \frac{\pi/12}{2} = \frac{\pi}{24}$ s

$\Rightarrow$ Đáp án A.



Cách 2: $t = t_2 - t_1 = \frac{1}{\omega} \left(\arcsin \frac{|x_2|}{A} - \arcsin \frac{|x_1|}{A} \right) = \frac{1}{2} \left(\arcsin \frac{2\sqrt{2}}{4} - \arcsin \frac{2}{4} \right) = \frac{\pi}{24}$ s

Cách 3: Nhận thấy $2 = \frac{4}{2} = \frac{A}{2}$ và $2\sqrt{2} = \frac{4\sqrt{2}}{2} = \frac{A\sqrt{2}}{2}$ nên

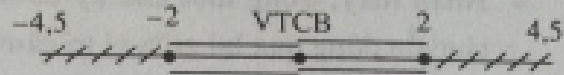
$$t_{\frac{A}{2} \rightarrow \frac{A\sqrt{2}}{2}} = t_{0 \rightarrow \frac{A\sqrt{2}}{2}} - t_{0 \rightarrow \frac{A}{2}} = \frac{T}{8} - \frac{T}{12} = \frac{T}{24} = \frac{2\pi/\omega}{24} = \frac{2\pi/2}{24} = \frac{\pi}{24} \text{ s}$$

Như vậy bài toán trên đã giải quyết dễ dàng khi chuyển gia tốc $a = -8\sqrt{2}$ cm/s² sang li độ x_2 tương ứng để đưa về bài toán gốc là tìm thời gian từ x_1 đến x_2 . Và tất nhiên, nếu các em không muốn chuyển sang li độ như trên mà làm theo cách khác là chuyển từ li độ $x_1 = 2$ cm sang gia tốc a_1 rồi sau đó tìm thời gian để vật đi từ a_1 đến a_2 thì phương pháp giải cũng hoàn toàn tương tự, kết quả vẫn là $\frac{\pi}{24}$ s!

Ví dụ 2: Một chất điểm dao động điều hòa với chu kì 1 s với biên độ 4,5 cm. Khoảng thời gian trong một chu kỳ để vật cách vị trí cân bằng một khoảng nhỏ hơn 2 cm là bao nhiêu?

Giải

Theo hình vẽ, trong một chu kỳ có 4 khoảng thời gian t thỏa mãn điều kiện bài toán nên:



$$\Delta t = 4.t = 4 \cdot \frac{1}{\omega} \arcsin \frac{x_1}{A} = 4 \cdot \frac{T}{2\pi} \arcsin \frac{x_1}{A} = 4 \cdot \frac{1}{2\pi} \arcsin \frac{2}{4,5} \approx 0,29(s)$$

Ta lựa chọn cách tính thứ 2 cho bài toán này vì điểm $x = 2$ không phải là điểm đặc biệt.

Ví dụ 3: Một con lắc lò xo dao động điều hòa với chu kì T và biên độ 5 cm. Biết trong một chu kỳ, khoảng thời gian để vật nhỏ của con lắc có độ lớn gia tốc không vượt quá 100 cm/s^2 là $\frac{T}{3}$. Lấy $\pi^2 = 10$. Tần số dao động của vật là

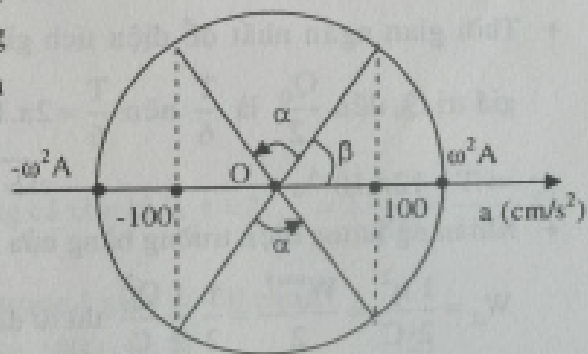
- A. 4 Hz B. 3 Hz C. 1 Hz D. 2 Hz.

(Trích ĐTTS vào các trường Đại học khối A, 2010)

Giải

Cách 1: Sử dụng mối liên hệ dao động điều hòa và chuyển động tròn đều, theo hình vẽ thì khoảng thời gian này chiếm góc ở tâm là 2α nên

$$\frac{2\alpha}{\omega} = \frac{T}{3} \Rightarrow \frac{2\alpha}{2\pi} = \frac{T}{3} \Rightarrow \alpha = \frac{\pi}{3}$$



Dễ dàng suy ra $\beta = \frac{\pi}{3}$

$$\text{Mà } \cos \beta = \frac{100}{\omega^2 A} \Rightarrow \omega^2 = \frac{100}{\cos \beta \cdot A} \Rightarrow \omega = \sqrt{\frac{100}{\cos \frac{\pi}{3} \cdot 5}} = 2\sqrt{10} = 2\pi$$

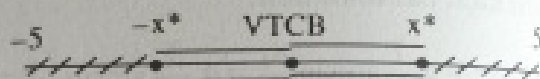
$$\Rightarrow f = \frac{\omega}{2\pi} = 1 \text{ Hz}$$

$\Rightarrow$ Chọn C

Cách 2:

- + Gọi x^* là tọa độ ứng với gia tốc $a = 100 \text{ cm/s}^2$. Vì $a = \omega^2 x$ nên để độ lớn gia tốc không lớn hơn giá trị 100 cm/s^2 thì tọa độ x cũng phải không lớn hơn giá trị x^* , tức là không thể nhận các giá trị phần gạch chéo trên hình vẽ.
- + Nhận thấy, trong một chu kỳ có 4 khoảng thời gian t bằng nhau để vật chuyển động qua lại giữa vị trí cân bằng và vị trí x^* (hoặc $-x^*$)

$$\Rightarrow 4t = \frac{T}{3} \Rightarrow t = \frac{T}{12}$$



- + Khoảng thời gian $t = \frac{T}{12}$ cho phép vật đi được từ vị trí cân bằng đến vị trí

$$\frac{A}{2} \text{ nên } x^* = \frac{A}{2} = \frac{5}{2} = 2,5 \text{ cm}$$

- + Lúc đó $100 = \omega^2 \cdot 2,5 \Rightarrow \omega = \sqrt{\frac{100}{2,5}} = 2\pi \text{ rad/s} \Rightarrow f = \frac{\omega}{2\pi} = 1 \text{ Hz} \Rightarrow \text{Chọn C.}$

Ví dụ 4: Cho mạch dao động LC, thời điểm ban đầu tụ điện có điện tích cực đại $q = Q_0$ sau khoảng thời gian ngắn nhất $2\pi \cdot 10^{-4} \text{ s}$ điện tích giảm từ giá trị cực đại tới nửa giá trị cực đại. Hỏi sau khoảng thời gian nhỏ nhất bằng bao nhiêu, năng lượng điện trường giảm từ giá trị cực đại đến nửa giá trị cực đại ?

- A. $0,5\pi \cdot 10^{-4} \text{ s}$. B. $1,5\pi \cdot 10^{-4} \text{ s}$. C. $2,5\pi \cdot 10^{-4} \text{ s}$. D. $4,5\pi \cdot 10^{-4} \text{ s}$.

Giải

- + Thời gian ngắn nhất để điện tích giảm từ

giá trị Q_0 đến $\frac{Q_0}{2}$ là $\frac{T}{6}$ nên $\frac{T}{6} = 2\pi \cdot 10^{-4} \text{ s}$

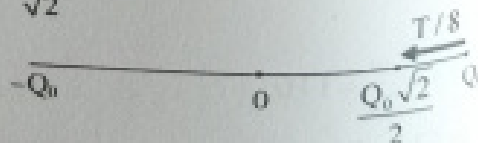
$$\Rightarrow T = 12\pi \cdot 10^{-4} \text{ s}$$

- + Khi năng lượng điện trường bằng nửa giá trị cực đại, tức là

$$W_d = \frac{1}{2} \frac{q^2}{C} = \frac{W_d^{\max}}{2} = \frac{1}{2} \cdot \frac{1}{2} \frac{Q_0^2}{C} \text{ thì từ đây rút ra } q = \pm \frac{Q_0}{\sqrt{2}}$$

Khi năng lượng điện trường giảm từ giá trị cực đại đến nửa giá trị cực đại sẽ tương ứng với điện tích giảm từ Q_0 đến $\frac{Q_0}{\sqrt{2}}$,

thời gian ngắn nhất là $t_{\min} = \frac{T}{8}$.



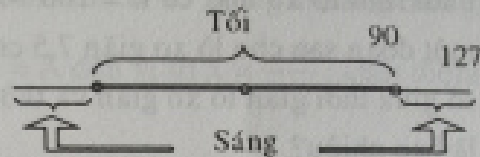
Vậy $t_{\min} = \frac{12\pi \cdot 10^{-4}}{8} = 1,5\pi \cdot 10^{-4} \text{ (s)} \Rightarrow \text{Chọn B}$

Ví dụ 5: Một đèn ống huỳnh quang được đặt dưới hiệu điện thế xoay chiều có giá trị cực đại 127V và tần số 50 Hz. Biết đèn chỉ sáng lên khi hiệu điện thế tức thời đạt vào đèn $|u| \geq 90$ V. Tính trung bình, thời gian đèn sáng trong mỗi phút là

A. 30 s. B. 40 s. C. 20 s. D. 1 s.

Giải

Theo đề ra, đèn chỉ sáng lên khi hiệu điện thế tức thời đạt vào đèn $|u| \geq 90$ V nên ta có thể diễn đạt như hình vẽ:

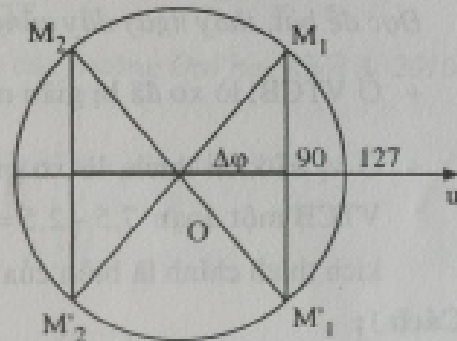


Cách 1: Dùng vòng tròn

+ Ta có:

$$\cos \Delta \varphi = \frac{90}{127} = \frac{90}{90\sqrt{2}} = \frac{1}{\sqrt{2}} = \frac{\sqrt{2}}{2}$$

$$\Rightarrow \Delta \varphi = \frac{\pi}{4}$$



+ Khoảng thời gian đèn sáng trong một nửa chu kỳ chính là thời gian để u tăng từ 90V lên đến 127V rồi quay về 90V. Ta thấy cung $M'1M1$ chắn góc ở tâm $\alpha = 2 \cdot \Delta \varphi = 2 \cdot \frac{\pi}{4} = \frac{\pi}{2}$ nên khoảng thời gian này bằng

$$t_{\frac{1}{2}T} = \frac{\alpha}{\omega} = \frac{\frac{\pi}{2}}{2\pi \cdot 50} = \frac{1}{200} \text{ s}$$

+ Khoảng thời gian đèn sáng trong cả chu kỳ là $t = 2t_{\frac{1}{2}T} = 2 \cdot \frac{1}{200} = \frac{1}{100} \text{ s}$ (1)

+ Tần số dòng điện là 50Hz nên trong 1 giây có 50 chu kỳ

$\Rightarrow$ Trong 1 phút có tất cả $60 \cdot 50 = 3000$ chu kỳ. (2)

+ Từ (1) và (2) cho thời gian đèn sáng trong 1 phút là: $3000 \cdot \frac{1}{100} = 30 \text{ s}$

$\Rightarrow$ Đáp án A.

Cách 2:

Tính gộp, dễ dàng thấy rằng, trong một chu kỳ có 4 khoảng thời gian t làm

$$\text{cho đèn sáng: } \Delta t = 4 \cdot t = 4 \cdot \frac{1}{\omega} \arccos \frac{u}{U_0} = 4 \cdot \frac{T}{2\pi} \arccos \frac{90}{127} = \frac{T}{2}$$

Để giải nhanh, có thể hiểu T theo nghĩa rộng, tức là coi $T = 1$ phút = 60 giây thì thời gian đèn sáng trong mỗi phút sẽ là $\Delta t = \frac{T}{2} = \frac{60}{2} = 30s$

Ví dụ 6: Một con lắc lò xo treo thẳng đứng gồm vật nhỏ có $m = 250g$ treo phía dưới một lò xo nhẹ có $k = 100 \text{ N/m}$. Từ vị trí cân bằng, kéo vật xuống dưới một đoạn sao cho lò xo giãn $7,5 \text{ cm}$ và thả nhẹ cho vật dao động điều hòa. Tỷ số giữa thời gian lò xo giãn và thời gian lò xo nén trong một chu kỳ dao động là bao nhiêu?

Giải

Đọc đề bài, thấy ngay đây cũng là bài toán thuộc về tìm thời gian

+ Ở VTCB, lò xo đã bị giãn một đoạn: $\Delta l_0 = \frac{mg}{k} = \frac{0,25 \cdot 10}{100} = 0,025m = 2,5cm$

+ Ở vị trí kích thích, lò xo giãn $7,5 \text{ cm}$ nên vị trí vật được kích thích cách VTCB một đoạn $7,5 - 2,5 = 5 \text{ cm}$. Vì ở đây vận tốc bằng không nên điểm kích thích chính là biên của quỹ đạo chuyển động $\Rightarrow A = 5 \text{ cm}$

Cách 1:

Theo hình vẽ, trong một chu kỳ, khoảng thời gian lò xo nén chính là khoảng thời gian vật đi từ li độ $-2,5 \text{ cm}$ đến -5 cm rồi quay lại $-2,5 \text{ cm}$, vì vậy:

$$t_n = t_{\frac{A}{2} \rightarrow -A} + t_{-A \rightarrow -\frac{A}{2}} \\ = \frac{T}{6} + \frac{T}{6} = \frac{T}{3}$$

Khoảng thời gian lò xo giãn là

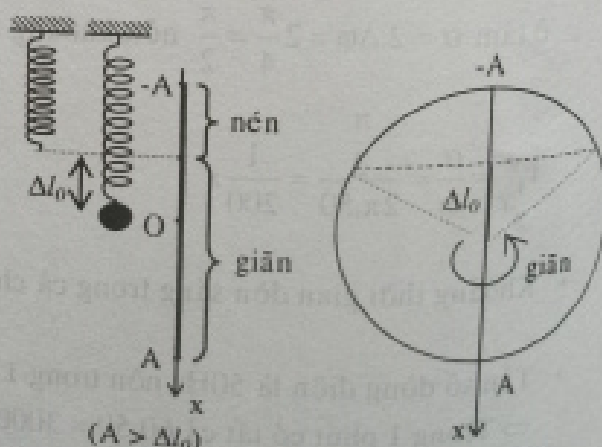
$$t_d = T - t_n = T - \frac{T}{3} = \frac{2T}{3}$$

$$\text{Suy ra tỷ số } \frac{t_d}{t_n} = \frac{2T/3}{T/3} = 2.$$

Cách 2:

$$\text{Sau khi tìm được } \Delta l_0 \text{ và } A \Rightarrow \cos \alpha = \frac{\Delta l_0}{A} = \frac{2,5}{5} = \frac{1}{2} \Rightarrow \alpha = \frac{\pi}{3}$$

$$\text{Khoảng thời gian lò xo nén } t_n = 2 \frac{\alpha}{\omega} = 2 \frac{\frac{\pi}{3}}{\frac{2\pi}{T}} = \frac{T}{3}$$



Vậy:

$\Rightarrow$ Đáp

Ví dụ 8: 1

khoảng

$$\text{Thời gian lò xo giãn } t_d = T - t_n = T - \frac{T}{3} = \frac{2T}{3} \Rightarrow \frac{t_d}{t_n} = \frac{\frac{2T}{3}}{\frac{T}{3}} = 2.$$

Ví dụ 7: Một chất điểm dao động điều hòa với chu kì T . Trong khoảng thời gian ngắn nhất khi đi từ vị trí biên có li độ $x = A$ đến vị trí $x = -\frac{A}{2}$, chất điểm có tốc độ trung bình là

- A. $\frac{6A}{T}$ B. $\frac{9A}{2T}$ C. $\frac{3A}{2T}$ D. $\frac{4A}{T}$

(Trích ĐTTS vào các trường Đại học khối A, 2010)

Giải

Muốn làm bài toán này, trước hết phải phân biệt rõ hai công thức tính

$$\text{Tốc độ trung bình} = \frac{\text{Quãng đường}}{\text{Khoảng thời gian}} \quad (1)$$

$$\text{Vận tốc trung bình} = \frac{\text{Độ dời}}{\text{Khoảng thời gian}} \quad (2)$$

để xem dùng công thức nào là phù hợp, sau đó phải biết phương pháp tìm khoảng thời gian ở mẫu số sao cho thu được kết quả nhanh nhất.

Theo đề ra:

+ Từ vị trí biên $x = A$ đến vị trí $x = -\frac{A}{2}$, chất điểm đi được quãng đường

$$S = A + \left| -\frac{A}{2} \right| = 3\frac{A}{2}$$

+ Khoảng thời gian vật dịch chuyển giữa 2 tọa độ trên là

$$t_{A \rightarrow -\frac{A}{2}} = t_{A \rightarrow 0} + t_{0 \rightarrow -\frac{A}{2}} = \frac{T}{4} + \frac{T}{12} = \frac{T}{3}$$

$$\text{Vậy: Tốc độ trung bình} = \frac{\text{Quãng đường}}{\text{Khoảng thời gian}} = \frac{3\frac{A}{2}}{\frac{T}{3}} = \frac{9A}{2T}$$

$\Rightarrow$ Đáp án B.

Ví dụ 8: Một vật dao động điều hoà với phương trình $x = A\cos(\omega t + \varphi)$. Trong khoảng thời gian $\frac{1}{15}s$ đầu tiên vật chuyển động theo chiều âm từ vị trí có li

độ $x_0 = \frac{A\sqrt{3}}{2}$ đến vị trí cân bằng. Khi vật qua vị trí có li độ $x = 2\sqrt{3}$ cm thì vật có vận tốc $v = 10\pi$ cm/s. Biên độ dao động của vật là:

A. $2\sqrt{6}$ cm B. 4 cm. C. 5 cm. D. 6 cm.

Giải

+ Vì bài toán đã cho x và v , yêu cầu tìm A nên ta nghĩ ngay đến công thức liên hệ

$$A^2 = x^2 + \frac{v^2}{\omega^2}. \text{ Tuy nhiên ta phải tìm thêm } \omega. \text{ Đối với bài toán này ta sẽ}$$

tìm ω thông qua chu kỳ T .

+ Hầu hết các bài toán trước đều cho chu kỳ T , tọa độ x_1 và x_2 , cần tìm khoảng thời gian t để vật dịch chuyển giữa hai tọa độ. Còn đây là một bài toán ngược lại, cho khoảng thời gian t để vật dịch chuyển giữa hai tọa độ x_1 và x_2 thì chắc chắn tính được chu kỳ T . Thực vậy, ta giải như sau:

Cách 1: Như cách tính thứ 3 cho các vị trí đặc biệt, thời gian để vật đi từ vị trí

$$\frac{A\sqrt{3}}{2} \text{ đến vị trí cân bằng là } \frac{T}{6}, \text{ vì vậy ta có } \frac{1}{15} = \frac{T}{6} \Rightarrow T = \frac{6}{15}$$

$$\Rightarrow \omega = \frac{2\pi}{T} = 2\pi \cdot \frac{15}{6} = 5\pi$$

Cách 2:

$$\text{Sử dụng công thức } t = \frac{1}{\omega} \arcsin \frac{|x|}{A} \text{ ta có } \frac{1}{15} = \frac{1}{\omega} \arcsin \frac{A\sqrt{3}}{2} \Rightarrow \omega = 5\pi$$

$$\text{Lúc đó } A^2 = x^2 + \frac{v^2}{\omega^2} = (2\sqrt{3})^2 + \frac{(10\pi)^2}{(5\pi)^2} = 16 \Rightarrow A = 4\text{cm} \Rightarrow \text{Đáp án B.}$$

Ví dụ 9: Trong dao động điều hoà của một vật, thời gian ngắn nhất giữa hai lần liên tiếp vật đi qua vị trí động năng bằng thế năng là 0,66s. Giả sử tại một thời điểm vật đi qua vị trí có thế năng W_t , động năng W_d và sau đó thời gian Δt vật đi qua vị trí có động năng tăng gấp 3 lần, thế năng giảm 3 lần. Giá trị nhỏ nhất của Δt bằng

- A. 0,88s. B. 0,22s. C. 0,44s. D. 0,11s.

Giải

$$+ \text{ Ta có ngay } \frac{T}{4} = 0,66$$

+ Vì $E_d + E_s = \text{const}$

$$\Rightarrow \text{lúc đầu } E_d = \frac{1}{3} E_s \Rightarrow x = \pm \frac{A}{\sqrt{n+1}} = \pm \frac{A}{\sqrt{1/3+1}} = \pm \frac{A\sqrt{3}}{2}$$

Về sau thì $E'_d = 3E'_s$, nên lúc đó vật qua tọa độ :

$$x' = \pm \frac{A}{\sqrt{n'+1}} = \pm \frac{A}{\sqrt{3+1}} = \pm \frac{A}{2}$$

+ Để Δt nhỏ nhất thì vật chỉ có thể đi từ $-\frac{A\sqrt{3}}{2}$ đến $-\frac{A}{2}$ hoặc là từ $\frac{A\sqrt{3}}{2}$

$$\text{đến } \frac{A}{2}. \text{ Dễ dàng ta có: } \Delta t = \frac{T}{6} - \frac{T}{12} = \frac{T}{12} = 0,22s \Rightarrow \text{Chọn B.}$$

Ví dụ 10: Một chất điểm dao động điều hòa với chu kì T . Gọi v_{TB} là tốc độ trung bình của chất điểm trong một chu kì, v là tốc độ tức thời của chất điểm.

Trong một chu kì, khoảng thời gian mà $v \geq \frac{\pi}{4} v_{TB}$ là

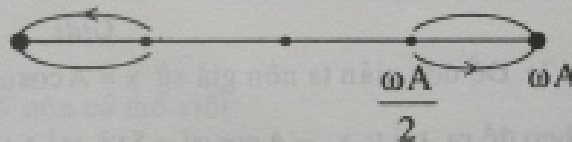
- A. $\frac{T}{6}$ B. $\frac{2T}{3}$ C. $\frac{T}{3}$ D. $\frac{T}{2}$

Giải

$$\text{Có: } v_{TB} = \frac{4A}{T} = \frac{2\omega A}{\pi}$$

$$\Rightarrow v = \frac{\pi}{4} v_{TB} = \frac{\omega A}{2} = \frac{v_{\text{Max}}}{2}$$

$$\text{Dễ dàng thấy: } \Delta t = 4 \cdot \frac{T}{6} = \frac{2T}{3}$$



Ví dụ 11: Một mạch dao động LC lí tưởng có chu kì dao động là T . Tại một thời điểm điện tích trên tụ điện bằng $8 \cdot 10^{-7} \text{C}$ và đang có xu hướng giảm, sau đó một khoảng thời gian $\Delta t = 3T/4$ thì cường độ dòng điện tức thời trong mạch bằng $1,6\pi \cdot 10^{-3} \text{A}$. Chu kì T của mạch dao động là

- A. $2\pi \cdot 10^{-3} \text{s}$. B. $2 \cdot 10^{-3} \text{s}$. C. 10^{-3}s . D. 10^{-4}s .

Giải

- Giả sử ở thời điểm ban đầu t_1 , điện tích trên tụ có giá trị q_1 ứng với điểm M_1 . Ở thời điểm t_2 , sau đó một khoảng thời gian $\Delta t = \frac{3}{4}T$ bán kính đã quét một góc ở tâm

$$\Delta \varphi = \omega \Delta t = \frac{2\pi}{T} \cdot \frac{3T}{4} = \frac{3\pi}{2} \text{ nên đến điểm } M_2.$$

$$\Rightarrow \varphi_1 + \varphi_2 = 2\pi - \Delta\varphi = \frac{\pi}{2}$$

$$\Rightarrow \sin \varphi_2 = \cos \varphi_1 \quad (1)$$

• Từ hình vẽ ta có: $\cos \varphi_1 = \frac{q_1}{Q_0}$ (2)

• Từ công thức $Q_0^2 = q_2^2 + \frac{i_2^2}{\omega^2}$ và hình vẽ

$$\Rightarrow \sin \varphi_2 = \frac{i_2}{\omega Q_0} \quad (3)$$

• (1), (2) và (3) cho: $\frac{i_2}{\omega Q_0} = \frac{q_1}{Q_0} \Rightarrow \omega = \frac{i_2}{q_1} = \frac{1,6\pi \cdot 10^{-3}}{8 \cdot 10^{-7}} = 2000\pi \text{ rad/s}$

Vậy $T = 10^{-3} \text{ s} \Rightarrow \text{Chọn C.}$

Ví dụ 12: Một con lắc lò xo gồm lò xo nhẹ có độ cứng 100 N/m và vật nhỏ khối lượng m . Con lắc dao động theo phương ngang với chu kỳ T . Biết ở thời điểm t vật có ly độ 5 cm , ở thời điểm $t + \frac{T}{4}$ vật có tốc độ 50 cm/s . Giá trị m bằng

A. $0,5 \text{ kg}$.

B. $1,2 \text{ kg}$.

C. $0,8 \text{ kg}$.

D. $1,0 \text{ kg}$.

Giải

Cách 1: Để đơn giản ta nên giả sử $x = A \cos \omega t$ thì lúc đó $v = -\omega A \sin \omega t$.

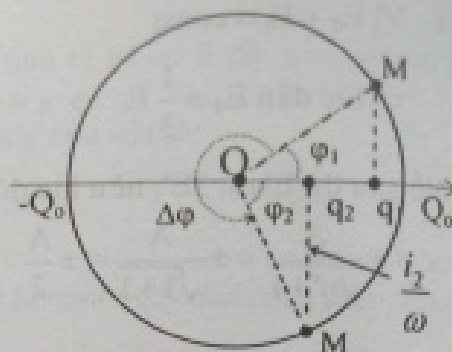
Theo đề ra, tại t : $x_1 = A \cos \omega t = 5$ và tại $t + \frac{T}{4}$ có

$$v_2 = -\omega A \sin \omega \left(t + \frac{T}{4} \right) = -\omega A \sin \left(\omega t + \frac{\pi}{2} \right) = -\omega A \cos \omega t = -\omega x_1$$

Suy ra $\omega = -\frac{v_2}{x_1}$. Để ω không âm phải có: $\omega = -\frac{-50}{5} = 10 \text{ (rad/s)}$

Mà $\omega = \sqrt{\frac{k}{m}}$, với k đã cho nên dễ dàng thu được $m = 1 \text{ kg}$

Cách 2: Hai thời điểm cách nhau $T/4$ nên sẽ lệch về pha là $\Delta\alpha = \omega \cdot \Delta t = \frac{2\pi}{T} \cdot \frac{T}{4} = \frac{\pi}{2}$. Nếu giải theo vòng tròn có trục x nằm ngang, trục v thẳng đứng (do v nhanh pha hơn x góc $\frac{\pi}{2}$) thì thấy ngay hai tia OM_1 và OM_2 vuông góc với nhau, điều này dẫn tới hai góc $\angle IOM_1$ và $\angle KOM_2$ bằng nhau, lấy



cosin của chúng ta được $\frac{x}{A} = \frac{v}{\omega A}$ từ đây ta sẽ được ω để cuối cùng tính được m.

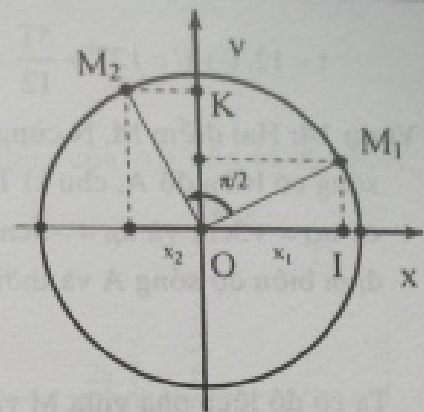
Cách 3: Cũng theo cách 2, do x_1 và x_2 vuông pha nhau nên giữa chúng tồn tại phương

trình độc lập: $\left(\frac{x_1}{A}\right)^2 + \left(\frac{x_2}{A}\right)^2 = 1$ hay

$$x_1^2 + x_2^2 = A^2$$

Mặt khác lại có: $x_2^2 + \left(\frac{v_2}{\omega}\right)^2 = A^2$

Từ hai phương trình trên thu được $x_1^2 - \left(\frac{v_2}{\omega}\right)^2 = 0 \Rightarrow \omega \Rightarrow m = 1\text{kg}$



Ví dụ 13: Một vật dao động với phương trình $x = 2\cos\left(2\pi t + \frac{\pi}{2}\right)$ (cm). Tính từ

lúc bắt đầu khảo sát dao động, cần khoảng thời gian bao nhiêu để vật đi được đoạn đường dài 99 cm?

Qua bài toán này cũng giúp ta thêm một cách tính khoảng thời gian khi cho quãng đường S.

$$+ \text{ Vì } \frac{S}{4A} = \frac{99}{4.2} = \frac{99}{8} = 12,375 \text{ nên có thể viết}$$

$$S = 99 = 12.8 + 3 = 12.4A + 3 = 12.4A + S'$$

Do đó thời gian: $t = 12.T + t'$

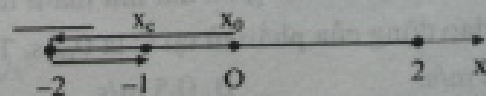
Đến đây, chỉ cần đi tìm khoảng thời gian t' ứng với đoạn đường $S' = 3$ cm.

$$+ \text{ Tại } t = 0 \text{ ta có: } \begin{cases} x = 2\cos\left(2\pi.0 + \frac{\pi}{2}\right) = 2\cos\frac{\pi}{2} = 0 \\ v = -2.2\pi\sin\left(2\pi.0 + \frac{\pi}{2}\right) = -2.2\pi\sin\frac{\pi}{2} < 0 \end{cases}$$

Sau 12 chu kì, vật quay về đúng vị trí cũ, nhưng do đi thêm $S' = 3\text{cm}$ nên tọa độ cuối $x_c = -1\text{cm}$ như hình vẽ, vậy khoảng thời gian t' ứng với S' này là:

$$t' = \frac{T}{4} + \frac{T}{6} = \frac{5T}{12}$$

+ Tổng thời gian cần tìm là:



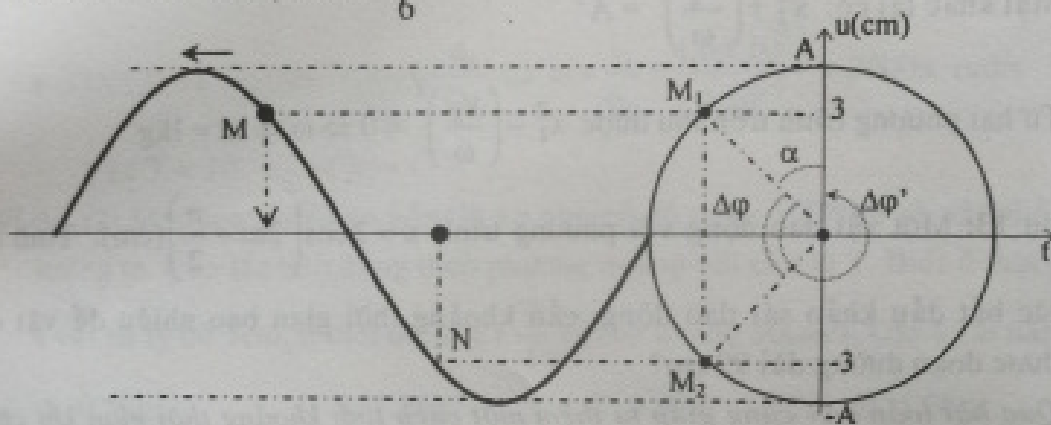
$$t = 12T + t' = 12T + \frac{5T}{12} = \frac{149T}{12} \approx 12,42s$$

Ví dụ 14: Hai điểm M, N cùng nằm trên một phương truyền sóng cách nhau $\lambda/3$, sóng có biên độ A, chu kì T. Sóng truyền từ N đến M. Giả sử tại thời điểm t_1 , có $u_M = +3\text{cm}$ và $u_N = -3\text{cm}$. Ở thời điểm t_2 liền sau đó có $u_M = +A$. Hãy xác định biên độ sóng A và thời điểm t_2 .

Giải

Ta có độ lệch pha giữa M và N là: $\Delta\varphi = 2\pi \frac{\Delta d}{\lambda} = \frac{2\pi}{3}$

Theo hình vẽ ta suy ra $\alpha = \frac{\pi}{6}$



Cũng từ hình vẽ ta có biên độ sóng là: $A = \frac{u_M}{\cos \alpha} = 2\sqrt{3} \text{ (cm)}$

Ở thời điểm t_1 , li độ của điểm M đang giảm.

Đến thời điểm t_2 liền sau đó, li độ tại M là $u_M = +A$.

Muốn vậy bán kính nối M phải quét một góc $\Delta\varphi' = 2\pi - \alpha = \frac{11\pi}{6}$.

$$\text{Vì } \Delta t = t_2 - t_1 = \frac{\Delta\varphi'}{\omega} \text{ nên } t_2 = t_1 + \frac{\Delta\varphi'}{\omega} = t_1 + \frac{\frac{11\pi}{6}}{\frac{2\pi}{T}} = t_1 + \frac{11}{12}T$$

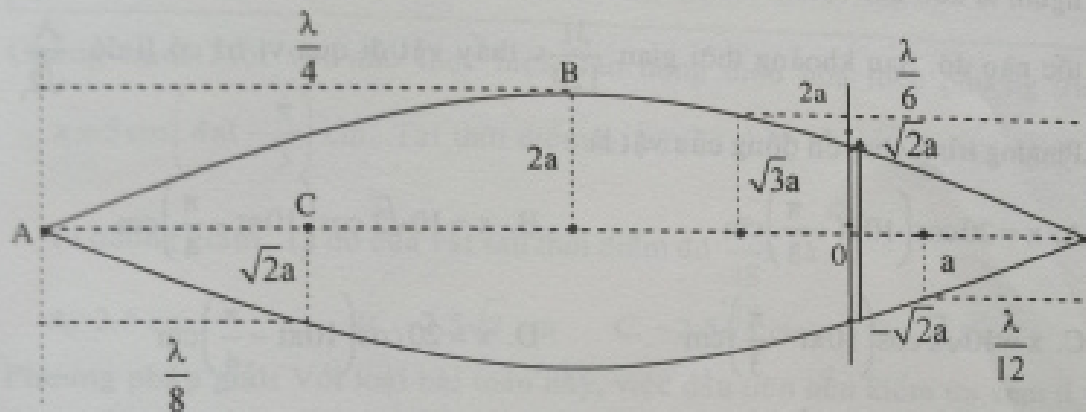
Ví dụ 15: (Trích ĐTTS vào các trường Đại học khối A, 2011) Một sợi dây đàn hồi căng ngang, đang có sóng dừng ổn định. Trên dây, A là một điểm nút, B là một điểm bụng gần A nhất, C là trung điểm của AB, với $AB = 10 \text{ cm}$. Biết khoảng thời gian ngắn nhất giữa hai lần mà li độ dao động của phần tử tại B bằng biên độ dao động của phần tử tại C là 0,2 s. Tốc độ truyền sóng trên dây là

A. 2 m/s. B. 0,5 m/s. C. 1 m/s. D. 0,25 m/s.

Giải

Ta có $AB = 10 = \frac{\lambda}{4} \Rightarrow \lambda = 40\text{cm}$

Gọi biên độ của bụng B là $2a$. Vì C là trung điểm của AB nên cách nút A một đoạn $\frac{AB}{2} = \frac{\lambda}{8}$ nên C dao động với biên độ $\sqrt{2}a$



Ta có $0,2 = 2 \cdot \frac{T}{8} \Rightarrow T = 0,8\text{s} \Rightarrow v = \frac{\lambda}{T} = 50\text{cm/s} = 0,5\text{m/s} \Rightarrow \text{Đáp án B.}$

Chúng ta đã xét qua một loạt các ví dụ cụ thể, đến đây có thể khẳng định lại rằng: Nếu nắm vững được phương pháp giải bài toán thời gian trong dao động cơ thì hoàn toàn giải quyết được các bài toán cũng về thời gian khác mà chúng xuất hiện khá phổ biến trong phần sóng cơ học, dao động điện và dao động điện từ. Để hiểu, khắc sâu và ghi nhớ phương pháp quan trọng này, chúng tôi đề nghị các em làm một số bài tập tự luyện sau:

Bài 1: Con lắc lò xo dao động điều hoà theo phương thẳng đứng với phương

trình $x = A \cos\left(\frac{2\pi}{T}t + \varphi\right)$. Biết khi vật ở vị trí cân bằng lò xo bị giãn là $\Delta\ell_0$

và trong một chu kỳ dao động, thời gian lò xo bị giãn dài gấp 5 lần thời gian lò xo bị nén. Mối liên hệ giữa A và $\Delta\ell_0$ là

A. $\Delta\ell_0 = \frac{A\sqrt{3}}{2}$ B. $\Delta\ell_0 = \frac{A}{2}$ C. $\Delta\ell_0 = \frac{A}{5}$ D. $\Delta\ell_0 = \frac{A}{\sqrt{2}}$

Bài 2: Con lắc lò xo dao động thẳng đứng, chọn gốc toạ độ O ở vị trí cân bằng, chiều dương trục Ox hướng lên. Kích thích cho vật dao động với phương trình

$x = 5 \cos\left(20t - \frac{\pi}{2}\right)\text{cm}$. Lấy $g = 10\text{m/s}^2$.

Thời gian từ lúc bắt đầu khảo sát dao động đến vị trí lò xo không bị biến dạng lần thứ nhất là

- A. $\frac{\pi}{5}s$ B. $\frac{\pi}{120}s$ C. $\frac{\pi}{30}s$ D. $\frac{\pi}{15}s$

Bài 3: Con lắc lò xo dao động với tần số góc $\omega = 10\pi \text{ rad/s}$. Thời điểm ban đầu, người ta kéo dãn vật xa VTCB một đoạn $x = 10\text{cm}$ rồi truyền cho nó một vận tốc nào đó. Sau khoảng thời gian $\frac{31}{120}s$ thấy vật đi qua vị trí có li độ $\frac{A}{\sqrt{2}}$.

Phương trình chuyển động của vật là

- A. $x = 20 \cos\left(10\pi t - \frac{\pi}{3}\right) \text{cm}$ B. $x = 10\sqrt{2} \cos\left(10\pi t - \frac{\pi}{4}\right) \text{cm}$
C. $x = 10\sqrt{2} \cos\left(10\pi t - \frac{\pi}{3}\right) \text{cm}$ D. $x = 20 \cos\left(10\pi t - \frac{\pi}{4}\right) \text{cm}$

Bài 4: Con lắc lò xo gồm lò xo có độ cứng $k = 50\text{N/m}$, vật nhỏ có khối lượng $m = 500\text{g}$ dao động theo phương ngang. Tại thời điểm ban đầu đưa vật tới vị trí có li độ bằng 4cm rồi truyền cho vật vận tốc đầu theo chiều dương. Biết thời gian ngắn nhất kể từ thời điểm ban đầu đến lúc vật có li độ bằng nửa biên độ là $\frac{\pi}{15}s$. Phương trình dao động của vật là

- A. $x = 8 \cos\left(10t + \frac{\pi}{3}\right) \text{cm}$ B. $x = 10 \cos\left(10t - \frac{\pi}{3}\right) \text{cm}$
C. $x = 10 \cos\left(10t - \frac{\pi}{6}\right) \text{cm}$ D. $x = 8 \cos\left(10t - \frac{\pi}{3}\right) \text{cm}$

Bài 5: Một vật dao động điều hòa theo phương ngang. Khi đi qua vị trí cân bằng vật có tốc độ 20cm/s , còn khi ở vị trí biên, gia tốc của vật là 800cm/s^2 . Tại thời điểm $t = \frac{1}{8}s$, kể từ lúc bắt đầu dao động, vật đi qua vị trí cân bằng theo chiều âm. Lấy $g = \pi^2 = 10\text{m/s}^2$. Phương trình dao động của vật là

- A. $x = 5 \cos\left(4\pi t - \frac{\pi}{2}\right) \text{cm}$ B. $x = 5 \cos\left(4\pi t + \frac{\pi}{2}\right) \text{cm}$
C. $x = 5 \cos(4\pi t + \pi) \text{cm}$ D. $x = 5 \cos(4\pi t) \text{cm}$

Bài toán gốc 2: Bài toán cho phương trình dao động của vật $x = A \cos(\omega t + \varphi)$. Biết tại thời điểm t vật qua li độ x_1 theo một chiều nào đó. Tìm li độ dao động tại thời điểm sau hoặc trước thời điểm t một khoảng thời gian Δt .

Chẳng hạn: Một vật nhỏ thực hiện dao động điều hòa theo phương trình

$$x = 5 \cos\left(4\pi t - \frac{\pi}{3}\right) \text{ cm.}$$

Tại thời điểm t_1 , vật có li độ $2,5\sqrt{2}$ cm và đang có

xu hướng giảm. Li độ của vật sau thời điểm đó $\frac{7}{48}$ s là

- A. 2,5 cm B. $-2,5\sqrt{2}$ cm C. $-2,5\sqrt{3}$ cm D. -2,5 cm

Phương pháp giải: Với loại bài toán này, việc đầu tiên nên kiểm tra xem tử số

$\frac{\Delta t}{T}$ nhận giá trị nào, có 3 khả năng xảy ra:

- Nếu giá trị đó là một số nguyên chẵn thì sẽ có kết quả ngay: $\begin{cases} x_2 = x_1 \\ v_2 = v_1 \end{cases}$ vì

cứ sau nguyên chu kỳ thì quay về vị trí cũ.

- Nếu giá trị đó là một số nguyên lẻ thì có ngay $\begin{cases} x_2 = -x_1 \\ v_2 = -v_1 \end{cases}$ vì cứ sau bán

nguyên chu kỳ thì độ lớn không thay đổi nhưng đổi dấu.

- Nếu không rơi vào số nguyên thì ta sẽ dùng 1 trong 2 cách sau đây để giải tiếp:

Cách 1: Dùng vòng tròn. Đánh dấu vị trí x_1 trên trục đi qua tâm Ox . Kẻ đoạn thẳng qua x_1 vuông góc Ox cắt đường tròn tại hai điểm. Căn cứ vào chiều chuyển động để chọn vị trí M duy nhất trên vòng tròn. Vẽ bán kính OM . Trong khoảng thời gian Δt , góc ở tâm mà OM quét được là $\alpha = \omega \Delta t$. Vẽ OM' lệch với OM góc α từ M' kẻ vuông góc với Ox cắt ở đâu thì đó là li độ cần xác định.

Cách 2: Dùng phép biến đổi toán học thuần túy. Thay giá trị x_1 vào phương trình dao động điều hòa $x = A \cos(\omega t + \varphi)$ rồi căn cứ thêm vào chiều chuyển động để chọn nghiệm $(\omega t + \varphi)$ duy nhất. Từ đó tính được li độ sau hoặc trước thời điểm t đó Δt giây theo biểu thức:

$$x_{t \pm \Delta t} = A \cos[\omega(t \pm \Delta t) + \varphi] = A \cos[\omega t + \varphi \pm \omega \Delta t].$$

Nhớ rằng nếu là thời điểm sau thì dùng dấu cộng (+), trước dùng dấu trừ (-).

Cụ thể: Vì $\frac{\Delta t}{T} = \frac{48}{0,5} = \frac{7}{12} = 0,583$ nên phải dùng tiếp 1 trong 2 cách;

Cách 1: Do vật qua điểm $2,5\sqrt{2}$ cm và tọa độ có xu hướng giảm nên vật sẽ đi ngược chiều dương của hệ trục tọa độ. Bán kính OM ở thời điểm t_1 hợp với trục Ox góc α_1 . Theo hình vẽ ta

$$\text{có } \cos \alpha_1 = \frac{2,5\sqrt{2}}{5} \Rightarrow \alpha_1 = \frac{\pi}{4}$$

Sau khoảng thời gian $\frac{7}{48}$ s bán kính này sẽ quét thêm được 1 góc ở tâm

$$\alpha = \omega \Delta t = 4\pi \cdot \frac{7}{48} = \frac{7\pi}{12} \text{ thành bán kính OM'}$$

$$\text{Dễ dàng thấy rằng } \alpha_2 = \left(\pi - (\alpha + \alpha_1) \right) = \left(\pi - \left(\frac{7\pi}{12} + \frac{\pi}{4} \right) \right) = \frac{\pi}{6}$$

Hạ M'H vuông góc Ox.

Trong tam giác vuông OM'H có $OH = OM' \cdot \cos \alpha_2 = 5 \cdot \cos \frac{\pi}{6} = 2,5\sqrt{3}$.

Vì H là hình chiếu của M' nên H là tọa độ của vật, theo chiều dương của trục thì tọa độ của vật là $-2,5\sqrt{3}$ cm $\Rightarrow$ Đáp án C.

Cách 2:

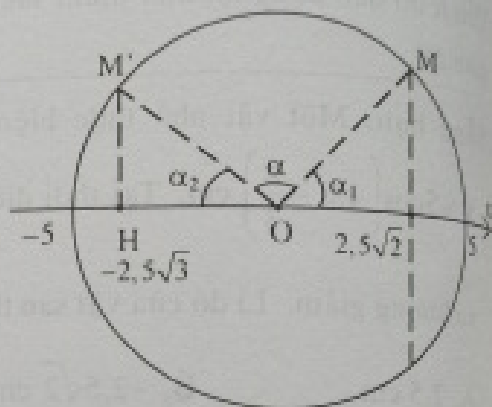
+ Tại thời điểm t_1 ta có:

$$x_1 = 5 \cos \left(4\pi t_1 - \frac{\pi}{3} \right) = 2,5\sqrt{2} \Rightarrow \begin{cases} \left(4\pi t_1 - \frac{\pi}{3} \right) = \frac{\pi}{4} \\ \left(4\pi t_1 - \frac{\pi}{3} \right) = -\frac{\pi}{4} \end{cases}$$

Do vật đang ở tọa độ dương, tọa độ lại có xu hướng giảm nên vật sẽ đi ngược chiều dương của hệ trục tọa độ, tức là $v < 0$.

Mà $v = -20\pi \sin \left(4\pi t_1 - \frac{\pi}{3} \right)$ nên chỉ có $\left(4\pi t_1 - \frac{\pi}{3} \right) = \frac{\pi}{4}$ là làm cho $v < 0$

+ Tại thời điểm $t_2 = t_1 + \frac{7}{48}$ thì:



$$x_2 = 5\cos\left[4\pi\left(t_1 + \frac{7}{48}\right) - \frac{\pi}{3}\right] = 5\cos\left[4\pi t_1 + \frac{7\pi}{12} - \frac{\pi}{3}\right]$$

$$\text{hay } x_2 = 5\cos\left[\left(4\pi t_1 - \frac{\pi}{3}\right) + \frac{7\pi}{12}\right] = 5\cos\left[\frac{\pi}{4} + \frac{7\pi}{12}\right] = 5\cos\frac{5\pi}{6} = -2,5\sqrt{3} \text{ cm}$$

Một thí dụ khác: Một vật dao động với phương trình $x = 10\cos\left(\frac{\pi}{3}t + \varphi\right)$ cm.

Tại thời điểm t_1 , vật đi qua li độ $x_1 = 7$ cm theo chiều âm. Coi rằng trước thời điểm t_1 vật đã dao động ổn định, vậy 12s trước thời điểm t_1 thì vật sẽ đi qua vị trí có li độ

- A. $x_2 = 3,5$ cm theo chiều âm. B. $x_2 = -7$ cm theo chiều dương.
C. $x_2 = -3,5$ cm theo chiều âm. D. $x_2 = 7$ cm theo chiều dương.

Giải

Ta có $T = \frac{2\pi}{\omega} = \frac{2\pi}{\frac{\pi}{3}} = 6$ s và nhận thấy $\frac{\Delta t}{T} = \frac{12}{6} = 2$ nên có ngay $\begin{cases} x_2 = x_1 \\ v_2 = v_1 \end{cases}$

$\Rightarrow$ Đáp án D.

Kinh nghiệm: Chỉ một phép chia là ta có thể nhanh chóng chọn được đáp án với những bài toán có sự đặc biệt kiểu này. Nếu các em không quan tâm đến những lưu ý nhỏ ở phương pháp giải mà sử dụng ngay 1 trong 2 cách để giải thì chắc chắn sẽ mất thời gian giải bài không cần thiết.

Bài toán mở rộng: Nếu biết cách giải loại bài toán trên cho đối tượng là dao động cơ thì hoàn toàn áp dụng tương tự cho dao động điện và sóng nói chung, thực vậy:

Ví dụ 1: Một nguồn phát sóng cơ học dao động với phương trình

$$u_O = 5\cos\left(\frac{\pi}{3}t + \varphi\right) \text{ cm.}$$

Điểm M trên phương truyền sóng cách nguồn phát

sóng một khoảng d , tại thời điểm t_1 , đang đi qua vị trí có li độ $u_1 = 5$ cm theo chiều âm. Sau thời điểm trên 9s thì điểm M sẽ đi qua vị trí có li độ

- A. $u_2 = 2,5$ cm theo chiều âm. B. $u_2 = -5$ cm theo chiều dương.
C. $u_2 = -2,5$ cm theo chiều âm. D. $u_2 = 5$ cm theo chiều dương.

Giải

Chu kỳ sóng: $T = \frac{2\pi}{\omega} = \frac{2\pi}{\pi/3} = 6$ s.

Nhận thấy khoảng thời gian 9s đúng bằng 1,5 lần chu kỳ dao động. Theo tính chất của dao động điều hòa, sau khoảng thời gian bằng bán nguyên chu kỳ thì li độ và vận tốc đổi dấu, vì vậy nếu $\begin{cases} u_{1M} = 5\text{cm} \\ v_1 < 0 \end{cases}$ thì $\begin{cases} u_{2M} = -5\text{cm} \\ v_2 > 0 \end{cases}$

$\Rightarrow$ Đáp án B.

Ví dụ 2: Tại thời điểm t , điện áp $u = 200\sqrt{2} \cos\left(100\pi t - \frac{\pi}{2}\right)$ (trong đó u tính bằng V, t tính bằng s) có giá trị $100\sqrt{2}\text{V}$ và đang giảm. Sau thời điểm đó $\frac{1}{300}\text{s}$, điện áp này có giá trị là

- A. -100V . B. $100\sqrt{3}\text{V}$. C. $-100\sqrt{2}\text{V}$. D. 200V .

(Trích ĐTTTS vào các trường Đại học khối A, 2010)

Giải

Ta có $T = \frac{2\pi}{\omega} = \frac{2\pi}{100\pi} = \frac{1}{50}\text{s}$ và nhận thấy $\frac{\Delta t}{T} = \frac{\frac{1}{300}}{\frac{1}{50}} = \frac{1}{6}$ không rơi vào số nguyên nên bắt buộc phải dùng 1 trong 2 cách để giải tiếp.

Cách 1:

Bán kính OM ở thời điểm t_1 hợp với trục Ox góc α_1 .

Theo hình vẽ:

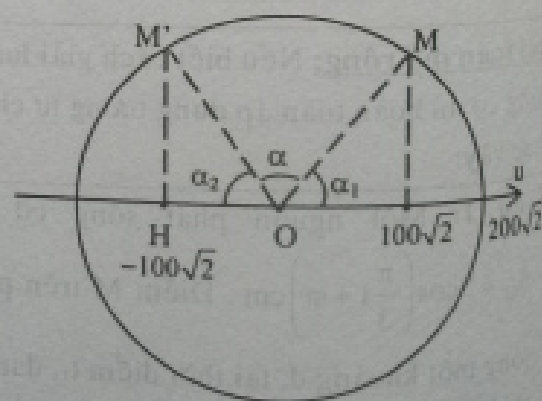
$$\cos \alpha_1 = \frac{100\sqrt{2}}{200\sqrt{2}} = \frac{1}{2} \Rightarrow \alpha_1 = \frac{\pi}{3}$$

Sau khoảng thời gian $\frac{1}{300}\text{s}$ bán kính này sẽ quét thêm được 1 góc ở tâm $\alpha = \omega \Delta t = 100\pi \cdot \frac{1}{300} = \frac{\pi}{3}$ thành bán kính OM'.

$$\text{Dễ dàng thấy rằng } \alpha_2 = \left(\pi - (\alpha + \alpha_1)\right) = \left(\pi - \left(\frac{\pi}{3} + \frac{\pi}{3}\right)\right) = \frac{\pi}{3}$$

Hạ M'H vuông góc Ox.

Trong tam giác vuông OM'H có $OH = OM' \cdot \cos \alpha_2 = 200\sqrt{2} \cdot \cos \frac{\pi}{3} = 100\sqrt{2}$.



Vì H là hình chiếu của M' nên H là giá trị của điện áp, theo chiều dương thì nó có giá trị đại số là $-100\sqrt{2}\text{V} \Rightarrow \text{Đáp án C.}$

Cách 2:

+ Tại thời điểm t_1 ta có: $100\sqrt{2} = 200\sqrt{2} \cos\left(100\pi t_1 - \frac{\pi}{2}\right)$ và do đang có xu hướng giảm nên chỉ lấy $\left(100\pi t_1 - \frac{\pi}{2}\right) = \frac{\pi}{3}$

+ Tại thời điểm $t_2 = t_1 + \frac{1}{300}$ thì:

$$u_2 = 200\sqrt{2} \cos\left[100\pi\left(t_1 + \frac{1}{300}\right) - \frac{\pi}{2}\right] = 200\sqrt{2} \cos\left[100\pi t_1 + \frac{\pi}{3} - \frac{\pi}{2}\right]$$

$$\text{Hay } u_2 = 200\sqrt{2} \cos\left[\left(100\pi t_1 - \frac{\pi}{2}\right) + \frac{\pi}{3}\right] = 200\sqrt{2} \cos\left[\frac{2\pi}{3}\right] = -100\sqrt{2}\text{V}$$

Bài tập vận dụng:

Bài 1: Một vật dao động điều hòa với phương trình $x = 5\cos 2\pi t$ (cm). Nếu tại một thời điểm nào đó vật có li độ $x = 3\text{cm}$ và đang chuyển động theo chiều dương thì sau đó 0,25 s vật có li độ là

- A. -4cm. B. 4cm. C. $\frac{5\sqrt{3}}{2}$ cm. D. $\frac{5\sqrt{2}}{2}$ cm.

Bài 2: Một nguồn phát sóng cơ học dao động với phương trình

$$u_0 = A \cos\left(\frac{\pi}{3}t + \varphi\right) \text{ cm.}$$

Coi biên độ sóng không đổi trong quá trình sóng truyền đi. Xét tại thời điểm t , điểm M trên phương truyền sóng cách nguồn

phát sóng một khoảng d , đang đi qua vị trí có li độ $\frac{A\sqrt{3}}{2}$ theo chiều âm. Vậy

sau thời điểm trên 10,5s thì điểm M sẽ đi qua vị trí có li độ

- A. $\frac{A\sqrt{2}}{2}$ theo chiều âm. B. $\frac{A}{2}$ theo chiều dương.
C. $\frac{A}{2}$ theo chiều âm. D. $\frac{A\sqrt{2}}{2}$ theo chiều dương.

Bài 3: Một mạch dao động điện từ lí tưởng đang có dao động điện từ. Tại thời điểm t_1 , điện tích trên một bản tụ điện cực đại $+Q_0$. Cách sau thời điểm t_1

khoảng thời gian là $\frac{T}{5}$ thì điện tích trên bản tụ này nhận giá trị nào?

Bài toán gốc 3: Bài toán cho phương trình dao động của vật $x = A \cos(\omega t + \varphi)$. Tìm thời điểm t vật qua li độ x^* nào đó lần thứ n ?

Chẳng hạn : Một vật dao động với phương trình $x = 4 \cdot \cos\left(4\pi t + \frac{\pi}{6}\right)$ cm. Vật qua vị trí $x = 2$ cm theo chiều dương lần thứ 3 vào thời điểm

- A. $\frac{9}{8}$ s. B. $\frac{11}{8}$ s. C. $\frac{5}{8}$ s. D. 1,5 s.

Phương pháp giải: Loại bài toán này cũng có nhiều cách giải, tuy nhiên ở đây chỉ chọn lọc 3 cách chính:

Cách 1: Dùng vòng tròn.

Vẽ vị trí xuất phát, tính góc ở tâm α rồi tính thời điểm t theo biểu thức $t = \frac{\alpha}{\omega}$.

Tuy hơi dài một chút nhưng *cách giải theo đường tròn là cách giải hay nhất cho thể loại bài toán này* vì nó tổng quát cho mọi trường hợp.

Cách 2: Thay tọa độ x^* vào phương trình dao động để thu được họ nghiệm thời điểm t theo các số nguyên k và m . Theo thứ tự, lần thứ n sẽ ứng giá trị cụ thể của k hoặc m . Biết k hoặc m , thay ngược trở lại ta được thời điểm t cần tìm. Cách giải này rất phức tạp khi không xét đến chiều chuyển động, nó chỉ đơn giản khi chỉ xét qua x^* theo 1 chiều nào đó mà thôi.

Cách 3: Dùng các công thức tính nhanh, mặc dù cách này khi giải thì rất đơn giản vì chỉ cần áp công thức vào là xong, nhưng việc nhớ được các trường hợp như liệt kê sau cũng là một vấn đề:

• Nếu không tính đến chiều chuyển động (dấu của v)

+ Nếu lần thứ n là số lẻ thì dùng công thức $t_n = t_1 + \frac{n-1}{2}T$. Với t_1 là

khoảng thời gian từ vị trí ban đầu đến tọa độ x^* lần thứ nhất.

+ Nếu n là chẵn thì dùng công thức $t_n = t_2 + \frac{n-2}{2}T$. Với t_2 là khoảng

thời gian từ vị trí ban đầu đến tọa độ x^* lần thứ hai.

• Nếu tính đến chiều chuyển động, vật qua tọa độ x^* theo 1 chiều nào đó lần thứ n thì: $t_n = t_1 + (n-1)T$

• Các trường hợp đặc biệt không phụ thuộc n chẵn hay lẻ:

+ Nếu qua vị trí cân bằng lần thứ n thì: $t_n = t_1 + \frac{n-1}{2}T$

+ Nếu qua điểm biên nào đó lần thứ n thì: $t_n = t_1 + (n - 1)T$

Chú ý thêm:

Nếu gặp bài toán tìm thời điểm vật cách vị trí cân bằng một đoạn L lần thứ n thì ngoài cách vẽ vòng tròn, ta có thể làm theo cách như sau:

Lấy n chia cho 4 được một số nguyên m và dư 1 hoặc 2 hoặc 3 hoặc 4 (phép chia bắt buộc phải để dư)

Chẳng hạn: $+ \frac{2011}{4} = 502 \text{ dư } 3$

+ Mặc dù $\frac{2012}{4} = 503$ nhưng ta sẽ viết $\frac{2012}{4} = 502 \text{ dư } 4$.

- Nếu dư 1 thì $t_n = t_1 + mT$ với t_1 là khoảng thời gian từ vị trí ban đầu đến vị trí cách vị trí cân bằng một đoạn L lần thứ nhất.
- Nếu dư 2 thì $t_n = t_2 + mT$ với t_2 là khoảng thời gian từ vị trí ban đầu đến vị trí cách vị trí cân bằng một đoạn L lần thứ hai.
- Nếu dư 3 thì $t_n = t_3 + mT$ với t_3 là khoảng thời gian từ vị trí ban đầu đến vị trí cách vị trí cân bằng một đoạn L lần thứ ba.
- Nếu dư 4 thì $t_n = t_4 + mT$ với t_4 là khoảng thời gian từ vị trí ban đầu đến vị trí cách vị trí cân bằng một đoạn L lần thứ tư.

Áp dụng cho thí dụ đã nêu ở trên:

Vật dao động điều hoà có $x = 4 \cdot \cos\left(4\pi t + \frac{\pi}{6}\right)$ cm. Tìm thời điểm vật qua vị trí $x = 2$ cm theo chiều dương lần thứ 3?

Giải:

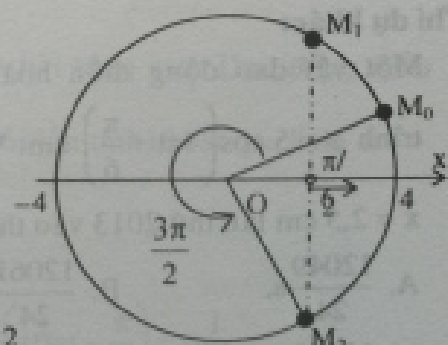
Cách 1:

Vì $\varphi = \frac{\pi}{6}$ nên vị trí ban đầu ứng với chuyển động tròn đều là M_0 . Vật qua $x = 2$ cm theo chiều dương tương ứng là điểm M_2 .

Lần thứ nhất, bán kính quét 1 góc ở tâm $3\pi/2$

Muốn qua lần thứ 3 thì phải quay thêm 2 vòng nữa (vì mỗi vòng quay, vật qua $x = 2$ cm theo chiều dương được 1 lần) tức là phải quét thêm 2.2π . Vậy tổng góc quét là

$$\alpha = \frac{3\pi}{2} + 2.2\pi = \frac{11\pi}{2} \text{ nên suy ra } t = \frac{\alpha}{\omega} = \frac{11\pi/2}{4\pi} = \frac{11}{8} \text{ s}$$



Cách 2:

Thời điểm vật qua vị trí $x = 2\text{cm}$ theo chiều dương thỏa mãn hệ:

$$\begin{cases} x = 4 \cdot \cos\left(4\pi t + \frac{\pi}{6}\right) = 2 \\ v = -16\pi \cdot \sin\left(4\pi t + \frac{\pi}{6}\right) > 0 \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} \cos\left(4\pi t + \frac{\pi}{6}\right) = \frac{1}{2} \\ \sin\left(4\pi t + \frac{\pi}{6}\right) < 0 \end{cases}$$

$$\Rightarrow \left(4\pi t + \frac{\pi}{6}\right) = -\frac{\pi}{3} + k2\pi \Rightarrow t = -\frac{1}{8} + k \cdot \frac{1}{2}$$

Để t không âm thì giá trị của k phải nhận từ 1, 2, 3, ... Và theo thứ tự của dãy số k được nhận thì lần thứ 3 sẽ ứng với $k = 3$.

$$\text{Thay } k = 3 \text{ vào chính biểu thức } t \text{ ở trên ta được } t = -\frac{1}{8} + 3 \cdot \frac{1}{2} = \frac{11}{8} \text{ s}$$

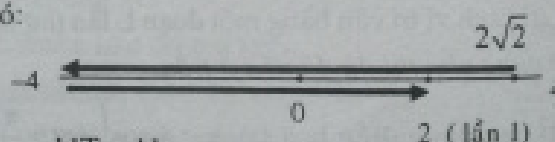
Cách 3:

Vì tính đến chiều chuyển động (vật qua vị trí $x = 2\text{cm}$ theo chiều dương lần thứ 3) nên công thức tính tương ứng cho trường hợp này là: $t_n = t_1 + (n-1)T$

$$\text{Ta có: } t_3 = t_1 + (3-1)T$$

Với t_1 là khoảng thời gian từ vị trí ban đầu đến vị trí $x = 2\text{cm}$ theo chiều dương lần thứ nhất, theo hình vẽ ta có:

$$t_1 = \frac{T}{6} + \frac{T}{2} + \frac{T}{12} = \frac{3T}{4}$$



$$\text{Vậy } t_3 = t_1 + (3-1)T = \frac{3T}{4} + 2T = \frac{11T}{4} = \frac{11}{8} \text{ s}$$

Thí dụ khác:

Một vật dao động điều hoà với phương

trình $x = 5 \cdot \cos\left(4\pi t + \frac{\pi}{6}\right) \text{ cm}$. Vật qua vị trí

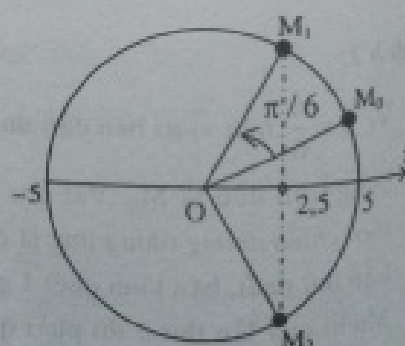
$x = 2,5 \text{ cm}$ lần thứ 2013 vào thời điểm

A. $\frac{12049}{24} \text{ s}$

B. $\frac{12061}{24} \text{ s}$

C. $\frac{12065}{24} \text{ s}$

D. $\frac{12073}{24} \text{ s}$



Giải

Đọc bài toán này, thấy không xét đến chiều chuyển động, do đó tốt nhất là không nên giải theo cách thứ 2, vì rằng khi giải phương trình lượng giác sẽ

có 2 họ nghiệm, việc chọn giá trị của k hoặc m ứng với lần thứ 2013 sẽ rất phức tạp. Vì vậy ta chỉ nên giải bài toán trên theo 2 cách: cách 1 và cách 3.

Cách tính thứ nhất:

- + Vị trí ban đầu ứng với chuyển động tròn đều là điểm M_0 . Vì chỉ tính vật qua điểm $x = 2,5$ cm mà không xét đến chiều chuyển động nên cứ mỗi vòng quay, vật qua vị trí này hai lần tương ứng là các điểm M_1 và M_2 trên vòng tròn

- + Lần thứ nhất, là đến điểm M_1 , so với OM_0 bán kính OM_1 đã quét 1 góc ở

$$\text{tâm } \frac{\pi}{3} - \frac{\pi}{6} = \frac{\pi}{6}$$

- + Muốn có lần thứ 2013, vật cần phải đi qua thêm 2012 lần nữa, vậy chuyển động tròn tương ứng phải quay thêm 1006 vòng. Tổng góc quét phải là:

$$\Delta\varphi = \frac{\pi}{6} + 1006 \cdot 2\pi = \frac{12073 \cdot \pi}{6} \Rightarrow t = \frac{\Delta\varphi}{\omega} = \frac{12073}{24} \text{ s}$$

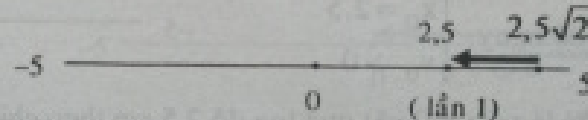
Cách tính thứ ba:

Vì không tính đến chiều chuyển động (vật qua vị trí $x = 2,5$ cm lần thứ 2013)

nên công thức tính tương ứng cho trường hợp này là: $t_n = t_1 + \frac{n-1}{2}T$.

$$\text{Ta có: } t_{2013} = t_1 + \frac{(2013-1)T}{2}$$

Với t_1 là khoảng thời gian từ vị trí ban đầu $2,5\sqrt{3}$ đến vị trí $x = 2,5$ cm lần thứ nhất, theo hình vẽ thì:

$$t_1 = \frac{T}{6} - \frac{T}{12} = \frac{T}{12}$$


$$\text{Nên } t_{2013} = \frac{T}{12} + \frac{2012T}{2} = \frac{12073T}{12} = \frac{12073}{24} \text{ s}$$

Nhằm nắm vững cách tính thứ hai, ta xét thêm bài toán sau: Dao động điều

hoà có phương trình $x = 2 \cos\left(10\pi t - \frac{\pi}{3}\right)$ cm. Hỏi lần thứ 10 vật qua li độ $x = -$

1 cm và đang tiến về VTCB vào thời điểm nào?

Giải

$$\text{Khi } x = -1 \text{ ta có: } -1 = 2 \cos\left(10\pi t - \frac{\pi}{3}\right) \Rightarrow \cos\left(10\pi t - \frac{\pi}{3}\right) = -\frac{1}{2}$$

$$\Rightarrow \left(10\pi t - \frac{\pi}{3}\right) = \pm \frac{2\pi}{3} + 2k\pi$$

Vật có tọa độ âm, và đang tiến về VTCB thì vật có vận tốc dương
 $\Rightarrow \sin\left(10\pi t - \frac{\pi}{3}\right) < 0$ nên chỉ chọn nghiệm $\left(10\pi t - \frac{\pi}{3}\right) = \frac{-2\pi}{3} + 2k\pi$
 $\Rightarrow t = \frac{-1}{30} + \frac{k}{5}$, và vì $t > 0$ nên $k = 1, 2, 3, \dots$

Theo thứ tự của k , lần thứ 10 sẽ ứng với $k = 10$ nên $t = \frac{-1}{30} + \frac{10}{5} = \frac{59}{30}$ (s)

Nhằm nắm vững cách tính thứ ba, ta xét thí dụ với nhiều tình huống giả định sau

Một vật nhỏ thực hiện dao động điều hòa theo phương trình:

$$x = 5\cos\left(4\pi t - \frac{\pi}{3}\right) \text{ cm}$$

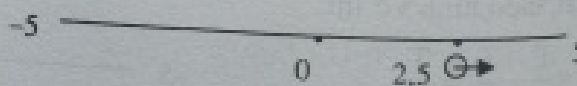
Tìm thời điểm:

- + Vật qua tọa độ $x^* = -2,5\sqrt{2}$ cm lần thứ 2012.
- + Vật qua tọa độ $x^* = -2,5\sqrt{2}$ cm lần thứ 2013.
- + Vật qua tọa độ $x^* = -2,5\sqrt{2}$ cm theo chiều dương lần thứ 2014.
- + Vật qua VTCB lần thứ 12.
- + Vật cách VTCB một khoảng $2,5\sqrt{2}$ cm lần thứ 2015.

Giải

Thay $t = 0$ vào phương trình của x và v ,

ta có ngay:
$$\begin{cases} x_0 = 2,5 \\ v_0 > 0 \end{cases}$$



Tức là tại $t = 0$ vật qua tọa độ 2,5 cm theo chiều dương như hình vẽ.

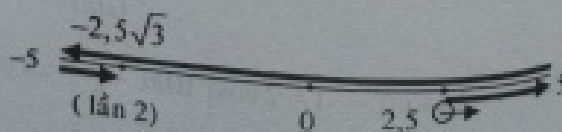
- + Với ý thứ nhất: Vật qua tọa độ $x^* = -2,5\sqrt{2}$ cm lần thứ 2012.

Vì 2012 là số chẵn nên ta có: $t_{2012} = t_2 + \frac{2012-2}{2}T$. Với t_2 là khoảng thời gian từ vị trí ban đầu đến tọa độ $x^* = -2,5\sqrt{2}$ cm lần thứ hai, theo hình vẽ, nó gồm 3 phần mũi tên nên

$$t_2 = \frac{T}{6} + \frac{T}{2} + \frac{T}{12} = \frac{3T}{4}$$

Vậy

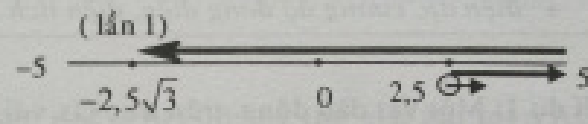
$$t_{2012} = \frac{3T}{4} + 1005T = \frac{4023T}{4} = \frac{4023}{8}s = 502,875s$$



+ Với ý thứ hai: Vật qua tọa độ $x^* = -2,5\sqrt{2}$ cm lần thứ 2013.

Vì 2013 là số lẻ nên ta có: $t_{2013} = t_1 + \frac{2013-1}{2}T$. Với t_1 là khoảng thời gian từ vị trí ban đầu đến tọa độ $x^* = -2,5\sqrt{2}$ cm lần thứ nhất.

Theo hình vẽ ta có

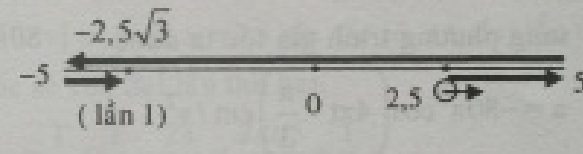
$$t_1 = \frac{T}{6} + \frac{T}{4} + \frac{T}{6} = \frac{7T}{12}$$


$$\text{Vậy } t_{2013} = \frac{7T}{12} + 1006T = \frac{12079T}{12} = \frac{12079}{24}s = 503,29s$$

+ Với ý thứ ba: Vật qua $x^* = -2,5\sqrt{2}$ cm theo chiều dương lần thứ 2014.

Ta có: $t_{2014} = t_1 + (2014-1)T$. Với t_1 là khoảng thời gian từ vị trí ban đầu đến tọa độ $x^* = -2,5\sqrt{2}$ cm vật đang chuyển động theo chiều dương lần thứ nhất.

Theo hình vẽ ta có

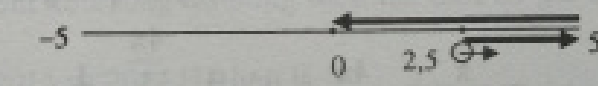
$$t_1 = \frac{T}{6} + \frac{T}{2} + \frac{T}{12} = \frac{3T}{4}$$


$$\text{Vậy } t_{2014} = \frac{3T}{4} + 2013T = \frac{8055T}{4} = \frac{8055}{8}s = 1006,875s$$

+ Với ý thứ tư:

Vật qua VTCB lần thứ 12.

Ta có

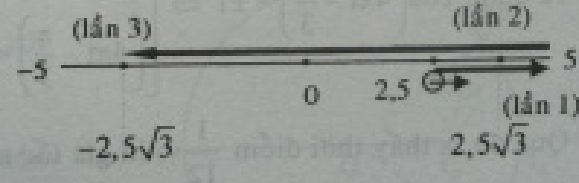
$$t_{12} = t_1 + \frac{12-1}{2}T = \frac{T}{6} + \frac{T}{4} + \frac{11.T}{2} = \frac{71.T}{12} = \frac{71}{24}s$$


+ Với ý thứ năm: Vật cách VTCB một khoảng $2,5\sqrt{2}$ cm lần thứ 2015.

Vì $\frac{2015}{4} = 503$ dư 3 nên ta có:

$$t_{2015} = t_3 + 503T$$

Theo hình vẽ thì

$$t_3 = \frac{T}{6} + \frac{T}{4} + \frac{T}{6} = \frac{7T}{12}$$


$$\Rightarrow t_{2015} = \frac{7T}{12} + 503T = \frac{6043T}{12} = \frac{6043}{24}s = 251,79s$$

Bài toán mở rộng: Từ việc tìm được thời điểm vật qua tọa độ x^* nào đó lần thứ n , một cách tương tự ta sẽ tìm được thời điểm:

- + vật nhận vận tốc hay gia tốc nào đó lần thứ n .
- + động năng bằng một giá trị nào đó của thế năng lần thứ n .
- + lực phục hồi hay lực đàn hồi nhận một độ lớn nào đó lần thứ n , v.v...
- + điện áp, cường độ dòng điện, điện tích nhận giá trị nào đó lần thứ n .

Ví dụ 1: Một vật dao động trên trục Ox với phương trình $x = 5\cos\left(4\pi t - \frac{\pi}{3}\right)$ cm

Tính từ lúc khảo sát dao động, vật đạt gia tốc cực đại lần thứ 2 vào thời điểm nào?

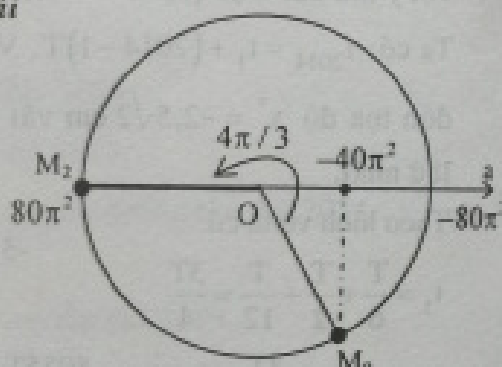
Giải

Từ phương trình dao động

$$x = 5\cos\left(4\pi t - \frac{\pi}{3}\right) \text{ cm chuyển}$$

sang phương trình gia tốc ta được

$$a = -80\pi^2 \cos\left(4\pi t - \frac{\pi}{3}\right) \text{ cm/s}^2$$



Cách 1:

- + Cực đại lần 2 của gia tốc ứng với điểm M_2 trên vòng tròn
- + So với OM_0 bán kính OM_2 đã quét góc ở tâm:

$$\alpha = \frac{\pi}{3} + \pi = \frac{4\pi}{3} \Rightarrow t = \frac{\alpha}{\omega} = \frac{\frac{4\pi}{3}}{4\pi} = \frac{1}{3} \text{ s}$$

Cách 2: Cho $a = -80\pi^2 \cos\left(4\pi t - \frac{\pi}{3}\right) = \pm 80\pi^2$

$$\text{Ta được } \cos\left(4\pi t - \frac{\pi}{3}\right) = \pm 1 \Rightarrow \begin{cases} 4\pi t - \frac{\pi}{3} = k2\pi \\ 4\pi t - \frac{\pi}{3} = \pi + m2\pi \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} t = \frac{1}{12} + k \cdot \frac{1}{2} \\ t = \frac{1}{3} + m \cdot \frac{1}{2} \end{cases}$$

Qua đó ta thấy thời điểm $\frac{1}{12}$ s thì gia tốc mới cực đại lần thứ nhất. Vậy thời

điểm để gia tốc cực đại lần thứ hai là $\frac{1}{3}$ s

Cách 3:

Sử dụng công thức tính nhanh $t_n = t_1 + \frac{n-1}{2}T$ có ngay

$$t_2 = t_1 + \frac{2-1}{2}T \text{ với } t_1 = \frac{T}{6}$$

$$\text{nên được } t_2 = \frac{T}{6} + \frac{1}{2}T = \frac{2T}{3} = \frac{1}{3}s$$



Ngoài 3 cách chuyên biệt đã giới thiệu, ta cũng có thể giải bài toán trên theo cách thông thường đã biết đó là tìm thời gian từ x_1 đến x_2 như sau:

$$\text{Tại } t_0 = 0 \text{ thì: } \begin{cases} x_0 = 2,5 \\ v_0 > 0 \end{cases}$$

Vì gia tốc $a = -\omega^2 x$

nên gia tốc sẽ đạt cực đại khi:



$$x = \pm A = \pm 5 \text{ cm}$$

Theo chiều chuyển động ban đầu, vị trí biên $x = +5$ gia tốc sẽ cực đại lần thứ nhất, chờ đến biên $x = -5$ gia tốc sẽ cực đại lần thứ hai.

$$\text{Để dàng ta có: } t = t_{2,5 \rightarrow -5} + t_{-5 \rightarrow -5} = \frac{T}{6} + \frac{T}{2} = \frac{2T}{3} = \frac{2 \cdot 0,5}{3} = \frac{1}{3} s$$

Ví dụ 2: Dòng điện xoay chiều qua một đoạn mạch RLC nào đó có biểu thức

$$i = I_0 \cos\left(100\pi t - \frac{\pi}{3}\right). \text{ Thời điểm để cường độ dòng điện tức thời có giá trị}$$

bằng giá trị hiệu dụng lần thứ 2013 và 2014 lần lượt là

A. $t_{2013} = \frac{23145}{1200} s; t_{2014} = \frac{23151}{1200} s.$

B. $t_{2013} = \frac{21103}{1200} s; t_{2014} = \frac{21121}{1200} s.$

C. $t_{2013} = \frac{24145}{1200} s; t_{2014} = \frac{24151}{1200} s.$

D. $t_{2013} = \frac{22145}{1200} s; t_{2014} = \frac{22151}{1200} s.$

Giải

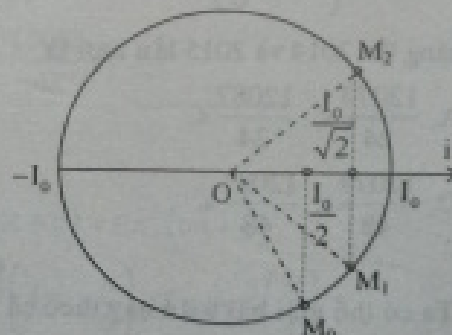
Vị trí đầu là $\frac{I_0}{2}$ tương ứng với

điểm M_0 trên vòng tròn.

Giá trị của cường độ dòng điện

hiệu dụng là $\frac{I_0}{\sqrt{2}}$ tương ứng với

hai điểm M_1 và M_2 như hình vẽ.



Vì trong một chu kỳ, cường độ dòng điện nhận giá trị $\frac{I_0}{\sqrt{2}}$ hai lần nên phương pháp giải đối với vòng tròn là tách số lần của đề bài thành số chẵn liền kề và nhỏ hơn nó với mục đích tìm được số chu kỳ dao động đầu tiên, rồi tùy thuộc vào lượng dư là 1 hoặc 2 để tìm nốt thời gian một hoặc hai lần cuối cùng còn lại, do đó:

+ Đối với lần thứ 2013, ta sẽ viết tách thành $2012 + 1$ để thời điểm cường độ dòng điện nhận giá trị $\frac{I_0}{\sqrt{2}}$ lần thứ 2013 được tính là $t_{2013} = \frac{2012}{2}T + t_1$ trong đó t_1 là khoảng thời gian để dịch chuyển trên cung M_0M_1 .

$$\text{Để dàng ta có } t_1 = t_{M_0 \rightarrow M_1} = t_{\frac{I_0}{2} \rightarrow \frac{I_0}{\sqrt{2}}} = \frac{T}{8} - \frac{T}{12} = \frac{T}{24}.$$

$$\text{Vậy } t_{2013} = 1006T + \frac{T}{24} = \frac{24145}{24}T = \frac{24145}{1200}s$$

+ Đối với lần thứ 2014, ta lại viết tách thành $2012 + 2$ để thời điểm cường độ dòng điện nhận giá trị $\frac{I_0}{\sqrt{2}}$ lần thứ 2014 được tính là

$$t_{2014} = \frac{2012}{2}T + t_2 \text{ với } t_2 \text{ là khoảng thời gian để dịch chuyển trên cung}$$

$$M_0M_2. \text{ Để dàng ta có } t_2 = t_{M_0 \rightarrow M_2} = t_{\frac{I_0}{2} \rightarrow I_0 \rightarrow \frac{I_0}{\sqrt{2}}} = \frac{T}{6} + \frac{T}{8} = \frac{7T}{24}$$

$$\text{Vậy } t_{2014} = 1006T + \frac{7T}{24} = \frac{24151}{24}T = \frac{24151}{1200}s \Rightarrow \text{Đáp án C.}$$

Ví dụ 3: Vật nặng trong con lắc lò xo dao động điều hòa với phương trình

$$x = A \cos\left(4\pi t + \frac{\pi}{6}\right) \text{ cm. Thời điểm chất điểm đi qua vị trí có động năng bằng thế}$$

năng lần 2014 và 2015 lần lượt là

$$A. \frac{12077}{24}s; \frac{12087}{24}s.$$

$$B. \frac{12079}{48}s; \frac{12085}{48}s.$$

$$C. \frac{12079}{48}s; \frac{12087}{48}s.$$

$$D. \frac{12079}{24}s; \frac{12085}{24}s.$$

Giải

Ta có thể giải bài toán này theo cả 3 cách như sau:

Cách giải 1

+ Tại t

với đ

+ Khi

$$\Rightarrow \frac{1}{2}$$

Do c

năng.

số li

số chu

khóa

+ Đối v

cho 4.

thứ 20

dịch ch

Vậy t_2

+ Đối với

năng b

t_1 là kho

Có ngay

Nên t_{201}

$\Rightarrow$ Đáp án B

Cách giải theo

Khi động n

$$\Rightarrow \cos^2\left(4\pi t\right)$$

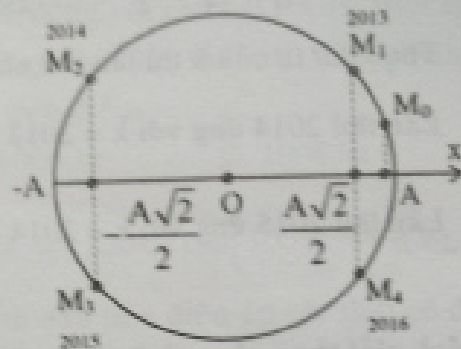
Cách giải theo vòng tròn:

+ Tại $t = 0$ thì $\begin{cases} x_0 = \frac{A\sqrt{3}}{3} \\ v_0 < 0 \end{cases}$ tương ứng

với điểm M_0 trên vòng tròn.

+ Khi $W_d = W_t$ thì $W = W_d + W_t = 2W_t$

$$\Rightarrow \frac{1}{2}kA^2 = 2 \cdot \frac{1}{2}kx^2 \Rightarrow x = \pm \frac{A\sqrt{2}}{2}$$



Do có 2 tọa độ nên trong một chu kỳ sẽ có 4 lần động năng bằng thế năng. Vì vậy ở phương pháp giải vòng tròn ta sẽ tách số lần để bài thành số liền kề, nhỏ hơn nó nhưng chia hết cho 4 (bội của 4) với mục đích tìm số chu kỳ dao động đầu tiên và lượng dư còn lại là bao nhiêu thì tìm nốt khoảng thời gian tương ứng. Với tư duy như vậy, cụ thể ta làm như sau:

+ Đối với lần thứ 2014 ta sẽ viết tách thành $2012 + 2$ (vì 2012 là số chia hết cho 4, liền kề và nhỏ hơn 2014) để thời điểm động năng bằng thế năng lần thứ 2014 được tính là $t_{2014} = \frac{2012}{4}T + t_2$ trong đó t_2 là khoảng thời gian để

dịch chuyển trên cung M_0M_2 . Dễ dàng ta có $t_2 = t_{M_0 \rightarrow M_2} = \frac{T}{6} + \frac{T}{8} = \frac{7T}{24}$

Vậy $t_{2014} = \frac{2012}{4}T + \frac{7T}{24} = \frac{12079}{24}T = \frac{12079}{48}s$

+ Đối với lần thứ 2015 thì ta lại viết tách thành $2012 + 3$ để thời điểm động năng bằng thế năng lần thứ 2015 được tính là $t_{2015} = \frac{2012}{4}T + t_3$ trong đó t_3 là khoảng thời gian để dịch chuyển trên cung M_0M_3 .

Có ngay $t_3 = t_{M_0 \rightarrow M_3} = \frac{T}{6} + \frac{T}{4} + \frac{T}{8} = \frac{13T}{24}$

Nên $t_{2015} = \frac{2012}{4}T + \frac{13T}{24} = \frac{12085}{24}T = \frac{12085}{48}s$

$\Rightarrow$ Đáp án B.

Cách giải theo giá trị của k hoặc m:

Khi động năng bằng thế năng thì: $\cos^2(\omega t + \varphi) = \sin^2(\omega t + \varphi)$

$$\Rightarrow \cos^2\left(4\pi + \frac{\pi}{6}\right) = \sin^2\left(4\pi + \frac{\pi}{6}\right) \Rightarrow \tan^2\left(4\pi + \frac{\pi}{6}\right) = 1 = \tan^2\left(\frac{\pi}{4}\right)$$

$$\Rightarrow \left(4\pi + \frac{\pi}{6} \right) = \frac{\pi}{4} + \frac{k\pi}{2} \Rightarrow t = \frac{1}{48} + \frac{k}{8} \text{ vì } t > 0 \text{ nên } k = 0, 1, 2, 3, 4, \dots$$

Theo thứ tự của k thì lần thứ nhất ứng với $k = 0$, vậy:

$$\text{Lần thứ 2014 ứng với } k = 2013 \text{ nên } t_{2014} = \frac{1}{48} + \frac{2013}{8} = \frac{12079}{48} \text{ s}$$

$$\text{Lần thứ 2015 ứng với } k = 2014 \text{ nên } t_{2015} = \frac{1}{48} + \frac{2014}{8} = \frac{12085}{48} \text{ s}$$

Cách giải theo công thức tính nhanh:

Vị trí ở đó $W_d = W_t$ là $x = \pm \frac{A\sqrt{2}}{2}$. Do 2 vị trí này đối xứng nhau qua VTCB

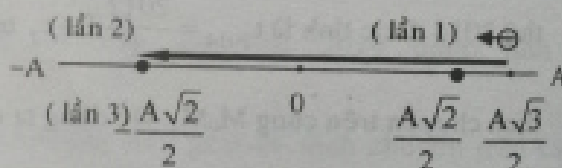
nên ta có thể quan niệm bài toán này là tìm thời điểm lần thứ 2014 và 2015

vật cách VTCB một khoảng $L = \frac{A\sqrt{2}}{2}$.

+ Đối với lần thứ 2014 thì $\frac{2014}{4} = 503$ dư 2 nên ta có: $t_{2014} = t_2 + 503T$

Theo hình vẽ thì

$$t_2 = \frac{T}{6} + \frac{T}{8} = \frac{7T}{24}$$



$$\text{Vậy } t_{2014} = \frac{7T}{24} + 503T = \frac{12079}{24} T = \frac{12079}{48} \text{ s}$$

+ Đối với lần thứ 2015 thì $\frac{2015}{4} = 503$ dư 3 nên ta có: $t_{2015} = t_3 + 503T$

$$\text{Để dàng có } t_3 = \frac{T}{6} + \frac{T}{4} + \frac{T}{8} = \frac{13T}{24} \Rightarrow t_{2015} = \frac{13T}{24} + 503T = \frac{12085}{24} T = \frac{12085}{48} \text{ s}$$

Bài tập vận dụng:

Bài 1: Một vật dao động với phương trình $x = A \cos\left(\omega t - \frac{\pi}{3}\right)$. Tốc độ trung bình

kể từ lúc vật bắt đầu dao động tới khi nó đi qua vị trí có li độ $x = -\frac{A}{2}$ theo

chiều âm lần thứ 2013 là

A. $\frac{4A}{T}$ B. $4,001 \frac{A}{T}$ C. $3,999 \frac{A}{T}$ D. $\frac{16100}{4023} \frac{A}{T}$

Bài 2: Con lắc lò xo sau khi được kích thích dao động với chu kỳ $T = 2s$. Biết tại thời điểm $0,1s$ thì động năng và thế năng bằng nhau lần thứ nhất. Động năng và thế năng bằng nhau lần thứ 2013 sẽ vào thời điểm

A. 2013,1s B. 1005,1s C. 1006,1s D. 1005,6s

Bài 3: Điện áp giữa hai đầu một đoạn mạch là $u = 220\sqrt{2} \cos\left(100\pi t - \frac{\pi}{2}\right) (V)$, t tính bằng s. Kể từ thời điểm $t = 0$, thời điểm đầu tiên điện áp tức thời có độ lớn bằng giá trị hiệu dụng và đang giảm là

A. $\frac{1}{400} (s)$ B. $\frac{2}{300} (s)$ C. $\frac{1}{600} (s)$ D. $\frac{3}{400} (s)$.

Bài toán gốc 4: Bài toán cho phương trình dao động của vật $x = A \cos(\omega t + \varphi)$. Cần tìm quãng đường và số lần vật đi qua li độ x^* từ thời điểm t_1 đến t_2 .

Về tư duy: Ta biết rằng, cứ trong một chu kỳ:

- * Vật đi được quãng đường bằng $4A$.
- * Vật đi qua li độ x^* bất kì 2 lần (không tính đến chiều chuyển động) hoặc 1 lần (khi tính đến chiều chuyển động)

Ngoài cách giải theo vòng tròn, ta có thể giải theo phương pháp sau:

Tính số chu kỳ dao động từ thời điểm t_1 đến t_2 : $\frac{t_2 - t_1}{T} = n, m$. Có 2 khả năng:

* Nếu $m = 0$ thì:

- > Quãng đường đi được: $S = n \cdot 4A$
- > Số lần vật đi qua x^* : $N = 2 \cdot n$ hoặc $N = 1 \cdot n$

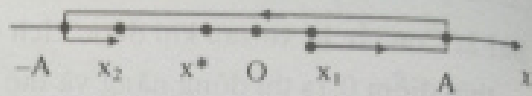
* Nếu $m \neq 0$ thì:

- Quãng đường vật đi được là: $S = n \cdot 4A + S_{\text{dư}}$
- Số lần vật đi qua x^* là: $N = 2n + N_{\text{dư}}$ hoặc $N = 1n + N_{\text{dư}}$

Đến đây, cần phải tính thêm $S_{\text{dư}}$ và số lần $N_{\text{dư}}$, làm như sau:

- + Thay $t = t_1$ vào phương trình $x = A \cos(\omega t + \varphi)$ và $v = -A \omega \sin(\omega t + \varphi)$ để biết chính xác tọa độ x_1 và dấu của vận tốc v_1 .
- + Thay $t = t_2$ vào phương trình $x = A \cos(\omega t + \varphi)$ và $v = -A \omega \sin(\omega t + \varphi)$ để biết chính xác tọa độ x_2 và dấu của vận tốc v_2 .
- + Vẽ hình mô tả trạng thái (x_1, v_1) và (x_2, v_2) rồi dựa vào hình vẽ để tính $S_{\text{dư}}$ và số lần $N_{\text{dư}}$ vật còn đi qua x^* trong phần lẻ của chu kỳ.

Ví dụ: $\begin{cases} x_1 > x^* > x_2 \\ v_1 > 0, v_2 > 0 \end{cases}$ ta có hình vẽ:



Bám dọc theo quỹ đạo của vật với hình vẽ này, trong phần lẻ của chu kỳ

+ Số lần vật đi qua x^* được thêm 1 lần nữa

+ Quãng đường vật đi thêm được:

$$S_{du} = (A - x_1) + 2A + (A - |x_2|) = 4A - x_1 - |x_2|.$$

Ví dụ 1: Một vật dao động điều hòa dọc theo trục Ox với phương trình

$$x = 6 \cos\left(4\pi t - \frac{\pi}{3}\right) \text{ (cm)}. \text{ Từ thời điểm } t_1 = \frac{2}{3} \text{ s đến thời điểm } t_2 = \frac{37}{12} \text{ s, hãy}$$

tính quãng đường vật đi được và cho biết số lần vật đi qua tọa độ $x^* = -1 \text{ cm}$.

Giải:

+ Ta có $\frac{t_2 - t_1}{T} = \frac{\frac{37}{12} - \frac{2}{3}}{\frac{2\pi}{4\pi}} = \frac{29}{6} = 4,83$. Như vậy trong khoảng thời gian này,

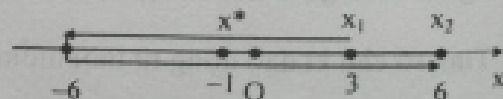
vật thực hiện được hơn 4 chu kỳ, ta có thể viết: $(t_2 - t_1) = 4.T + t_{du}$

Suy ra: quãng đường vật đi được $S = 4.4A + S_{du}$

và số lần vật đi qua x^* là $N = 2.4 + N_{du}$

+ Thay t_1 và t_2 vào các phương trình x và v ta biết được

$$\begin{cases} x_1 = 3 \text{ cm} \\ v_1 < 0 \end{cases} \text{ và } \begin{cases} x_2 = 6 \text{ cm} \\ v_2 = 0 \end{cases}$$



+ Qua hình vẽ ta thấy $S_{du} = 3 + 6 + 6 + 6 = 21 \text{ cm}$ và $N_{du} = 2$

Cuối cùng thu được kết quả bài toán: $S = 4.4A + S_{du} = 4.4.6 + 21 = 117 \text{ cm}$

Và số lần vật đi qua tọa độ $x^* = -1 \text{ cm}$ là $N = 2.4 + N_{du} = 2.4 + 2 = 10$

Ví dụ 2: Một vật dao động điều hòa dọc theo trục Ox với phương trình:

$$x = 5 \cos\left(\pi t + \frac{2\pi}{3}\right) \text{ cm}. \text{ Quãng đường vật đi được và số lần vật qua vị trí } x^* = 2 \text{ cm}$$

theo chiều âm từ thời điểm $t_1 = 2 \text{ s}$ đến thời điểm $t_2 = \frac{26,5}{3} \text{ s}$ là bao nhiêu?

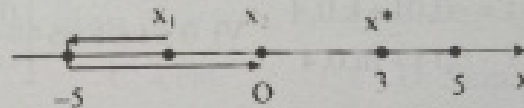
Giải

$$v_1 \frac{t_2 - t_1}{T} = \frac{\frac{26,5}{3} - 2}{\frac{2\pi}{\pi}} = 3,41 \text{ nên có thể viết } (t_2 - t_1) = 3.T + t_{du}$$

Suy ra: quãng đường vật đi được $S = 3.4A + S_{du}$
và số lần vật đi qua x^* là $N = 3.1 + N_{du}$ (vì chỉ tính theo 1 chiều)

Thay t_1 và t_2 vào các phương trình x và v ta biết được $\begin{cases} x_1 = -2,5 \text{ cm} \\ v_1 < 0 \end{cases}$

và $\begin{cases} x_2 = 0 \text{ cm} \\ v_2 > 0 \end{cases}$



Qua hình vẽ ta thấy $S_{du} = (A - |x_1|) + A = 2,5 + 5 = 7,5 \text{ cm}$ và $N_{du} = 0$

Cuối cùng thu được kết quả bài toán: $S = 3.4A + S_{du} = 3.4.5 + 7,5 = 67,5 \text{ cm}$

Và số lần vật đi qua tọa độ $x^* = 2 \text{ cm}$ là $N = 3.1 + N_{du} = 3.1 + 0 = 3$

Với bài toán chỉ tìm số lần, ngoài cách giải theo vòng tròn và cách giải đã nêu trên, ta có thể sử dụng thêm 1 trong 2 phương pháp sau:

Phương pháp đại số

- * Giải phương trình lượng giác để được các nghiệm của t theo k và m
- * Cho $t_1 \leq t \leq t_2 \Rightarrow$ Thu được phạm vi giá trị của k, m
- * Tổng số giá trị nguyên của k, m chính là số lần vật đi qua vị trí đó.

Phương pháp đồ thị

- + Dựa vào phương trình dao động, vẽ đồ thị hàm số của đại lượng khảo sát theo thời gian
- + Xác định số giao điểm của đồ thị với đường thẳng $x = x^*$ trong khoảng thời gian $[t_1, t_2]$ đã cho. Tổng số giao điểm sẽ cho biết số lần vật đi qua.

Trong 2 phương pháp trên thì phương pháp đồ thị là phức tạp vì phải xác định các điểm ranh giới, để đơn giản hơn sau đây ta chỉ xét phương pháp đại số.

Ví dụ 3: (Trích ĐTTS vào các trường Đại học khối A, 2009) Một chất điểm dao

động điều hòa theo phương trình $x = 3 \sin\left(5\pi t + \frac{\pi}{6}\right)$ (x tính bằng cm và t tính

bằng giây). Trong một giây đầu tiên từ thời điểm $t = 0$, chất điểm đi qua vị trí có li độ $x = +1 \text{ cm}$

A. 4 lần.

B. 5 lần.

C. 6 lần.

D. 7 lần.

Giải

$$\text{Có: } 3 \cdot \sin\left(5\pi t + \frac{\pi}{6}\right) = 1 \Rightarrow \sin\left(5\pi t + \frac{\pi}{6}\right) = \frac{1}{3}$$

$$\Rightarrow \begin{cases} 5\pi t + \frac{\pi}{6} = 0,11\pi + k.2\pi \\ 5\pi t + \frac{\pi}{6} = 0,89\pi + m.2\pi \end{cases}$$

$$\Rightarrow \begin{cases} t = -0,01 + k.0,4 \\ t = 0,14 + m.0,4 \end{cases} \quad \text{Vì } 0 \leq t \leq 1 \Rightarrow \begin{cases} 0,025 \leq k \leq 2,52 \\ -0,35 \leq m \leq 2,15 \end{cases} \text{ và } k, m \text{ nguyên nên}$$

$$\begin{cases} k = 1; 2 \\ m = 0; 1; 2 \end{cases} \Rightarrow \text{có tất cả 5 giá trị của } k \text{ và } m \Rightarrow \text{số lần đi qua là 5} \Rightarrow \text{Đáp án B.}$$

Bài toán mở rộng: Trên cơ sở bài toán tìm số lần vật đi qua li độ x^* từ thời điểm t_1 đến t_2 chúng ta có thể giải quyết được các bài toán tìm số lần để dao động đạt một trong các giá trị $v, a, W_b, W_d, F, \dots$ nào đó trong khoảng thời gian từ thời điểm t_1 đến t_2 .

Ví dụ : Giả sử điện áp đặt vào mạch RLC nào đó có phương trình

$$u = 22 \cos\left(4\pi t - \frac{\pi}{3}\right) \text{ (V)} \quad \text{Trong khoảng thời gian 1,2 s đầu tiên, số lần điện}$$

áp nhận giá trị $11\sqrt{2}$ V là

A. 5.

B. 7.

C. 4.

D. 6.

Giải:

Điện áp nhận giá trị $11\sqrt{2}$ V vào các thời điểm t thỏa mãn phương trình:

$$22 \cos\left(4\pi t - \frac{\pi}{3}\right) = 11\sqrt{2} \Rightarrow \begin{cases} \left(4\pi t - \frac{\pi}{3}\right) = \frac{\pi}{4} + 2k\pi \\ \left(4\pi t - \frac{\pi}{3}\right) = -\frac{\pi}{4} + 2m\pi \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} t = \frac{7}{48} + \frac{k}{2} \\ t = \frac{1}{48} + \frac{m}{2} \end{cases}$$

$$\text{Vì chỉ xét cho 1,2s đầu nên } 0 \leq t \leq 1,2 \Rightarrow \begin{cases} -0,29 \leq k \leq 2,1 \\ -0,04 \leq m \leq 2,35 \end{cases}$$

$$\text{Mặt khác } k, m \text{ chỉ nhận các giá trị nguyên nên, } \begin{cases} k = 0; 1; 2 \\ m = 0; 1; 2 \end{cases}$$

Có tất cả 6 giá trị của k và m nên số lần là 6 $\Rightarrow$ Đáp án D.

Bài tập tự luyện

Bài 1: Một vật dao động điều hòa với biên độ $A = 5$ cm. Tại thời điểm ban đầu vật có li độ $x = 2,5\sqrt{3}$ cm và đang chuyển động theo chiều dương. Sau một phần ba chu kỳ, vật đi được quãng đường bao nhiêu?

Bài 2: 1

Tính

đường

A. 2 c

Bài toán

Ví dụ: C

Lúc đ

ngắn n

A. 1/3

Muốn c

và theo

quay lại

-A

Cách 1:

Để thấy c

Vì $t_2 = 2t_1$

2 lần độ d

Do đó cung

$$\alpha_1 = \frac{2\pi}{3}$$

Khoảng thờ

để M_1 dịch

$$t = \frac{\alpha_1}{\omega_1} = \frac{2\pi}{3\omega_1}$$

$$t = \frac{\alpha_1}{\omega_1} = \frac{2\pi}{3\omega_1}$$

Bài 2: Một vật dao động điều hòa theo phương trình $x = A \cos\left(\omega t + \frac{\pi}{3}\right)$ cm.

Tính từ thời điểm ban đầu, sau khoảng thời gian $t = \frac{7T}{12}$ vật đi được quãng

đường 10 cm. Biên độ dao động của vật là

- A. 2 cm. B. 3 cm. C. 4 cm. D. 5 cm.

Bài toán gốc 5: Bài toán hai vật cùng dao động điều hòa

Ví dụ: Có hai vật dao động điều hoà cùng biên độ A , với tần số 3Hz và 6Hz.

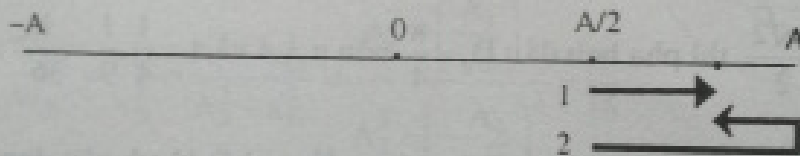
Lúc đầu hai vật đồng thời xuất phát từ vị trí có li độ $\frac{A}{2}$. Khoảng thời gian

ngắn nhất để hai vật có cùng một li độ là

- A. 1/35 s. B. 1/36 s. C. 1/27 s. D. 1/40 s.

Giải

Muốn có khoảng thời gian ngắn nhất thì 2 vật phải chuyển động cùng chiều và theo chiều dương, vật 2 chuyển động nhanh hơn nên ra đến biên trước rồi quay lại gặp vật 1 như hình vẽ.



Cách 1:

Để thấy cung M_0M chắn góc ở tâm $2\frac{\pi}{3}$

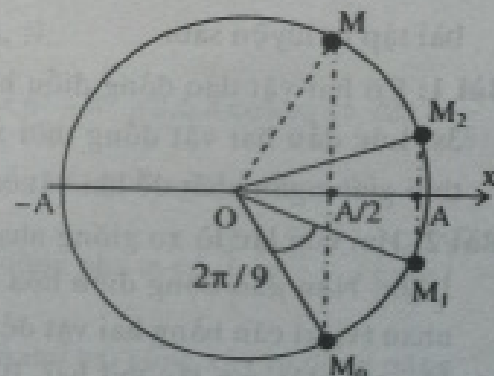
Vì $f_2 = 2f_1$ nên độ dài cung M_0M_2 gấp 2 lần độ dài cung M_0M_1 .

Do đó cung M_0M_1 chắn góc ở tâm là

$$\alpha_1 = \frac{2\pi}{3} : 3 = \frac{2\pi}{9}$$

Khoảng thời gian ngắn nhất để hai vật có cùng một li độ là khoảng thời gian để M_1 dịch chuyển trên cung M_0M_1 , nên ta được:

$$t = \frac{\alpha_1}{\omega_1} = \frac{\frac{2\pi}{9}}{2\pi f_1} = \frac{1}{9 \cdot 3} = \frac{1}{27} \text{ s}$$



Cách 2: Vì chúng đều xuất phát từ $\frac{A}{2}$ và chuyển động theo chiều dương nên pha ban đầu của chúng đều bằng $-\frac{\pi}{3}$. Do đó phương trình của từng vật là

$$x_1 = A \cos\left(\omega_1 t - \frac{\pi}{3}\right) \text{ và } x_2 = A \cos\left(\omega_2 t - \frac{\pi}{3}\right).$$

Khi chúng gặp nhau, chúng cùng tọa độ, $x_1 = x_2$ suy ra:

$$A \cos\left(\omega_1 t - \frac{\pi}{3}\right) = A \cos\left(\omega_2 t - \frac{\pi}{3}\right) \Rightarrow \left(\omega_1 t - \frac{\pi}{3}\right) = -\left(\omega_2 t - \frac{\pi}{3}\right)$$

$$\Rightarrow (\omega_1 + \omega_2)t = \frac{2\pi}{3} \Rightarrow t = \frac{2\pi}{3(\omega_1 + \omega_2)} = \frac{1}{27} \text{ s} \Rightarrow \text{Chọn C.}$$

Chú ý: Từ cách giải thứ 2 cho ta khái quát và xây dựng được biểu thức tổng

quát cho mọi trường hợp: $t = \frac{1}{n(f_1 + f_2)}$ với n là giá trị phụ thuộc vị trí xuất

phát:

Nếu là $\frac{A}{2}$ như bài toán trên thì pha ban đầu là $-\frac{\pi}{3}$ nên $n = 3$ và $t = \frac{1}{3} \cdot \frac{1}{9} = \frac{1}{27}$

Nếu giả sử là $\frac{A\sqrt{2}}{2}$ thì pha ban đầu là $-\frac{\pi}{4}$ nên $n = 4$ và $t = \frac{1}{4} \cdot \frac{1}{9} = \frac{1}{36} \text{ s}$, vv.

Từ đó các em sẽ biết cách tính cho vị trí ban đầu x bất kì và vận dụng cho bài tập tự luyện sau:

Bài 1: Có hai vật dao động điều hoà cùng biên độ $A = 7 \text{ cm}$, với chu kỳ 2s và 3s . Lúc đầu hai vật đồng thời xuất phát từ vị trí có li độ 4cm . Tìm khoảng thời gian ngắn nhất để hai vật có cùng một li độ?

Bài 2: Hai con lắc lò xo giống nhau có khối lượng vật nặng 10g , độ cứng lò xo $100\pi^2 \text{ N/m}$ dao động điều hòa dọc theo hai đường thẳng song song kề nhau (vị trí cân bằng hai vật đều ở gốc tọa độ). Biên độ của con lắc thứ nhất lớn gấp đôi con lắc thứ hai. Biết rằng hai vật gặp nhau khi chúng chuyển động ngược chiều nhau. Khoảng thời gian giữa ba lần hai vật nặng gặp nhau liên tiếp là

A. $0,03\text{s}$.

B. $0,02\text{s}$.

C. $0,04\text{s}$.

D. $0,01\text{s}$.

Ví dụ 2: Hai chất điểm M và N có cùng khối lượng, dao động điều hòa cùng tần số dọc theo hai đường thẳng song song kề nhau và song song với trục tọa độ

Ox. Vị trí cân bằng của M và của N đều ở trên một đường thẳng qua gốc tọa độ và vuông góc với Ox. Biên độ của M là 6 cm, của N là 8 cm. Trong quá trình dao động, khoảng cách lớn nhất giữa M và N theo phương Ox là 10 cm. Mốc thế năng tại vị trí cân bằng. Ở thời điểm mà M có động năng bằng thế năng, tỉ số động năng của M và động năng của N là

- A. $\frac{4}{3}$. B. $\frac{3}{4}$. C. $\frac{9}{16}$. D. $\frac{16}{9}$.

Cách 1:

Khoảng cách giữa 2 vật chính là hiệu giữa hai tọa độ $x = x_M - x_N$

Khoảng cách lớn nhất chính là biên độ $\bar{A} = \bar{A}_M - \bar{A}_N$. Do $A_M = 6\text{cm}$, $A_N = 8\text{cm}$, $A = 10\text{cm}$ nên tam giác có 3 cạnh A_M , A_N , A là tam giác vuông tại O.

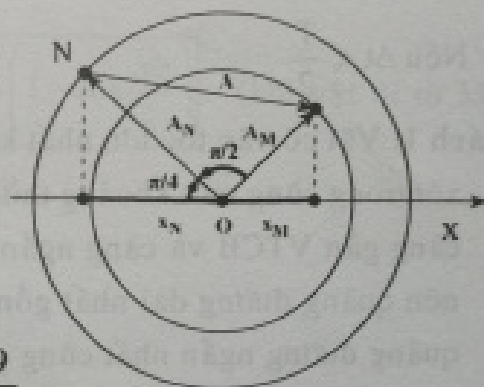
$$\text{Khi } W_{dM} = W_{tM} \Rightarrow x_M = \frac{A_1}{\sqrt{2}} \Rightarrow \varphi_1 = \frac{\pi}{4}$$

Theo hình vẽ thì góc hợp bởi bán kính ON với phần âm của trục Ox lúc đó

$$\text{bằng } \alpha = \frac{\pi}{4} \Rightarrow x_N = -\frac{A_2}{\sqrt{2}}$$

Vậy tỉ số động năng

$$\frac{W_{dM}}{W_{dN}} = \frac{v_M^2}{v_N^2} = \frac{A_1^2 - x_M^2}{A_2^2 - x_N^2} = \frac{A_1^2 - \left(\frac{A_1}{\sqrt{2}}\right)^2}{A_2^2 - \left(-\frac{A_2}{\sqrt{2}}\right)^2} = \frac{9}{16}$$



Cách 2: Khoảng cách giữa hai chất điểm M, N:

$$\bar{x} = \bar{x}_2 - \bar{x}_1 \Rightarrow (\bar{x})^2 = (\bar{x}_2 - \bar{x}_1)^2 \Rightarrow 10^2 = 6^2 + 8^2 - 2 \cdot 6 \cdot 8 \cdot \cos \Delta \varphi \Rightarrow \Delta \varphi = \frac{\pi}{2}$$

ở thời điểm mà chất điểm thứ nhất có động năng bằng thế năng thì

$$x_1 = \pm 3\sqrt{2}\text{cm}, \text{ sử dụng thêm tính chất vuông pha ta có } \left(\frac{3\sqrt{2}}{6}\right)^2 + \left(\frac{x_2}{8}\right)^2 = 1$$

sẽ thu được $x_1 = \pm 4\sqrt{2}\text{cm}$ nên chất điểm thứ hai cũng xảy ra động năng bằng thế năng

$$\text{Lúc đó tỉ số động năng giữa chúng } \frac{W_{dM}}{W_{dN}} = \frac{\frac{1}{2} W_M}{\frac{1}{2} W_N} = \left(\frac{6}{8}\right)^2 = \frac{9}{16}$$

Bài toán gốc 6: Bài toán tính quãng đường lớn nhất và nhỏ nhất vật đi được khi xét trong cùng khoảng thời gian Δt

Sẽ dĩ có loại bài toán này là do vật chuyển động không đều, lúc nhanh - lúc chậm nên khi xét trong cùng khoảng thời gian Δt như nhau vật sẽ đi được quãng đường là khác nhau.

Chẳng hạn: Một vật nhỏ thực hiện dao động điều hòa theo phương trình

$$x = 6 \cos\left(3\pi t + \frac{\pi}{4}\right) \text{ cm. So sánh trong những khoảng thời gian } \frac{T}{4} \text{ như nhau,}$$

quãng đường dài nhất, ngắn nhất mà vật có thể đi được là bao nhiêu?

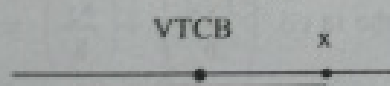
Phương pháp giải: Việc đầu tiên ta phải so sánh khoảng thời gian Δt mà bài toán cho với nửa chu kỳ $\frac{T}{2}$. Có 2 tình huống xảy ra:

- Nếu $\Delta t < \frac{T}{2}$

Cách 1: Vật có vận tốc lớn nhất khi qua VTCB, nhỏ nhất khi qua vị trí biên nên xét trong cùng một khoảng thời gian, quãng đường đi được càng dài khi vật ở càng gần VTCB và càng ngắn khi càng gần vị trí biên. Do có tính đối xứng nên quãng đường dài nhất gồm 2 phần bằng nhau đối xứng qua VTCB, còn quãng đường ngắn nhất cũng gồm 2 phần bằng nhau nhưng đối xứng qua vị trí biên. Vì vậy cách làm là: Chia khoảng thời gian Δt thành 2 phần bằng nhau, mỗi phần đó bằng $t = \frac{\Delta t}{2}$

Với quãng đường dài nhất thì trước hết tính vị trí x mà nó đến được sau khoảng thời gian t khi xuất phát từ VTCB theo biểu thức $t = \frac{1}{\omega} \arcsin \frac{|x|}{A}$ tức

$$\text{là } x = A \cdot \sin \omega t \text{ và } S_{\max} = 2x$$



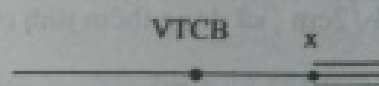
$$x = A \cdot \sin \omega t$$

$$S_{\max} = 2x$$

Với quãng đường ngắn nhất thì trước hết tính vị trí x mà nó đến được sau

khoảng thời gian t khi xuất phát từ vị trí biên theo biểu thức $t = \frac{1}{\omega} \arccos \frac{|x|}{A}$

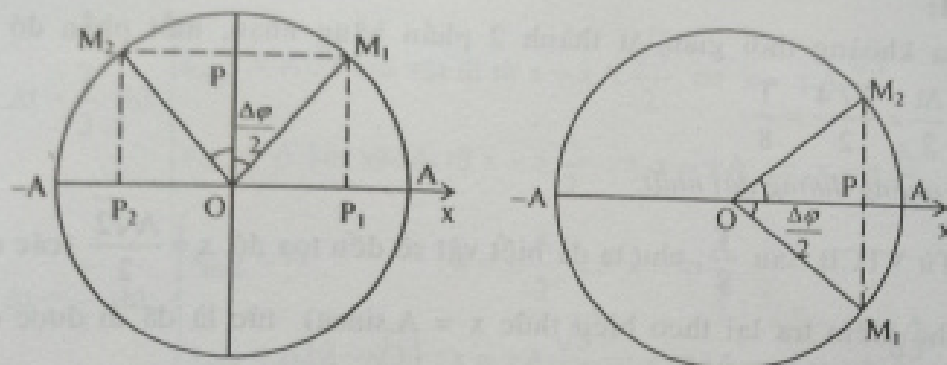
$$\text{tức là } x = A \cdot \cos \omega t \text{ và } S_{\min} = 2(A - x)$$



$$x = A \cdot \cos \omega t$$

$$S_{\min} = 2(A - x)$$

Cách 2: Dùng công thức tính nhanh:



+ Tính góc ở tâm mà bán kính quét được: $\Delta\varphi = \omega \cdot \Delta t$

+ Tính quãng đường lớn nhất: $S_{\max} = 2A \sin \frac{\Delta\varphi}{2}$ (khi vật đi từ M_1 đến M_2 đối xứng qua trục sin thẳng đứng)

+ Tính quãng đường nhỏ nhất: $S_{\min} = 2A \left(1 - \cos \frac{\Delta\varphi}{2} \right)$ (khi vật đi từ M_1 đến M_2 đối xứng qua trục cos nằm ngang)

• Nếu $\Delta t > \frac{T}{2}$

Từng bước ta làm như sau:

- Tách $\Delta t = n \frac{T}{2} + \Delta t'$ ở đó $n \in \mathbb{N}^+$; $\Delta t' < \frac{T}{2}$

- Với khoảng thời gian $n \frac{T}{2}$ thì quãng đường luôn là $2nA$

- Còn trong khoảng thời gian $\Delta t' < \frac{T}{2}$ thì quãng đường lớn nhất, nhỏ nhất được tính một trong 2 cách như trên.

Trở về bài toán mẫu: Một vật nhỏ thực hiện dao động với

$x = 6 \cos \left(3\pi t + \frac{\pi}{4} \right)$ cm. Xét trong cùng khoảng thời gian $\frac{T}{4}$ như nhau. Tìm

quãng đường dài nhất, ngắn nhất mà vật có thể đi được?

Ta làm như sau:

Nhận thấy ngay khoảng thời gian $\Delta t = \frac{T}{4} < \frac{T}{2}$ nên không phải tách thời gian mà tính luôn.

Cách 1:

Chia khoảng thời gian Δt thành 2 phần bằng nhau, mỗi phần đó bằng

$$t = \frac{\Delta t}{2} = \frac{T/4}{2} = \frac{T}{8}$$

Với quãng đường dài nhất:

Từ VTCB, sau $\frac{T}{8}$, như ta đã biết vật sẽ đến tọa độ $x = \frac{A\sqrt{2}}{2}$ (các em có

thể kiểm tra lại theo biểu thức $x = A \cdot \sin \omega t$) tức là đã đi được quãng

đường dài $S_1 = \frac{A\sqrt{2}}{2}$, vậy quãng đường dài nhất đạt được là:

$$S_{\max} = 2S_1 = 2 \cdot \frac{A\sqrt{2}}{2} = A\sqrt{2} = 6\sqrt{2} \text{ cm.}$$

Với quãng đường ngắn nhất:

Từ vị trí biên, sau $\frac{T}{8}$, như ta đã biết vật sẽ về đến tọa độ $x = \frac{A\sqrt{2}}{2}$

(có thể kiểm tra lại theo $x = A \cdot \cos \omega t$) tức là đã đi được quãng đường dài

$$S_1 = A - \frac{A\sqrt{2}}{2}$$

Vậy quãng đường ngắn nhất là: $S_{\min} = 2S_1 = 2A \left(1 - \frac{\sqrt{2}}{2} \right) = 12 \left(1 - \frac{\sqrt{2}}{2} \right) \text{ cm}$

Cách 2: Dùng công thức tính nhanh:

+ Tính góc ở tâm mà bán kính quét được: $\Delta \varphi = \omega \Delta t = \omega \cdot \frac{T}{4} = \frac{\omega T}{4} = \frac{2\pi}{4} = \frac{\pi}{2}$

+ $S_{\max} = 2A \sin \frac{\Delta \varphi}{2} = 2A \sin \frac{\frac{\pi}{2}}{2} = 2A \sin \frac{\pi}{4} = 2A \frac{\sqrt{2}}{2} = A\sqrt{2} = 6\sqrt{2} \text{ cm}$

+ $S_{\min} = 2A \left(1 - \cos \frac{\Delta \varphi}{2} \right) = 2 \cdot 6 \left(1 - \cos \frac{\pi}{4} \right) = 12 \left(1 - \frac{\sqrt{2}}{2} \right) \text{ cm}$

Với cả 2 cách tính trên, các em phải biết được sự dịch chuyển của vật trong

từng trường hợp, trong ví dụ này $\Delta t = \frac{T}{4}$ thì

$$\begin{cases} s_{\max} = A\sqrt{2} & : x = \mp A \frac{\sqrt{2}}{2} \Rightarrow x = \pm A \frac{\sqrt{2}}{2} \\ s_{\min} = A(2 - \sqrt{2}) & : x = \pm A \frac{\sqrt{2}}{2} \Rightarrow x = \pm A \Rightarrow x = \pm A \frac{\sqrt{2}}{2} \end{cases}$$

Tương tự cho các bài toán khác:

$$\text{Nếu } \Delta t = \frac{T}{3} \text{ thì } \begin{cases} s_{\max} = A\sqrt{3} \text{ khi vật đi từ } x = \pm A \frac{\sqrt{3}}{2} \Rightarrow x = \mp A \frac{\sqrt{3}}{2} \\ s_{\min} = A \text{ khi vật đi từ } x = \pm \frac{A}{2} \Rightarrow x = \pm A \Rightarrow x = \pm \frac{A}{2} \end{cases}$$

$$\text{Nếu } \Delta t = \frac{T}{3} \text{ thì: } \begin{cases} s_{\max} = A : x = \pm \frac{A}{2} \Rightarrow x = \mp \frac{A}{2} \\ s_{\min} = A(2 - \sqrt{3}) : x = \pm A \frac{\sqrt{3}}{2} \Rightarrow x = \pm A \Rightarrow x = \pm A \frac{\sqrt{3}}{2} \end{cases}$$

vv...

Ví dụ khác: Một vật nhỏ thực hiện dao động điều hòa theo phương trình $x = 7 \cos\left(4\pi t - \frac{\pi}{9}\right)$ cm. So sánh trong những khoảng thời gian $\frac{17}{12}$ s như nhau, quãng đường dài nhất và ngắn nhất mà vật có thể đi được là bao nhiêu?

Giải

$$\text{Có: } T = \frac{2\pi}{\omega} = \frac{2\pi}{4\pi} = \frac{1}{2} \text{ s} \Rightarrow \frac{T}{2} = \frac{1}{4} \text{ s}$$

$$\text{Để thấy } \frac{17}{12} \text{ s} > \frac{1}{4} \text{ s} \text{ tức là } \Delta t' > \frac{T}{2} \text{ nên có thể tách và viết thành: } \frac{17}{12} = 5\frac{T}{2} + \frac{T}{3}$$

$$+ \text{ Với } 5\frac{T}{2}, \text{ quãng đường là } 5.2A = 10A$$

$$+ \text{ Với } \frac{T}{3}, \text{ dùng một trong 2 cách tính đã nêu, ta có ngay } \begin{cases} s_{\max} = A\sqrt{3} \\ s_{\min} = A \end{cases}$$

Cho cả 2 khoảng thời gian này thì:

$$S_{\max} = 10A + A\sqrt{3} = A(10 + \sqrt{3}) = 7(10 + \sqrt{3}) \approx 82 \text{ cm}$$

$$\text{và } S_{\min} = 10A + A = 11A = 11.7 = 77 \text{ cm}$$

Để củng cố, ta xét thêm một ví dụ nữa: Hai con lắc lò xo dao động điều hòa trên hai đoạn thẳng song song. Tỷ số quãng đường đi được dài nhất của con lắc thứ nhất trong khoảng thời gian một phần ba chu kỳ và quãng đường đi được ngắn nhất của con lắc thứ hai trong khoảng thời gian một phần tư chu kỳ bằng Tỷ số biên độ dao động của con lắc thứ nhất và con lắc thứ hai bằng

A. $3(\sqrt{2} - 1)$. B. $(\sqrt{3} - 2)$. C. $2(\sqrt{2} - 1)$. D. $(\sqrt{3} - 1)$.

Giải

Trong $\frac{1}{3}T$ có $S_{\max} = A_1\sqrt{3}$

Trong $\frac{1}{4}T$ có $S_{\min} = 2A_2\left(1 - \frac{\sqrt{2}}{2}\right)$

Vậy $\frac{S_{\max}}{S_{\min}} = \frac{A_1\sqrt{3}}{2A_2\left(1 - \frac{\sqrt{2}}{2}\right)} = \sqrt{6}$ suy ra $\frac{A_1}{A_2} = 2(\sqrt{2} - 1)$

Bài toán mở rộng: Khi giải được bài toán quãng đường lớn nhất $S_{\max}$ và nhỏ nhất $S_{\min}$ mà vật đi được khi xét trong cùng khoảng thời gian Δt thì chúng ta sẽ làm được bài toán tìm tốc độ trung bình lớn nhất và nhỏ nhất của vật trong khoảng thời gian Δt .

Ngoài ra, gặp bài toán ngược là xét trong cùng quãng đường S , tìm khoảng thời gian dài nhất và ngắn nhất thì ta cũng làm tương tự:

+ Nếu $S < 2A$ ta sẽ dùng một trong 2 cách, để đơn giản ta nên dùng cách thứ 2 với

lưu ý rằng $S = 2A \sin \frac{\omega \cdot t_{\min}}{2}$ và $S = 2A \left(1 - \cos \frac{\omega \cdot t_{\max}}{2}\right)$

+ Nếu $S > 2A$ bắt buộc ta phải tách $S = n \cdot 2A + S'$

Tương ứng với thời gian sẽ là $t = n \frac{T}{2} + t'$

Rồi tìm tiếp $t'_{\min}$ và $t'_{\max}$ như trên

Ví dụ 1: Một vật nhỏ thực hiện dao động điều hòa với biên độ A , chu kì T . Xét trong cùng khoảng thời gian $\frac{2T}{3}$, tìm tốc độ trung bình nhỏ nhất mà vật đi được?

Giải

Ta thấy $\frac{2T}{3} > \frac{T}{2}$ và có thể viết $\frac{2T}{3} = \frac{T}{2} + \frac{T}{6}$.

Quãng đường mà vật đi được trong $\frac{T}{2}$ luôn là $2A$. Quãng đường nhỏ nhất trong $\frac{2T}{3}$ là do $\frac{T}{6}$ quyết định. Như vậy ta có:

$S_{\min} = 2A + 2A \left(1 - \cos \frac{\Delta \varphi}{2}\right) = 2A + 2A \left(1 - \cos \frac{\omega T / 6}{2}\right)$

$$S_{\min} = 2A + 2A \left(1 - \cos \frac{\pi}{6} \right) = 2A + A(2 - \sqrt{3}) = A(4 - \sqrt{3})$$

$$\text{Cuối cùng thu được } v_{\min} = \frac{S_{\min}}{\Delta t} = \frac{A(4 - \sqrt{3})}{2T/3} = \frac{3A(4 - \sqrt{3})}{2T}$$

Ví dụ 2: Một vật nhỏ thực hiện dao động điều hòa theo phương trình $x = 3\cos\left(4\pi t + \frac{\pi}{5}\right)$ cm. So sánh trong cùng quãng đường $S = 3\sqrt{3}$ cm như nhau. Tìm khoảng thời gian dài nhất và ngắn nhất?

Giải

Do $S = 3\sqrt{3}$ cm $< 3.2 = A.2 = 2A$ vì vậy dùng luôn công thức:

$$+ S = 2A \sin \frac{\omega.t_{\min}}{2} \Rightarrow \sin \frac{\omega.t_{\min}}{2} = \frac{S}{2A} = \frac{3\sqrt{3}}{2.3} = \frac{\sqrt{3}}{2}$$

$$\Rightarrow \frac{\omega.t_{\min}}{2} = \frac{\pi}{3} \Rightarrow t_{\min} = \frac{2\pi}{3\omega} = \frac{2\pi}{3.4\pi} = \frac{1}{6} \text{ s}$$

$$+ S = 2A \left(1 - \cos \frac{\omega.t_{\max}}{2} \right) \Rightarrow \cos \frac{\omega.t_{\max}}{2} = 1 - \frac{S}{2A} = 1 - \frac{3\sqrt{3}}{2.3} = 1 - \frac{\sqrt{3}}{2}$$

$$\Rightarrow \frac{\omega.t_{\max}}{2} = \arccos \left(1 - \frac{\sqrt{3}}{2} \right) \Rightarrow t_{\max} = \frac{2}{4\pi} \arccos \left(1 - \frac{\sqrt{3}}{2} \right) = 0,228 \text{ s}$$

Bài tập vận dụng:

Bài 1: Một vật dao động điều hòa trên trục Ox. Gọi t_1 và t_2 lần lượt là khoảng thời gian ngắn nhất và dài nhất để vật đi được quãng đường bằng biên độ. Tỷ số t_1/t_2 bằng

A. $\frac{1}{\sqrt{2}}$.

B. 2.

C. $1/2$.

D. $1/3$.

Bài 2: Một vật nhỏ thực hiện dao động điều hòa theo phương trình $x = 7\cos(\omega t - \pi/5)$ cm. So sánh trong những quãng đường 7 cm như nhau, khoảng thời gian ngắn nhất là 0,25s. Hãy tìm tần số góc?

Bài 3: Một vật nhỏ thực hiện dao động điều hòa với $A = 5$ cm. Xét trong cùng quãng đường 12 cm, thấy thời gian ngắn nhất là 0,8s. Hãy tìm số dao động mà vật thực hiện được trong mỗi phút?

Bài 4: Một vật nhỏ thực hiện dao động điều hòa với $A = 4$ cm. Xét trong cùng khoảng thời gian 3,2 s thấy quãng đường dài nhất mà vật đi được là 18cm. Nếu xét trong cùng khoảng thời gian 2,3 s thì quãng đường ngắn nhất vật đi được là bao nhiêu?

II. HƯỚNG DẪN SỬ DỤNG MÁY TÍNH CẦM TAY CASIO FX 570 - ES

ĐỂ GIẢI QUYẾT BÀI TOÁN TỔNG HỢP DAO ĐỘNG VÀ MỘT SỐ DẠNG TOÁN MẠCH ĐIỆN XOAY CHIỀU

Ví dụ 1: Một vật đồng thời thực hiện hai dao động điều hoà cùng phương, biểu thức có dạng $x_1 = \sqrt{3} \cos\left(2\pi t + \frac{\pi}{6}\right)$ (cm) và $x_2 = \cos\left(2\pi t + \frac{2\pi}{3}\right)$ (cm).

Phương trình dao động tổng hợp là

A. $x = 2 \cos\left(2\pi t + \frac{\pi}{6}\right)$ (cm).

B. $x = 2 \cos\left(2\pi t + \frac{\pi}{3}\right)$ (cm).

C. $x = \sqrt{3} \cos\left(2\pi t + \frac{\pi}{6}\right)$ (cm).

D. $x = \cos\left(2\pi t + \frac{\pi}{3}\right)$ (cm).

Để giải bài toán trên, ta có những cách sau

Cách 1:

Áp dụng lý thuyết về tổng hợp dao động trong sách giáo khoa vật lý 12, phương trình dao động tổng hợp có dạng $x = A \cos(2\pi t + \varphi)$ trong đó:

$$A = \sqrt{A_1^2 + A_2^2 + 2A_1A_2 \cos(\varphi_2 - \varphi_1)}$$

$$\text{nên } A = \sqrt{\left(\sqrt{3}\right)^2 + 1^2 + 2\sqrt{3} \cdot 1 \cos\left(\frac{2\pi}{3} - \frac{\pi}{6}\right)} = 2\text{cm}$$

$$\text{và } \tan \varphi = \frac{A_1 \sin \varphi_1 + A_2 \sin \varphi_2}{A_1 \cos \varphi_1 + A_2 \cos \varphi_2} \text{ nên } \tan \varphi = \frac{\sqrt{3} \sin \frac{\pi}{6} + 1 \cdot \sin \frac{2\pi}{3}}{\sqrt{3} \cos \frac{\pi}{6} + 1 \cdot \cos \frac{2\pi}{3}} = \sqrt{3} \Rightarrow \varphi = \frac{\pi}{3} \text{ rad}$$

Vậy phương trình dao động tổng hợp là $x = 2 \cos\left(2\pi t + \frac{\pi}{3}\right)$ (cm) $\Rightarrow$ Chọn B.

Cách 2:

Nhận thấy $\Delta\varphi = \varphi_2 - \varphi_1 = \frac{2\pi}{3} - \frac{\pi}{6} = \frac{\pi}{2}$, tức là $\overline{A_1} \perp \overline{A_2}$, nói cách khác nếu

dùng giản đồ Frexnen thì sẽ xuất hiện hình chữ nhật và việc tính toán sẽ đơn giản hơn cách 1, vì vậy ta có thể giải bài toán này theo phương pháp giản đồ vectơ Frexnen như sách giáo khoa đã hướng dẫn

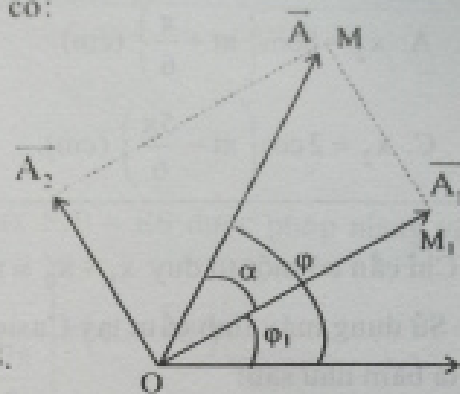
Do tam giác M_1MO vuông tại M_1 , nên ta có:

$$+ A = \sqrt{A_1^2 + A_2^2} = 2 \text{ cm}$$

$$+ \tan \alpha = \frac{A_1}{A_2} = \frac{1}{\sqrt{3}} \Rightarrow \alpha = \frac{\pi}{6}$$

$$\Rightarrow \varphi = \varphi_1 + \alpha = \frac{\pi}{6} + \frac{\pi}{6} = \frac{\pi}{3}$$

Nên $x = 2 \cos\left(2\pi t + \frac{\pi}{3}\right)$ (cm) và chọn B.



Cách 3:

Dùng máy tính Casio fx 570 – ES, bấm như sau:

Shift **MODE** **4**

MODE **2**

$$\sqrt{3} \text{ **Shift** **(-)** } \frac{\pi}{6} \text{ **+** } 1 \text{ **Shift** **(-)** } \frac{2\pi}{3} \text{ **Shift** **2** **3** **=**}$$

Màn hình sẽ hiện kết quả: $2\angle \frac{1}{3}\pi$

Nghĩa là biên độ $A = 2 \text{ cm}$ và pha ban đầu $\varphi = \frac{\pi}{3}$ nên ta sẽ chọn B.

Ai cũng phải khẳng định rằng, học vật lý, ta phải học cái cốt lõi để hiểu rõ được bản chất của sự vật hiện tượng, nắm được quy luật của sự vận động và những tác dụng của chúng để có thể áp dụng trong đời sống và khoa học kỹ thuật. Nhưng, khi làm bài thi trắc nghiệm, các em sẽ thích cách nào trong 3 cách trên? Cách nào sẽ đơn giản và nhanh hơn? Nếu chưa có câu trả lời, xin được trích dẫn thêm hai câu trong đề thi tuyển sinh đại học những năm gần đây:

Câu thứ nhất là câu về tổng hợp dao động, thuộc đề thi tuyển sinh vào các trường Đại học khối A năm 2010:

Dao động tổng hợp của hai dao động điều hòa cùng phương, cùng tần số có phương trình li độ $x = 3 \cos\left(\pi t - \frac{5\pi}{6}\right)$ (cm). Biết dao động thứ nhất có phương trình li độ $x_1 = 5 \cos\left(\pi t + \frac{\pi}{6}\right)$ (cm). Dao động thứ hai có phương trình li độ là

A. $x_2 = 8\cos\left(\pi t + \frac{\pi}{6}\right)$ (cm).

B. $x_2 = 2\cos\left(\pi t + \frac{\pi}{6}\right)$ (cm).

C. $x_2 = 2\cos\left(\pi t - \frac{5\pi}{6}\right)$ (cm).

D. $x_2 = 8\cos\left(\pi t - \frac{5\pi}{6}\right)$ (cm).

Chỉ cần có một tư duy $x_1 + x_2 = x$ thì x_2 cần tìm sẽ là $x_2 = x - x_1$

Sử dụng máy tính cầm tay Casio fx 570 - ES được phép mang vào phòng thi ta bấm như sau:

Shift **MODE** **4**

MODE **2**

3 **Shift** **(-)** **5** **Shift** **(-)** **π** **Shift** **2** **3** **=**

Màn hình hiện kết quả $8\angle -\frac{5}{6}\pi$

Và ta chỉ việc chọn và tô phương án D.

Câu thứ hai là bài toán hệ số công suất của mạch RLC thuộc đề thi tuyển sinh vào các trường Đại học khối A năm 2011:

Đoạn mạch AB gồm hai đoạn mạch AM và MB mắc nối tiếp. Đoạn mạch AM gồm điện trở thuần $R_1 = 40 \Omega$ mắc nối tiếp với tụ điện có điện dung

$C = \frac{10^{-3}}{4\pi}$ F, đoạn mạch MB gồm điện trở thuần R_2 mắc nối tiếp với cuộn

cảm thuần. Đặt vào A, B điện áp xoay chiều có giá trị hiệu dụng và tần số không đổi thì điện áp tức thời ở hai đầu đoạn mạch AM và MB lần lượt là :

$u_{AM} = 50\sqrt{2}\cos\left(100\pi t - \frac{7\pi}{12}\right)$ (V) và $u_{MB} = 150\cos 100\pi t$ (V). Hệ số công

suất của đoạn mạch AB là

A. 0,86.

B. 0,84.

C. 0,95.

D. 0,71.

Gặp câu này, trước hết ta tư duy :

$$\bar{Z}_{AB} = \frac{u_{AB}}{i} = \frac{(u_{AM} + u_{MB})}{\frac{u_{AM}}{\bar{Z}_{AM}}} = \left(1 + \frac{u_{MB}}{u_{AM}}\right) \bar{Z}_{AM}$$

$$\text{hay } \bar{Z}_{AB} = \left(1 + \frac{150}{50\sqrt{2} \angle \frac{-7\pi}{12}} \right) \times (40 - 40i)$$

Sau đó sử dụng máy tính cầm tay Casio fx 570 – ES được phép mang vào

phòng thi để nhập biểu thức: $\left(1 + \frac{150}{50\sqrt{2} \angle \frac{-7\pi}{12}} \right) \times (40 - 40i)$

ta bấm tiếp **SHIFT** **2** **1** **=**

Vì tính cos của nó nên bấm tiếp **cos** **=** thu được 0,842

Cuối cùng ta chỉ việc chọn và tô phương án B sao cho không bị nhoe và rách giấy!

Bây giờ ta thử xem, nếu giải câu này theo phương pháp vật lý thì ta phải làm như thế nào?

$$\text{Dung kháng } Z_C = \frac{1}{\omega C} = \frac{1}{100\pi \cdot \frac{10^{-3}}{4\pi}} = 40 \, \Omega$$

$$\text{và } \tan \varphi_{AM} = \frac{-Z_C}{R_1} = \frac{40}{40} = -1$$

$$\Rightarrow \varphi_{AM} = -\frac{\pi}{4}$$

Mà $\varphi_{AM} = \varphi_{u_{AM}} - \varphi_i \Rightarrow$ Pha của dòng điện

$$\varphi_i = \varphi_{u_{AM}} - \varphi_{AM} = -\frac{7\pi}{12} - \left(-\frac{\pi}{4} \right) = -\frac{\pi}{3}$$

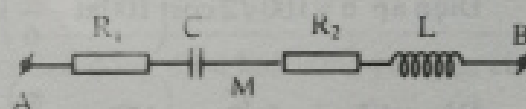
Đến đây, có nhiều cách để hoàn thiện bài toán:

Cách 1: Tìm pha của điện áp toàn mạch AB theo cách thông thường

$$\tan \varphi_{u_{AB}} = \frac{50\sqrt{2} \sin\left(-\frac{7\pi}{12}\right) + 150 \sin 0}{50\sqrt{2} \cos\left(-\frac{7\pi}{12}\right) + 150 \cos 0} = -0,519 \Rightarrow \varphi_{u_{AB}} = -0,479 \text{ rad}$$

$$\Rightarrow \cos \varphi_{AB} = \cos(\varphi_{u_{AB}} - \varphi_i) = \cos\left(-0,479 + \frac{\pi}{3}\right) = 0,843$$

$\Rightarrow$ Đáp án B.



Cách 2:

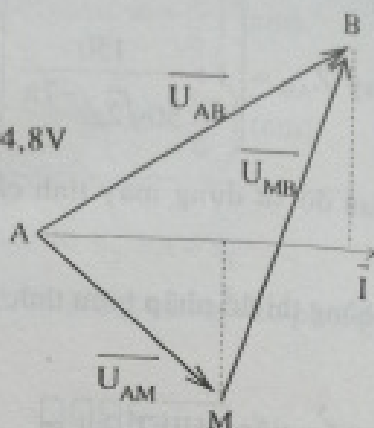
Theo tổng hợp dao động ta có

$$U_{AB} = \sqrt{U_{AM}^2 + U_{MB}^2 + 2U_{AM} \cdot U_{MB} \cos \frac{7\pi}{12}} = 104,8V$$

Theo giản đồ vectơ hình bên thì

$$U_{AB} \cos \varphi_{AB} = U_{AM} \cos \varphi_{AM} + U_{MB} \cos \varphi_{MB}$$

Từ đây ta được $\cos \varphi_{AB} = 0,84$



Để hiểu và dùng được máy tính cầm tay Casio fx 570 - ES cho các ví dụ nêu trên cũng như các bài toán khác nữa, chúng ta cần nắm bắt một số ý chính sau:

+ Số phức có thể viết theo 2 kiểu: $a + bi$ hoặc $r \angle \varphi$ trong đó

• Đối với dao động cơ hay dao động điện thì viết theo kiểu $r \angle \varphi$

Chẳng hạn: Dao động $x = 3 \cos\left(\pi t + \frac{5\pi}{6}\right)$ được viết là $3 \angle \frac{5\pi}{6}$

Điện áp $u = 100\sqrt{2} \cos\left(100\pi t - \frac{\pi}{6}\right)$ (V) được viết là $100\sqrt{2} \angle -\frac{\pi}{6}$

Dòng điện $i = 5\sqrt{2} \cos\left(120\pi t + \frac{\pi}{4}\right)$ được viết là $5\sqrt{2} \angle \frac{\pi}{4}$

• Đối với các phần tử R, Z_L, Z_C thì viết theo kiểu $a + bi$ với quan niệm xem k như một số phức nhưng chỉ có phần thực a (vì nằm trên trục hoành). Z_L và Z_C là số phức chỉ có phần ảo b (vì nằm trên trục tung), do Z_L nằm ở phía dương nên được biểu diễn là hi còn Z_C nằm ở phía âm nên được biểu diễn là $-hi$.

Chẳng hạn:

Mạch gồm $R = 100 \Omega, Z_C = 80 \Omega$ sẽ viết theo hàm phức là $100 - 80i$

Mạch chỉ có $Z_C = 80 \Omega$ sẽ viết là $-80i$

Mạch gồm $R = 70 \Omega, Z_L = 40 \Omega$ sẽ viết $70 + 40i$

Mạch gồm $R = 70 \Omega, Z_L = 25 \Omega, Z_C = 40 \Omega$ sẽ viết $70 + (25 - 40)i$ hay viết gọn hơn là $70 - 15i$

Mạch gồm $Z_L = 40 \Omega, Z_C = 25 \Omega$ sẽ viết $(40 - 25)i$ hay $15i$

+ Khi máy

và phần

chúng ta

+ Để thực h

- Chuyể

- Chuyể

- Để nh

- Để xu

Nhờ rằng

là độ hay

- Nếu ch

chữ D

- Nếu ch

chữ R

Với bài to

nhất $i = \frac{1}{R}$

Ví dụ 2: Một

tần số, biểu th

và $x_3 = 8 \cos(\omega t)$

A. $x = 6\sqrt{2} \cos(\omega t)$

C. $x = 6\sqrt{2} \cos(\omega t)$

Cách 1: Nhận th

vậy ta dùng c

$A_x = A_1 \cos \varphi_1$

$= 2\sqrt{3} \cdot \frac{\sqrt{3}}{2} +$

- + Khi máy tính hiển thị ở dạng đại số $a + bi$, thì chúng ta sẽ biết được phần thực và phần ảo của số phức. Còn khi máy tính hiển thị ở dạng lượng giác $A \angle \varphi$ thì chúng ta sẽ biết được độ dài (modul) và góc φ (argumen) của số phức.
- + Để thực hiện phép tính về số phức, bấm: **MODE** **2** màn hình xuất hiện **CMPLX**
 - Chuyển từ dạng: $a + bi$ sang dạng $A \angle \varphi$, bấm **SHIFT** **2** **3** **=**
 - Chuyển từ dạng $A \angle \varphi$ sang dạng: $a + bi$, bấm **SHIFT** **2** **4** **=**
 - Để nhập ký hiệu ngăn cách $\angle$ bấm: **SHIFT** **(-)**
 - Để xuất hiện chữ i , bấm: **ENG**

Nhớ rằng trước khi nhập các số liệu thì phải thống nhất được đơn vị đo góc là độ hay radian

- Nếu chọn đơn vị đo là độ (**D**), bấm: **SHIFT** **MODE** **3** màn hình hiển thị chữ **D**
- Nếu chọn đơn vị đo là Rad (**R**), bấm: **SHIFT** **MODE** **4** màn hình hiển thị chữ **R**

Với bài toán mạch xoay chiều, chúng ta chỉ cần dùng MỘT công thức duy

nhất $i = \frac{u}{R + (Z_L - Z_C)i}$ áp dụng cho từng đoạn mạch để giải.

Ví dụ 2: Một vật đồng thời thực hiện ba dao động điều hoà cùng phương, cùng tần số, biểu thức có dạng $x_1 = 2\sqrt{3}\cos\left(2\pi t - \frac{\pi}{6}\right)$ (cm); $x_2 = 4\cos\left(2\pi t - \frac{\pi}{3}\right)$ (cm) và $x_3 = 8\cos(2\pi t - \pi)$ (cm). Phương trình của dao động tổng hợp là

- | | |
|---|--|
| A. $x = 6\sqrt{2}\cos\left(2\pi t - \frac{\pi}{4}\right)$ (cm). | B. $x = 6\cos\left(2\pi t + \frac{2\pi}{3}\right)$ (cm). |
| C. $x = 6\sqrt{2}\sin\left(2\pi t - \frac{\pi}{6}\right)$ (cm). | D. $x = 6\cos\left(2\pi t - \frac{2\pi}{3}\right)$ (cm). |

Giải

Cách 1: Nhận thấy 3 dao động thành phần không có dấu hiệu nào đặc biệt, vì vậy ta dùng công thức tổng quát:

$$\begin{aligned} A_x &= A_1\cos\varphi_1 + A_2\cos\varphi_2 + A_3\cos\varphi_3 = 2\sqrt{3}\cos\left(-\frac{\pi}{6}\right) + 4\cos\left(-\frac{\pi}{3}\right) + 8\cos(-\pi) \\ &= 2\sqrt{3} \cdot \frac{\sqrt{3}}{2} + 4 \cdot \frac{1}{2} + 8(-1) = -3 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} \text{Và } A_y &= A_1 \sin \varphi_1 + A_2 \sin \varphi_2 + A_3 \sin \varphi_3 = 2\sqrt{3} \sin\left(-\frac{\pi}{6}\right) + 4 \sin\left(-\frac{\pi}{3}\right) + 8 \sin(-\pi) \\ &= 2\sqrt{3} \cdot \left(-\frac{1}{2}\right) + 4 \cdot \left(-\frac{\sqrt{3}}{2}\right) + 8 \cdot 0 = -3\sqrt{3} \end{aligned}$$

$$\text{Nên } A = \sqrt{A_x^2 + A_y^2} = \sqrt{(-3)^2 + (-3\sqrt{3})^2} = 6 \text{ cm}$$

$$\tan \varphi = \frac{A_y}{A_x} = \frac{-3\sqrt{3}}{-3} = \sqrt{3} \Rightarrow \varphi = -\frac{2\pi}{3}$$

$$\text{Vậy } x = 6 \cdot \cos\left(2\pi t - \frac{2\pi}{3}\right) \text{ (cm)}$$

$\Rightarrow$ Chọn D.

Cách 2: Sử dụng máy tính cầm tay Casio fx 570 - ES

Sau khi bấm **[Shift] [MODE] [4]** để chọn đơn vị là radian và bấm **[MODE] [2]** để chọn hàm phức thì bấm tiếp phép tính:

$$2\sqrt{3} \text{ [Shift] } \left[(-)\right] \frac{\pi}{6} \text{ [÷] } 4 \text{ [Shift] } \left[(-)\right] \frac{\pi}{3} \text{ [÷] } 8 \text{ [Shift] } \left[(-)\right] \pi \text{ [Shift] } \left[\frac{\pi}{2}\right] \left[\frac{\pi}{3}\right] \left[\frac{\pi}{4}\right]$$

$$6 \angle -\frac{2}{3}\pi \Rightarrow \text{Chọn D.}$$

Vận dụng 1: Tìm dao động tổng hợp của

$$\begin{cases} x_1 = \sqrt{3} \cos\left(100\pi t + \frac{\pi}{3}\right) \text{ (cm)} \\ x_2 = \cos\left(100\pi t - \frac{\pi}{6}\right) \text{ (cm)} \end{cases}$$

Bấm: $\sqrt{3}$ **[Shift] [(-)]** $\frac{\pi}{3}$ **[÷]** 1 **[Shift] [(-)]** $-\frac{\pi}{6}$ **[Shift] [2] [3] [=]** kết quả $2 \angle \frac{\pi}{6}$

Vậy $A = 2 \text{ cm}$ và $\varphi = \frac{\pi}{6} \text{ rad}$ nên dao động tổng hợp $x = 2 \cos\left(100\pi t + \frac{\pi}{6}\right) \text{ (cm)}$

Vận dụng 2:

$$\begin{cases} x_1 = \frac{\sqrt{2}}{3} \cos(7\pi t) \text{ (cm)} \\ x_2 = 2 \cos\left(7\pi t + \frac{\pi}{4}\right) \text{ (cm)} \\ x_3 = \sqrt{2} \cos\left(7\pi t - \frac{\pi}{2}\right) \text{ (cm)} \end{cases}$$

Bá

Vậ

Vận đ

Bán

Vây

Ví dụ

theo ph

phương

còn thấy

ba vật lu

A. $x_3 =$

C. $x_3 =$

Vì vật (2

$$x_2 = \frac{x_1 +}{2}$$

Cách 1:

Coi $\begin{cases} x_4 = \\ x_5 = \end{cases}$

Lúc đó ta có

$$x_3 = x_4 + x_5$$

Bấm: $\frac{\sqrt{2}}{3}$ Shift (-) 0 + 2 Shift (-) $\frac{\pi}{4}$ + $\sqrt{2}$ Shift (-) $-\frac{\pi}{2}$ Shift 2 3 = $4\frac{\sqrt{2}}{3}$

Vậy $A = 4\frac{\sqrt{2}}{3}$ cm và $\varphi = 0 \Rightarrow$ dao động tổng hợp $x = \frac{4\sqrt{2}}{3} \cos 7\pi t$ (cm)

Vận dụng 3:
$$\begin{cases} x_1 = 3 \cos\left(5\pi t + \frac{\pi}{4}\right) \text{ (cm)} \\ x_2 = 3\sqrt{3} \cos\left(5\pi t - \frac{\pi}{4}\right) \text{ (cm)} \end{cases}$$

Bấm: 3 Shift (-) $\frac{\pi}{4}$ + $3\sqrt{3}$ Shift (-) $-\frac{\pi}{4}$ Shift 2 3 = $6\angle -\frac{\pi}{12}$

Vậy phương trình dao động tổng hợp là $x = 6 \cos\left(5\pi t - \frac{\pi}{12}\right)$ (cm)

Ví dụ 3: Ba vật nhỏ trong ba con lắc lò xo theo thứ tự (1), (2) và (3) dao động theo phương thẳng đứng trong cùng một hệ trục tọa độ. vật (1) và (2) đã biết phương trình là $x_1 = 4 \cos\left(5\pi t - \frac{\pi}{2}\right)$ cm và $x_2 = 2 \cos\left(5\pi t + \frac{\pi}{6}\right)$ cm. Ngoài ra còn thấy rằng trong quá trình dao động, vật (2) luôn cách đều vật (1) và (3) và ba vật luôn nằm trên một đường thẳng. Phương trình dao động của vật thứ (3) là

- A. $x_3 = 4\sqrt{3} \cos\left(5\pi t + \frac{\pi}{3}\right)$ cm B. $x_3 = 4 \cos\left(5\pi t - \frac{2\pi}{3}\right)$ cm
C. $x_3 = 4 \cos\left(5\pi t + \frac{\pi}{3}\right)$ cm D. $x_3 = 4\sqrt{3} \cos\left(5\pi t - \frac{2\pi}{3}\right)$ cm

Giải

Vì vật (2) cách đều vật (1) và (3) nên ta có:

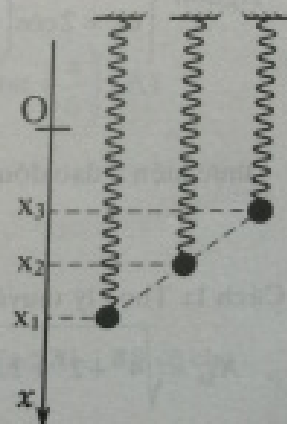
$$x_2 = \frac{x_1 + x_3}{2} \Rightarrow x_3 = 2x_2 - x_1$$

Cách 1:

Coi
$$\begin{cases} x_4 = 2x_2 = 4 \cos\left(5\pi t + \frac{\pi}{6}\right) \text{ cm} \\ x_5 = -x_1 = -4 \cos\left(5\pi t - \frac{\pi}{2}\right) = 4 \cos\left(5\pi t + \frac{\pi}{2}\right) \text{ cm} \end{cases}$$

Lúc đó ta cần tìm phương trình dao động của vật (3) theo

$$x_3 = x_4 + x_5 = A \cos(5\pi t + \varphi) \text{ cm.}$$



Sử dụng công thức lý thuyết ta có:
$$\begin{cases} A = \sqrt{4^2 + 4^2 + 2 \cdot 4 \cdot 4 \cdot \cos \frac{\pi}{3}} = 4\sqrt{3} \text{ cm} \\ \tan \varphi = \frac{4 \sin \frac{\pi}{6} + 4 \sin \frac{\pi}{2}}{4 \cos \frac{\pi}{6} + 4 \cos \frac{\pi}{2}} = \sqrt{3} \Rightarrow \varphi = \frac{\pi}{3} \end{cases}$$

Vậy phương trình dao động của vật thứ (3) là: $x_3 = 4\sqrt{3} \cos \left(5\pi t + \frac{\pi}{3} \right) \text{ cm}$.

Cách 2: Vì $x_3 = 2x_2 - x_1$ nên bấm máy tính

$\boxed{\text{Shift}} \boxed{\text{MODE}} \boxed{4}$

$\boxed{\text{MODE}} \boxed{2}$

$2 \boxed{2} \boxed{\text{Shift}} \boxed{(-)} \boxed{\frac{\pi}{6}} \boxed{)} \boxed{-} \boxed{4} \boxed{\text{Shift}} \boxed{(-)} \boxed{\frac{\pi}{2}} \boxed{\text{Shift}} \boxed{2} \boxed{3} \boxed{=}$

Hiện kết quả $4\sqrt{3} < \frac{\pi}{3} \Rightarrow$ Chọn A.

Ví dụ 4: Tại hai điểm A và B trên mặt chất lỏng có hai nguồn phát sóng cùng phương $u_A = 4 \cos \omega t$ (cm) và $u_B = 2 \cos \left(\omega t + \frac{\pi}{3} \right)$ (cm), coi biên độ sóng không đổi khi truyền đi. Biên độ sóng tổng hợp tại trung điểm của đoạn AB là

A. 0. B. 5,3 cm. C. 4 cm. D. 6 cm.

Giải

Nguồn $\begin{cases} u_A = 4 \cos \omega t \\ u_B = 2 \cos \left(\omega t + \frac{\pi}{3} \right) \end{cases}$ cùng lan truyền tới M với $d_1 = d_2 = d$ nên tại M

thực hiện 2 dao động thành phần: $\begin{cases} u_{AM} = 4 \cos \left(\omega t - \frac{2\pi d}{\lambda} \right) \\ u_{BM} = 2 \cos \left(\omega t + \frac{\pi}{3} - \frac{2\pi d}{\lambda} \right) \end{cases}$

Cách 1: Theo lý thuyết về tổng hợp dao động ta có biên độ

$$A_M = \sqrt{4^2 + 2^2 + 2 \cdot 4 \cdot 2 \cdot \cos \left(\frac{\pi}{3} + \frac{2\pi}{\lambda} (d - d) \right)} = 5,3 \text{ cm} \Rightarrow \text{Chọn B.}$$

Cách 2: Bấm máy $4 \boxed{+} 2 \boxed{\text{Shift}} \boxed{(-)} \boxed{\frac{\pi}{3}} \boxed{\text{Shift}} \boxed{2} \boxed{3} \boxed{=}$ kết quả $2\sqrt{7} \approx 5,3 \text{ cm}$

Ví dụ 5:

nối tiếp c

và $C = 15$

A. $i = 2$

C. $i = 2$

Cách 1:

- Tần s

- Cảm l

- Dung

- Tổng t

- Biểu th

+ Về

+ Về

Mặt khác

Vậy biểu th

$\Rightarrow$ Chọn A.

Cách 2: Lập bi

Nhập biểu th

kết quả $2\sqrt{2}$.

Ví dụ 5: Hiệu điện thế xoay chiều đặt vào hai đầu đoạn mạch R, L, C ghép nối tiếp có biểu thức: $u = 400 \cos\left(100\pi t - \frac{\pi}{12}\right)$ (V). Biết $R = 100 \Omega$, $L = 0,318\text{H}$ và $C = 15,9 \mu\text{F}$. Biểu thức cường độ dòng điện qua đoạn mạch là

- A. $i = 2\sqrt{2} \cos\left(100\pi t + \frac{\pi}{6}\right)$ (A). B. $i = 4\sqrt{2} \cos\left(100\pi t - \frac{\pi}{6}\right)$ (A).
C. $i = 2\sqrt{2} \cos\left(100\pi t + \frac{\pi}{3}\right)$ (A). D. $i = 2\sqrt{2} \cos\left(100\pi t - \frac{\pi}{4}\right)$ (A).

Cách 1:

- Tần số góc $\omega = 100\pi$ rad/s.
- Cảm kháng $Z_L = \omega L = 100\pi \cdot 0,318 = 100 \Omega$.
- Dung kháng $Z_C = \frac{1}{\omega C} = \frac{1}{100\pi \cdot 15,9 \cdot 10^{-6}} = 200 \Omega$.

- Tổng trở $Z = \sqrt{R^2 + (Z_L - Z_C)^2} = \sqrt{100^2 + (100 - 200)^2} = 100\sqrt{2} \Omega$.

- Biểu thức dòng điện trong mạch có dạng $i = I_0 \cos(100\pi t + \varphi_i)$.

+ Về giá trị cực đại I_0 , ta có $I_0 = \frac{U_0}{Z} = \frac{400}{200\sqrt{2}} = 2\sqrt{2}$ A.

+ Về độ lệch pha, có $\tan \varphi = \frac{Z_L - Z_C}{R} = \frac{100 - 200}{100} = -1 \Rightarrow \varphi = -\frac{\pi}{4}$

Mặt khác $\varphi = \varphi_u - \varphi_i \Rightarrow \varphi_i = \varphi_u - \varphi = -\frac{\pi}{12} - \left(-\frac{\pi}{4}\right) = \frac{\pi}{6}$

Vậy biểu thức dòng điện trong mạch là $i = 2\sqrt{2} \cos\left(100\pi t + \frac{\pi}{6}\right)$ (A)

$\Rightarrow$ Chọn A.

Cách 2: Lập biểu thức tính $i = \frac{u}{Z} = \frac{u}{R + (Z_L - Z_C)}$

Nhập biểu thức $\frac{400 \angle -\frac{\pi}{12}}{100 + (100 - 200)i}$ vào máy tính Casio fx 570 - ES sẽ cho

kết quả $2\sqrt{2} \angle \frac{\pi}{6}$ tức là $i = 2\sqrt{2} \cos\left(100\pi t + \frac{\pi}{6}\right)$ (A) $\Rightarrow$ Chọn A.

Ví dụ 6: Một đoạn mạch điện gồm điện trở $R = 50\Omega$ mắc nối tiếp với cuộn thuần cảm $L = \frac{1}{2\pi} \text{ H}$. Đặt vào hai đầu đoạn mạch một hiệu điện thế xoay chiều $u = 100\sqrt{2} \cos\left(100\pi t - \frac{\pi}{4}\right) \text{ (V)}$. Biểu thức của cường độ dòng điện qua đoạn mạch là

- A. $i = 2\sqrt{2} \cos\left(100\pi t - \frac{\pi}{12}\right) \text{ (A)}$ B. $i = 2 \cos\left(100\pi t - \frac{\pi}{2}\right) \text{ (A)}$
 C. $i = 2 \cos\left(100\pi t - \frac{\pi}{4}\right) \text{ (A)}$ D. $i = 2 \cos\left(100\pi t + \frac{\pi}{2}\right) \text{ (A)}$

Dùng máy tính để giải:

+ Trước hết, lập biểu thức tính: $i = \frac{u}{Z} = \frac{u}{R + (Z_L - Z_C)} = \frac{u}{R + Z_L} = \frac{100\sqrt{2} \angle -\frac{\pi}{4}}{50 + 50i}$

+ Sau đó bấm máy, trình tự như sau:

bấm: **SHIFT** **MODE** **4** (Để chọn đơn vị đo góc là Rad)

bấm: **MODE** **2** (Để thực hiện phép tính về số phức)

Nhập vào máy biểu thức $\frac{100\sqrt{2} \angle -\frac{\pi}{4}}{50 + 50i}$

Nếu giả sử ta bấm dấu **=** ngay thì màn hình sẽ hiện $-2i$. Muốn chuyển sang tọa độ cực thì phải bấm tiếp **SHIFT** **2** **3** **=**

Lúc này màn hình hiển thị $2 \angle -\frac{1}{2} \pi$ tức là $i = 2 \cos\left(100\pi t - \frac{\pi}{2}\right) \text{ (A)}$

$\Rightarrow$ Chọn B.

Ví dụ 7: Hiệu điện thế xoay chiều đặt vào hai đầu đoạn mạch R, L, C nối tiếp có biểu thức: $u = 400 \cos\left(100\pi t - \frac{\pi}{12}\right) \text{ (V)}$. Biết: $R = 100 \Omega$, $C = 15,9 \mu\text{F}$, cuộn dây thuần cảm có $L = 0,318 \text{ H}$. Biểu thức điện áp trên tụ điện C là

- A. $u_C = 565,6 \cos\left(100\pi t - \frac{\pi}{4}\right) \text{ (V)}$ B. $u_C = 500 \cos\left(100\pi t - \frac{\pi}{2}\right) \text{ (V)}$
 C. $u_C = 565,6 \cos\left(100\pi t - \frac{\pi}{3}\right) \text{ (V)}$ D. $u_C = 500 \cos\left(100\pi t + \frac{\pi}{2}\right) \text{ (V)}$

Bài giải

Trước hết tính $Z_L = \omega.L = 100\pi.0,318 = 100 \Omega$ và $Z_C = \frac{1}{\omega.C} = 200 \Omega$.

Sau đó lập biểu thức: $u_C = i.Z_C = \frac{u}{Z} \cdot Z_C = \frac{u}{R + (Z_L - Z_C)i} \cdot Z_C$

Rồi bấm máy: $\frac{400 \angle -\frac{\pi}{12}}{100 + (100 - 200)i} \cdot (-200i)$ thu được $565,6 \angle -\frac{1}{3}\pi \Rightarrow \text{Chọn C.}$

Ví dụ 8: Khi đặt hiệu điện thế xoay chiều vào hai đầu đoạn mạch ghép nối tiếp gồm ba phần tử: Điện trở R, cuộn thuần cảm L, tụ điện C thì điện áp trên từng

phần tử là $u_R = 120 \cos\left(100\pi t - \frac{\pi}{6}\right)(V)$, $u_L = 180 \cos\left(100\pi t + \frac{\pi}{3}\right)(V)$ và

$u_C = 300 \cos\left(100\pi t - \frac{2\pi}{3}\right)(V)$. Hãy tìm biểu thức điện áp hai đầu đoạn mạch?

Bài giải

Ta có $u = u_R + u_L + u_C$ và bấm máy sẽ có ngay kết quả $169,7 \angle -\frac{5}{12}\pi$

Ví dụ 9: Mạng điện xoay chiều ba pha mắc hình sao có biểu thức điện áp

$$\begin{cases} u_1 = 220\sqrt{2} \cos 100\pi t (V) \\ \text{từng pha: } u_2 = 220\sqrt{2} \cos\left(100\pi t + \frac{2\pi}{3}\right) (V). \\ u_3 = 220\sqrt{2} \cos\left(100\pi t - \frac{2\pi}{3}\right) (V) \end{cases}$$

Tải tiêu thụ cũng mắc theo hình sao tương ứng nhưng các pha không đối xứng, pha 1 gồm điện trở $R_1 = 100\Omega$; pha 2 gồm cuộn dây không thuần cảm

có $R_2 = 50\Omega$ và độ tự cảm $L = \frac{\sqrt{3}}{2\pi}H$; pha 3 gồm tụ điện có điện dung

$C = \frac{10^{-4}}{\sqrt{3}\pi}F$ mắc nối tiếp với điện trở $R_3 = 50\Omega$. Biểu thức cường độ dòng điện

trong dây trung hoà là

A. $i = 4,4\sqrt{2} \cos 100\left(\pi t + \frac{\pi}{6}\right)(A).$

B. $i = 2,2\sqrt{2} \cos 100\left(\pi t - \frac{\pi}{6}\right)(A).$

C. $i = 4,4 \cos 100\pi t (A).$

D. $i = 4,4\sqrt{2} \cos 100\pi t (A).$

Cách 1:

Tính cường độ dòng điện mỗi pha và vẽ véc tơ có độ lệch pha tương ứng, sau đó tìm véc tơ dòng tổng hợp.

Với pha 1, ta có:
$$\begin{cases} I_1 = \frac{U_1}{R_1} = \frac{220}{100} = 2,2 \text{ A} \\ \varphi_1 = 0 \end{cases}$$

Với pha 2 thì:
$$\begin{cases} Z_L = \omega L = 50\sqrt{3} \, \Omega; Z_2 = \sqrt{50^2 + (50\sqrt{3})^2} = 100 \, \Omega \\ I_2 = \frac{U_2}{Z_2} = \frac{220}{100} = 2,2 \text{ A} \\ \tan \varphi_2 = \frac{Z_L}{R_2} = \sqrt{3} \Rightarrow \varphi_2 = \frac{\pi}{3} \end{cases}$$

Với pha 3 thì:
$$\begin{cases} Z_C = \frac{1}{C\omega} = 50\sqrt{3} \, \Omega; Z_3 = \sqrt{50^2 + (50\sqrt{3})^2} = 100 \, \Omega \\ I_3 = \frac{U_3}{Z_3} = \frac{220}{100} = 2,2 \text{ A} \\ \tan \varphi_3 = \frac{Z_C}{R_3} = \sqrt{3} \Rightarrow \varphi_3 = \frac{\pi}{3} \end{cases}$$

Biểu diễn các vectơ dòng điện như hình vẽ

Dòng điện hiệu dụng trong dây trung hoà được xác định qua biểu thức:

$\vec{I} = \vec{I}_1 + \vec{I}_2 + \vec{I}_3$. Dễ dàng suy ra dòng

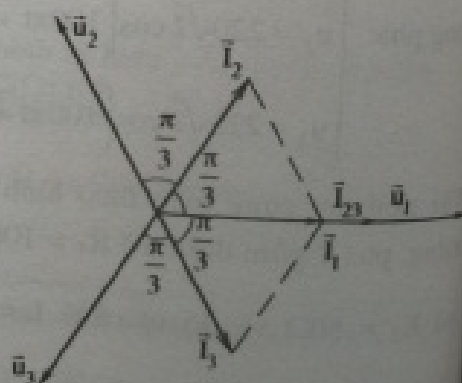
điện trong dây trung hoà đồng pha với

hiệu điện thế u_1 và có giá trị hiệu dụng:

$$I = I_1 + I_2 = 2,2 + 2 = 4,4 \text{ A}.$$

Vậy biểu thức dòng điện trong dây

trung hoà là: $i = 4,4 \sqrt{2} \cos 100\pi t \text{ (A)}.$



Cách 2:

Dùng máy tính cầm tay Casio fx 570 - ES

Với pha 1, có ngay $i_1 = 2,2\sqrt{2} \cos 100\pi t \text{ (A)}.$

Với pha 2, nhập $\frac{220\sqrt{2} \angle \frac{2\pi}{3}}{50 + 50\sqrt{3}i}$ thu được $\frac{11\sqrt{2}}{5} \angle \frac{\pi}{3}$

tức là $i_2 = 2,2\sqrt{2} \cos\left(100\pi t + \frac{\pi}{3}\right) (A).$

Với pha 3, nhập $\frac{220\sqrt{2} \angle \frac{2\pi}{3}}{50 - 50\sqrt{3}i}$ thu được $\frac{11\sqrt{2}}{5} \angle -\frac{\pi}{3}$

tức là $i_3 = 2,2\sqrt{2} \cos\left(100\pi t - \frac{\pi}{3}\right) (A).$

Vì $i = i_1 + i_2 + i_3$ nên

$$i = 2,2\sqrt{2} \cos 100\pi t + 2,2\sqrt{2} \cos\left(100\pi t + \frac{\pi}{3}\right) + 2,2\sqrt{2} \cos\left(100\pi t - \frac{\pi}{3}\right)$$

Nhập vào máy

$$2,2\sqrt{2} \boxed{+} 2,2\sqrt{2} \boxed{\text{Shift}} \boxed{(-)} \frac{\pi}{3} \boxed{+} 2,2\sqrt{2} \boxed{\text{Shift}} \boxed{(-)} - \frac{\pi}{3} \boxed{\text{Shift}} \boxed{2} \boxed{3} \boxed{=} 4,4\sqrt{2}$$

$\Rightarrow$ Chọn D.

Bằng máy tính chúng ta cũng có thể tìm được các thành phần trong bài toán hộp đen

Vì tính chất của số phức nên mạch R, L, C có thể chia thành 2 nhóm:

Nhóm 1: Điện trở R.

Nhóm 2: Cuộn cảm L và tụ điện C.

Sau khi lấy u chia i, máy tính sẽ hiển thị dưới dạng đại số, sẽ rơi vào một trong ba trường hợp sau:

a : thì kết luận đoạn mạch chỉ có điện trở R.

b i : Đoạn mạch chỉ có nhóm 2.

a + b i : Đoạn mạch có cả nhóm 1 và nhóm 2 (trong đó a là giá trị của điện trở, b là tổng trở của nhóm 2. Nếu nhóm 2 chỉ có 1 phần tử thì b là trở kháng của phần tử đó)

Ví dụ 10: Hộp đen chỉ chứa 2 trong 3 phần tử R, L, C. Khi đặt điện áp xoay chiều $u = 120\sqrt{2} \cos\left(100\pi t + \frac{\pi}{6}\right) (V)$ vào hai đầu hộp đen thấy dòng điện qua hộp đen có biểu thức $i = 2 \cos\left(100\pi t - \frac{\pi}{12}\right) (A)$. Hai phần tử đó là gì, tìm giá trị của chúng?

Bài giải

Lập biểu thức và bấm máy: $\bar{Z}_{AB} = \frac{u_{AB}}{i} = \frac{120\sqrt{2} \angle \frac{\pi}{6}}{2 \angle -\frac{\pi}{12}} = 60 + 60i$

Vậy hai phần tử đó là R và L với $R = 60\Omega$ và $L = \frac{Z_L}{\omega} = \frac{60}{100\pi} = \frac{0,6}{\pi} \text{ H}$.

Bài tập vận dụng

Bài 1: (Trích ĐTTS vào các trường Đại học khối A, 2009) Khi đặt hiệu điện thế không đổi 30V vào hai đầu đoạn mạch gồm điện trở thuần mắc nối tiếp với cuộn cảm thuần có độ tự cảm $\frac{1}{4\pi}$ (H) thì dòng điện trong đoạn mạch là dòng điện một chiều có cường độ 1A. Nếu đặt vào hai đầu đoạn mạch này điện áp $u = 150\sqrt{2} \cos 120\pi t$ (V) thì biểu thức của cường độ dòng điện trong đoạn mạch là

A. $i = 5\sqrt{2} \cos\left(120\pi t - \frac{\pi}{4}\right)$ (A). B. $i = 5 \cos\left(120\pi t + \frac{\pi}{4}\right)$ (A).

C. $i = 5\sqrt{2} \cos\left(120\pi t + \frac{\pi}{4}\right)$ (A). D. $i = 5 \cos\left(120\pi t - \frac{\pi}{4}\right)$ (A).

Bài 2: Hộp đen X chỉ chứa 2 trong 3 phần tử. Phương trình cường độ dòng điện qua X là $i = 2\sin\left(120\pi t + \frac{\pi}{6}\right)$ (A) khi hiệu điện thế đặt vào hai đầu X là $u = 120\sin\left(120\pi t - \frac{\pi}{6}\right)$ (V). X có thể chứa gì? Tìm giá trị của chúng?

Bài 3: Mạng điện ba pha mắc hình sao có: $u_1 = 100\sqrt{2} \cos 100\pi t$ (V);

$u_2 = 100\sqrt{2} \cos\left(100\pi t + \frac{2\pi}{3}\right)$ (V); $u_3 = 100\sqrt{2} \cos\left(100\pi t - \frac{2\pi}{3}\right)$ (V).

Tải tiêu thụ mắc hình sao gồm điện trở $R = 100\Omega$ ở pha 1 và pha 2, tụ điện có dung kháng $Z_C = 100\Omega$ ở pha 3. Biểu thức dòng điện trong dây trung hoà là

A. $i = 2 \cos\left(100\pi t + \frac{\pi}{12}\right)$ A B. $i = \sqrt{2} \cos\left(100\pi t + \frac{\pi}{12}\right)$ A

C. $i = 2 \cos\left(100\pi t - \frac{\pi}{12}\right)$ A D. $i = \sqrt{2} \cos\left(100\pi t - \frac{\pi}{12}\right)$ A

III. PHƯƠNG PHÁP GIẢI BÀI TOÁN BIẾN THIÊN LỚN CỦA CHU KỲ VÀ CÁCH GIẢI NHANH KHI GẶP BIẾN THIÊN NHỎ.

- + Chu kỳ lúc đầu là T_1 , do những biến cố nào đó mà trở thành T_2 . Nó đã bị thay đổi một lượng $|T_2 - T_1|$

Nếu $\frac{|T_2 - T_1|}{T_1} \cdot 100\%$ mà chỉ dưới một vài phần trăm thì coi như là biến thiên nhỏ.

Sự biến thiên chiều dài hay gia tốc cũng quan niệm tương tự, và khi có biến thiên nhỏ, người ta thường viết kiểu vi phân là $\frac{d\ell}{\ell}, \frac{dg}{2g}, \dots$

- + Với những bài toán biến thiên lớn, cách giải thường gặp đó là viết công thức cho từng trường hợp, sau đó dùng các phép biến đổi toán học như rút, thế, chia vế với vế, vv... để rút ra được mối quan hệ giữa đại lượng cần tìm theo các đại lượng đã cho.
- + Còn với bài toán biến thiên nhỏ, ngoài cách biến đổi toán học như bài toán biến thiên lớn, còn một cách khác đơn giản và nhanh hơn, đó là cách giải dựa theo phép lấy gần đúng trên cơ sở phương trình tổng quát :

$$\frac{dT}{T} = \frac{d\ell}{2\ell} - \frac{dg}{2g} + \frac{\alpha \cdot dt}{2} + \frac{dh_{cao}}{R} + \frac{dh_{sâu}}{2R} + \frac{1}{2} \frac{\rho}{D}$$

Cần lưu ý rằng, công thức trên không tồn tại trong vật lý vì nó không đúng. Tuy nhiên, nếu các em biết quy ước và nắm vững cách dùng phương trình này thì mọi bài toán có biến thiên nhỏ, các em sẽ làm được chính xác và hoàn thành bài thi trắc nghiệm một cách nhanh chóng.

Ta quan niệm giá trị $\frac{dT}{T}$ phụ thuộc vào 6 sự biến đổi, với quy ước:

- + $\frac{d\ell}{2\ell}$ là do cắt ghép cơ học (nối dài thêm hoặc cắt bớt đi)
- + $-\frac{dg}{2g}$ là sự thay đổi gia tốc do thay đổi vĩ độ.
- + $\frac{\alpha \cdot dt}{2}$ là do thay đổi nhiệt độ

$$+ \frac{dh_{\text{cao}}}{R} \text{ là do thay đổi độ cao}$$

$$+ \frac{dh_{\text{sâu}}}{2R} \text{ là do thay đổi độ sâu}$$

$$+ \frac{1}{2} \frac{\rho}{D} \text{ là do sự xuất hiện của lực đẩy Acsimet nhỏ}$$

Mặc dù trong biểu thức có tất cả bảy phân số, nhưng, với những bài toán cụ thể, đại lượng nào mà không biến thiên thì cho phân số của nó bằng không, chẳng hạn :

$$\text{Nếu không có sự thay đổi do cắt ghép cơ học thì } \frac{d\ell}{2\ell} = 0$$

$$\text{không có sự thay đổi nhiệt độ thì } \frac{\alpha \cdot dt}{2} = 0$$

$$\text{không có sự thay đổi chu kì thì } \frac{dT}{T} = 0$$

$$\text{không có lực đẩy Acsimet thì } \frac{1}{2} \frac{\rho}{D} = 0$$

...

Nếu đồng hồ lúc đầu chạy đúng, mà có $\frac{dT}{T} > 0$ thì đồng hồ chạy chậm và ngược lại.

1. Trước hết ta xét các ví dụ liên quan đến biến thiên lớn.

Ví dụ 1: Một con lắc đơn có chiều dài l . Trong khoảng thời gian Δt nó thực hiện được 12 dao động. Khi giảm chiều dài đi 32 cm thì cũng trong khoảng thời gian Δt nói trên, con lắc thực hiện được 20 dao động. Chiều dài ban đầu của con lắc là

A. 30 cm.

B. 40 cm.

C. 50 cm.

D. 60 cm.

Giải

Đọc đề thấy lúc đầu thực hiện 12 dao động, về sau 20 dao động, như vậy đã có sự thay đổi $\frac{|N_2 - N_1|}{N_1} \cdot 100\%$ rất lớn. Cách giải duy nhất là viết cho từng trường hợp rồi biến đổi toán học.

$$\text{Ta có: } T_1 = 2\pi\sqrt{\frac{l_1}{g}} \quad (1); \quad T_2 = 2\pi\sqrt{\frac{l_2}{g}} \quad (2) \quad \text{và} \quad n_1 T_1 = n_2 T_2 \quad (3).$$

Từ (1), (2) và (3) ta được: $\sqrt{\frac{l_1}{l_2}} = \frac{n_2}{n_1}$

$$\Rightarrow \frac{l_1}{l_2} = \left(\frac{n_2}{n_1}\right)^2 \Rightarrow \frac{l_1}{l_1 - 32} = \left(\frac{n_2}{n_1}\right)^2 = \left(\frac{20}{12}\right)^2 \Rightarrow l_1 = 50 \text{ cm}$$

$\Rightarrow$ Đáp án C.

Ví dụ 2: Biết khối lượng Trái Đất gấp 81 lần khối lượng Mặt Trăng và bán kính Trái Đất gấp 3,7 lần bán kính Mặt Trăng. Ở mặt đất, con lắc đơn dao động với chu kỳ 2s. Hỏi rằng khi đưa con lắc đó lên Mặt Trăng (coi chiều dài dây treo không đổi) thì nó dao động với chu kỳ bao nhiêu?

Giải

Ta biết rằng, gia tốc trọng trường được tính theo biểu thức $g = \frac{GM}{(R+h)^2}$ nên

ở trên bề mặt Trái Đất và bề mặt Mặt Trăng, giá trị của chúng lần lượt sẽ là $g_1 = \frac{GM_1}{R_1^2}$ và $g_2 = \frac{GM_2}{R_2^2}$.

Chu kỳ ở Trái Đất: $T_1 = 2\pi\sqrt{\frac{l}{g_1}} = 2\pi\sqrt{\frac{lR_1^2}{GM_1}}$

Và chu kỳ ở Mặt Trăng: $T_2 = 2\pi\sqrt{\frac{lR_2^2}{GM_2}}$

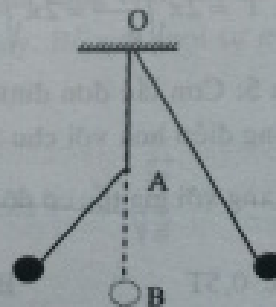
$$\Rightarrow \frac{T_1}{T_2} = \sqrt{\frac{R_1^2 M_2}{R_2^2 M_1}} = \frac{R_1}{R_2} \sqrt{\frac{M_2}{M_1}} = 3,7 \sqrt{\frac{1}{81}} = 0,411 \Rightarrow T_2 = \frac{T_1}{0,411} = 4,86s.$$

Ví dụ 3: Một con lắc đơn dao động điều hoà với chu kỳ dao động T. Nếu tại điểm A là trung điểm của đoạn OB người ta đóng một cái đinh để chặn một bên của dây thì chu kỳ dao động T' mới của con lắc là

- A. $T' = T$. B. $T' = T \left(\frac{\sqrt{2} + 1}{2\sqrt{2}} \right)$.
C. $T' = \frac{T}{\sqrt{2}}$. D. $T' = \frac{T}{2}$.

Giải

Khi con lắc bị chặn một bên, trong một chu kỳ, con lắc sẽ trải qua 4 giai đoạn, trong đó có:



2 giai đoạn xung quanh điểm treo O, mỗi giai đoạn là $\frac{T_O}{4}$

2 giai đoạn xung quanh điểm treo A, mỗi giai đoạn là $\frac{T_A}{4}$

$$\Rightarrow \text{Chu kỳ } T' = 2 \cdot \frac{T_O}{4} + 2 \cdot \frac{T_A}{4}$$

+ Giả sử con lắc không bị chặn, con lắc sẽ dao động với điểm treo O nên có chiều dài ℓ và chu kỳ $T_O = 2\pi\sqrt{\frac{\ell}{g}} = T$

+ Giả sử dây treo con lắc bị vướng vào điểm A, lúc này điểm treo sẽ là A, chiều dài của con lắc còn lại chỉ là $\frac{\ell}{2}$ nên sẽ có chu kỳ

$$T_A = 2\pi\sqrt{\frac{\ell}{2g}} = \frac{T_O}{\sqrt{2}} = \frac{T}{\sqrt{2}}$$

$$\text{Vậy chu kỳ sẽ là: } T' = 2 \cdot \frac{T_O}{4} + 2 \cdot \frac{T_A}{4} = \frac{1}{2}(T_O + T_A) = \frac{1}{2}\left(T + \frac{T}{\sqrt{2}}\right) = T\left(\frac{\sqrt{2}+1}{2\sqrt{2}}\right)$$

Ví dụ 4: Con lắc đơn được treo ở trần một thang máy. Khi thang máy đứng yên, con lắc dao động điều hoà với chu kỳ T. Khi thang máy đi lên thẳng đứng, chậm dần đều với gia tốc $a = \frac{g}{2}$ thì con lắc dao động với chu kỳ T' bằng

A. $T\sqrt{2}$.

B. $T\sqrt{3}$.

C. $\frac{T}{2}$.

D. $\frac{T}{\sqrt{2}}$.

Giải

Khi thang máy đi lên chậm dần đều với gia tốc a, vật chịu thêm lực quán tính hướng lên trên ($\vec{F}_{qt} = m \cdot \vec{a}_{qt} = -m \cdot \vec{a}$) nên $\vec{F}_{qt}$ ngược chiều với $\vec{P}$

Gia tốc hiệu dụng $g_{hd} = g - a = g - 0,5g = 0,5g$

$$\Rightarrow T' = 2\pi\sqrt{\frac{l}{g_{hd}}} = 2\pi\sqrt{\frac{l}{0,5g}} = T\sqrt{2} \Rightarrow \text{Đáp án A.}$$

Ví dụ 5: Con lắc đơn được treo ở trần một ô tô. Khi ô tô đứng yên, con lắc dao động điều hoà với chu kỳ T. Khi ô tô chuyển động nhanh dần đều theo phương ngang với gia tốc có độ lớn $a = \frac{g}{2}$ thì con lắc dao động với chu kỳ bằng

A. 0,5T

B. $T\sqrt{3}$

C. $\frac{T}{\sqrt{2}}$

D. 0,95T

Giải

Khi chịu thêm lực quán tính theo phương ngang, ở VTCB, dây treo bị lệch so với phương thẳng đứng góc α với $\tan \alpha = \frac{F}{P} = \frac{a}{g} = \frac{1}{2} \Rightarrow \alpha = 26,5^\circ$.

$$\Rightarrow T' = T\sqrt{\cos \alpha} = T\sqrt{\cos 26,5^\circ} \approx 0,95T \Rightarrow \text{Đáp án D.}$$

Ví dụ 6: Một con lắc đơn được treo vào trần một ô tô đang chuyển động trên mặt đường nằm ngang. Thấy rằng:

- Khi xe chuyển động thẳng đều thì chu kỳ dao động là T_1 .
- Khi xe chuyển động thẳng nhanh dần đều với gia tốc a thì chu kỳ dao động là T_2 .
- Khi xe chuyển động thẳng chậm dần đều với gia tốc a thì chu kỳ dao động là T_3 .

Biểu thức nào sau đây đúng?

- A. $T_2 < T_1 < T_3$. B. $T_2 = T_1 = T_3$. C. $T_2 = T_3 > T_1$. D. $T_2 = T_3 < T_1$.

Giải

+ Khi xe chuyển động thẳng đều, không có lực quán tính thì $T_1 = 2\pi\sqrt{\frac{l}{g}}$ (1)

+ Khi xe chuyển động thẳng biến đổi đều theo phương ngang. Với cùng gia tốc a , dù nhanh dần hay chậm dần thì $g' = \sqrt{g^2 + a^2}$ nên chu kỳ đều bằng

$$\text{nhau và bằng } T_2 = T_3 = 2\pi\sqrt{\frac{l}{g'}} = 2\pi\sqrt{\frac{l}{\sqrt{g^2 + a^2}}} \quad (2)$$

+ Từ (1) và (2) $\Rightarrow$ **Đáp án D.**

Ví dụ 7: Một con lắc đơn được treo vào trần một toa của đoàn tàu hoả. Khi tàu đứng yên, con lắc dao động bé với chu kỳ T . Hãy tính chu kỳ dao động bé T' của con lắc khi đoàn tàu này chuyển động với tốc độ không đổi v trên một đường ray nằm trên mặt phẳng nằm ngang có dạng một cung tròn bán kính cong R . Cho biết gia tốc trọng trường là g ; bán kính cong R là rất lớn so với chiều dài con lắc và khoảng cách giữa hai thanh ray. Bỏ qua mọi sự mất mát năng lượng.

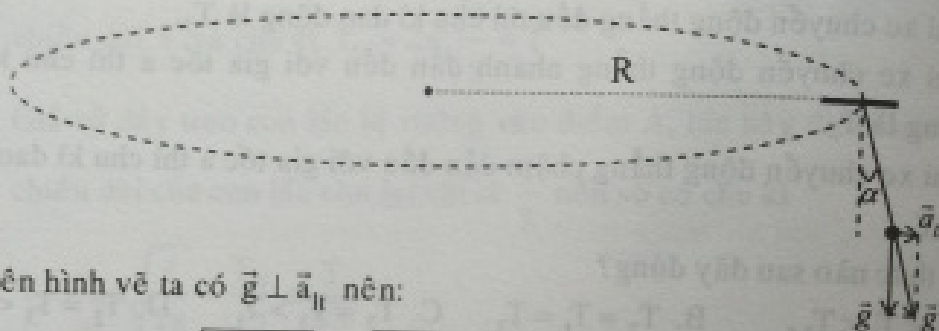
Giải

Khi tàu đứng yên, chu kỳ dao động bé của con lắc là $T = 2\pi\sqrt{\frac{l}{g}}$

Khi tàu chuyển động, chu kỳ dao động bé của con lắc là $T = 2\pi\sqrt{\frac{l}{g'}}$

Trong đó g' là gia tốc trọng trường biểu kiến: $\vec{g}' = \vec{g} + \frac{\vec{F}_{ht}}{m} = \vec{g} + \vec{a}_{ht}$

Với $a_{ht} = \frac{v^2}{R + l \sin \alpha} \approx \frac{v^2}{R}$ do l có thể bỏ qua so với R



Trên hình vẽ ta có $\vec{g} \perp \vec{a}_{ht}$ nên:

$$g' = \sqrt{g^2 + a_{ht}^2} = \sqrt{g^2 + \frac{v^4}{R^2}} = \frac{\sqrt{g^2 R^2 + v^4}}{R}$$

$$\text{Vậy suy ra } \frac{T}{T} = \sqrt{\frac{g}{g'}} = \frac{\sqrt{gR}}{\sqrt[4]{v^4 + g^2 R^2}} \Rightarrow T = \frac{T \sqrt{gR}}{\sqrt[4]{v^4 + g^2 R^2}}$$

2. Tiếp theo ta xét các ví dụ liên quan đến biến thiên nhỏ.

Ví dụ 8: Người ta đưa 1 đồng hồ quả lắc từ mặt đất lên độ cao $h = 0,5\text{km}$, coi nhiệt độ không thay đổi. Biết bán kính Trái đất là 6400km . Mỗi ngày đêm đồng hồ chạy

- A. nhanh 7,56s. B. chậm 7,56s. C. chậm 6,75s. D. nhanh 6,75s.

Cách 1:

$$\text{Ta có: } T_0 = 2\pi\sqrt{\frac{l}{g_0}} \text{ với } g_0 = G \frac{M}{R^2} \text{ và } T_h = 2\pi\sqrt{\frac{l}{g_h}} \cdot g_h = G \frac{M}{(R+h)^2}$$

$$\Rightarrow \frac{T_h}{T_0} = \sqrt{\frac{g_0}{g_h}} = \sqrt{\frac{(R+h)^2}{R^2}} = \frac{R+h}{R} = 1 + \frac{h}{R} \Rightarrow T_h = \left(1 + \frac{h}{R}\right) T_0$$

Thấy ngay $T_h > T_0$ nên đồng hồ chạy chậm.

Mặc dù $T_h > T_0$ nhưng vì h rất nhỏ so với R nên $T_h = \left(1 + \frac{h}{R}\right) T_0 \approx T_0$

Trong 1 giây lượng chậm là: $\delta = \frac{T_h - T_0}{T_h} = \frac{\frac{h}{R} T_0}{T_h} \approx \frac{h}{R}$

Vậy lượng chậm trong khoảng thời gian t giây phải là $\Delta\tau = t \cdot \delta$ nên $\Delta\tau = t \cdot \frac{h}{R}$

Thay số ta được $\Delta\tau = t \cdot \frac{h}{R} = 86400 \cdot \frac{0,5}{6400} = 6,75s. \Rightarrow \text{Đáp án C.}$

Cách 2:

Giá trị lúc đầu là R ; Về sau là $(R + h)$

Như vậy đã biến thiên một lượng là

$$\frac{(R + h) - R}{R} \cdot 100\% = \frac{h}{R} \cdot 100\% = \frac{0,5}{6400} \cdot 100\% = 0,0078\% \text{ nên đây là bài toán}$$

thuộc biến thiên nhỏ.

Vậy để giải nhanh, ta áp dụng công thức tổng quát:

$$\frac{dT}{T} = \frac{d\ell}{2\ell} - \frac{dg}{2g} + \frac{\alpha \cdot dt}{2} + \frac{dh_{cao}}{R} + \frac{dh_{sâu}}{2R} + \frac{1}{2} \frac{\rho}{D}$$

Mặc dù trong biểu thức có bảy phân số, nhưng, với bài toán cụ thể này thì :

$$\frac{d\ell}{2\ell} = 0 \text{ vì không có sự thay đổi do cắt ghép cơ học}$$

$$-\frac{dg}{2g} = 0 \text{ vì không có sự thay đổi "vị trí", gia tốc}$$

$$\frac{\alpha \cdot dt}{2} = 0 \text{ vì không có sự thay đổi nhiệt độ}$$

$$\frac{dh_{sâu}}{2R} = 0 \text{ vì không đưa xuống sâu}$$

$$\frac{1}{2} \frac{\rho}{D} = 0 \text{ vì không có lực đẩy Acsimet}$$

Do đó chỉ còn : $\frac{dT}{T} = \frac{dh_{cao}}{R} \Rightarrow \frac{\Delta\tau}{t} = \frac{h}{R}$

$$\Rightarrow \Delta\tau = t \cdot \frac{h}{R} = 86400 \cdot \frac{0,5}{6400} = 6,75s (> 0) \text{ nên chạy chậm } 6,75s$$

Ví dụ 9: Đồng hồ quả lắc đặt trên mặt đất chạy đúng với chu kì T_0 , nếu đưa đồng hồ xuống độ sâu h' so với mặt đất và giữ cho nhiệt độ không đổi thì đồng hồ chạy nhanh hay chậm một lượng bao nhiêu sau khoảng thời gian t ?

A. Chạy nhanh $t \frac{h}{R}$

B. Chạy chậm $t \frac{h}{R}$

C. Chạy nhanh $t \frac{h}{2R}$

D. Chạy chậm $t \frac{h}{2R}$

Cách 1:

+ Tại mặt đất, gia tốc trọng trường $g_0 = G \frac{M}{R^2}$ và chu kỳ $T_0 = 2\pi \sqrt{\frac{\ell}{g_0}}$

+ Tại độ sâu h' so với mặt đất, có $g_h = G \frac{M}{(R-h')^2}$ và $T_h = 2\pi \sqrt{\frac{\ell}{g_h}}$

$$\Rightarrow \frac{T_h}{T_0} = \sqrt{\frac{g_0}{g_h}} = \sqrt{\left(\frac{R-h'}{R}\right)^2 \cdot \frac{M}{M'}} = \sqrt{\frac{(R-h')^2}{R^2} \cdot \frac{D \cdot \frac{4}{3}\pi R^3}{D \cdot \frac{4}{3}\pi (R-h')^3}} = \sqrt{\frac{R}{R-h'}}$$

$$\Rightarrow \frac{T_h}{T_0} = \sqrt{\frac{1}{1-\frac{h'}{R}}} = \left(1 - \frac{h'}{R}\right)^{-\frac{1}{2}} \approx 1 + \frac{h'}{2R} \Rightarrow T_h = T_0 + \frac{h'}{2R} T_0$$

$T_h > T_0 \Rightarrow$ Đồng hồ chạy chậm.

+ Thời gian đồng hồ chạy chậm trong 1 chu kỳ: $\Delta T = T_h - T_0 = \frac{h'}{2R} T_0$

Thời gian đồng hồ chạy chậm sau khoảng thời gian t :

$$\frac{t}{T_0} \Delta T = \frac{t}{T_0} \cdot \frac{h'}{2R} T_0 = t \frac{h'}{2R}$$

$\Rightarrow$ Đáp án D.

Cách 2:

$$\text{Từ } \frac{dT}{T} = \frac{d\ell}{2\ell} - \frac{dg}{2g} + \frac{\alpha \cdot dt}{2} + \frac{dh_{\text{cao}}}{R} + \frac{dh_{\text{sau}}}{2R} + \frac{1}{2} \frac{\rho}{D}$$

$$\text{Với bài toán này thì: } \frac{dT}{T} = \frac{dh_{\text{sau}}}{2R} \Rightarrow \frac{\Delta T}{T} = \frac{dh_{\text{sau}}}{2R} \Rightarrow \Delta T = t \frac{h_{\text{sau}}}{2R} > 0$$

$\Rightarrow$ Đáp án D.

Ví dụ 10: Một đồng hồ quả lắc chạy đúng giờ trên mặt đất ở nhiệt độ 25°C .

Biết hệ số nở dài của dây treo con lắc $\alpha = 2 \cdot 10^{-5} \text{K}^{-1}$. Khi nhiệt độ ở đó là 20°C thì sau một ngày đêm, đồng hồ chạy như thế nào?

A. Chậm 8,64 s.

B. Nhanh 8,64 s.

C. Chậm 4,32 s.

D. Nhanh 4,32 s.

Cách 1:

+ Ở nhiệt độ $t_1 = 25^\circ\text{C}$ có chiều dài $l_1 = l_0(1 + \alpha t_1)$ và chu kỳ T_1 .

+ Ở nhiệt độ $t_2 = 20^\circ\text{C}$, có chiều dài $l_2 = l_0(1 + \alpha t_2)$ và chu kỳ T_2 .

$$\Rightarrow \frac{T_2}{T_1} = \sqrt{\frac{l_2}{l_1}} = \sqrt{\frac{(1 + \alpha t_2)}{(1 + \alpha t_1)}} = (1 + \alpha t_2)^{\frac{1}{2}} (1 + \alpha t_1)^{-\frac{1}{2}}$$

$$\text{Do } \alpha t_1 \text{ và } \alpha t_2 \text{ đều rất nhỏ so với 1 nên } \frac{T_2}{T_1} \approx \left[1 + \frac{1}{2} \alpha (t_2 - t_1) \right]$$

Vì $t_2 < t_1 \Rightarrow T_2 < T_1 \Rightarrow$ Đồng hồ chạy nhanh lên.

Trong trường hợp tổng quát, lượng sai trong t giây là:

$$\Delta\tau = \frac{t}{T_2} \Delta T = \frac{t}{T_2} |T_2 - T_1| = t \frac{1}{2} \alpha |t_1 - t_2|$$

Ở bài toán này, trong 1 ngày đêm $t = 86400$ s, lượng nhanh là:

$$\Delta\tau = 86400 \cdot \frac{1}{2} \cdot 2 \cdot 10^{-5} |25 - 20| = 4,32 \text{ s} \Rightarrow \text{Đáp án D.}$$

Cách 2:

$$\text{Từ } \frac{dT}{T} = \frac{d\ell}{2\ell} - \frac{dg}{2g} + \frac{\alpha \cdot dt}{2} + \frac{dh_{\text{cao}}}{R} + \frac{dh_{\text{sâu}}}{2R} + \frac{1}{2} \frac{\rho}{D}$$

$$\text{Với bài toán này thì } \frac{dT}{T} = \frac{\alpha \cdot dt}{2} \Rightarrow \frac{\Delta\tau}{t} = \frac{\alpha \cdot dt}{2}$$

$$\Rightarrow \Delta\tau = t \cdot \frac{\alpha \cdot dt}{2} = 86400 \cdot \frac{2 \cdot 10^{-5} (25 - 20)}{2} = 4,32 \text{ s} > 0 \Rightarrow \text{Đáp án D.}$$

Ví dụ 11: Một đồng hồ quả lắc, chạy đúng giờ khi đặt trên mặt đất và ở nhiệt độ $t_1 = 25^\circ\text{C}$. Cho biết hệ số giãn nở vì nhiệt của dây treo là $\alpha = 10^{-4} \text{ độ}^{-1}$, bán kính Trái Đất $R = 6400\text{km}$. Nếu đưa đồng hồ lên độ cao 6,4km so với bề mặt Trái Đất và nhiệt độ ở đó là -10°C thì mỗi ngày đêm đồng hồ sẽ chạy
A. nhanh 237,6s B. chậm 64,8s. C. nhanh 64,8s D. chậm 237,6s

Cách 1:

+ Riêng sự giảm nhiệt độ từ 25°C xuống -10°C làm đồng hồ chạy *nhanh* một lượng: $86400 \cdot \frac{1}{2} \cdot 10^{-4} \cdot 35 = 151,2\text{s}$

+ Khi đưa con lắc lên độ cao h , riêng sự thay đổi này làm đồng hồ chạy *chậm* một lượng: $86400 \cdot \frac{6,4}{6400} = 86,4\text{s}$

+ Như vậy trong một ngày đêm, đồng hồ chạy nhanh: $151,2 - 86,4 = 64,8\text{s}$.
 $\Rightarrow$ Đáp án C.

Cách 2:

$$\text{Từ } \frac{dT}{T} = \frac{d\ell}{2\ell} - \frac{dg}{2g} + \frac{\alpha \cdot dt}{2} + \frac{dh_{\text{cao}}}{R} + \frac{dh_{\text{sau}}}{2R} + \frac{1}{2} \frac{\rho}{D}$$

$$\text{Với bài toán này thì } \frac{dT}{T} = \frac{\alpha \cdot dt}{2} + \frac{dh_{\text{cao}}}{R} \Rightarrow \Delta\tau = t \left(\frac{\alpha \cdot dt}{2} + \frac{dh_{\text{cao}}}{R} \right)$$

$$\Rightarrow \Delta\tau = t \left(\frac{\alpha \cdot dt}{2} + \frac{dh_{\text{cao}}}{R} \right) = 86400 \left(\frac{10^{-4} \cdot (-10 - 25)}{2} + \frac{6,4}{6400} \right) = -64,8\text{s} < 0$$

$\Rightarrow$ Đáp án C.

Ví dụ 12: Một con lắc đơn dao động tại địa điểm A với chu kỳ 2 s. Đưa con lắc tới địa điểm B thì thực hiện 100 dao động hết 201 s. Coi nhiệt độ hai nơi này bằng nhau. So với gia tốc trọng trường tại A, gia tốc trọng trường tại B

- A. tăng 0,1%. B. giảm 0,1%. C. tăng 1%. D. giảm 1%.

Cách 1:

- Theo đề ra có $T_B = 2,01$ s

$$\text{- Từ: } T_A = 2\pi \sqrt{\frac{l}{g_A}} \text{ và } T_B = 2\pi \sqrt{\frac{l}{g_B}} \Rightarrow \frac{T_A}{T_B} = \sqrt{\frac{g_B}{g_A}}$$

$$\Rightarrow \frac{g_B}{g_A} = \left(\frac{T_A}{T_B} \right)^2 \Rightarrow g_B = \left(\frac{T_A}{T_B} \right)^2 g_A = \left(\frac{2}{2,01} \right)^2 g_A = 0,99 \cdot g_A$$

Vì $g_B < g_A$ nên gia tốc trọng trường tại B giảm so với gia tốc trọng trường

tại A. Có $\Delta g = \frac{g_A - g_B}{g_A} = 0,01 = 1\% \Rightarrow$ Đáp án D.

Cách 2: Bài toán trên có thể giải theo cách khác như sau:

$$+ \text{ Từ công thức phần li thuyết } \frac{dT}{T} = \frac{d\ell}{2\ell} - \frac{dg}{2g} + \frac{\alpha \cdot dt}{2} + \frac{dh_{\text{cao}}}{R} + \frac{dh_{\text{sau}}}{2R} + \frac{1}{2} \frac{\rho}{D}$$

Ở bài toán này, không có biến thiên do cắt ghép cơ học nên $d\ell = 0$, không có biến thiên nhiệt độ nên $dt = 0$, không có biến thiên độ cao nên $dh_{\text{cao}} = 0$, không có biến thiên độ sâu nên $dh_{\text{sau}} = 0$ và cũng không tính

đến lực đẩy Acsimet, mà chỉ có biến thiên do vị trí, vì vậy $\frac{dT}{T} = -\frac{dg}{2g}$

$$\Rightarrow \frac{dg}{g} = -2 \frac{dT}{T} = -2 \frac{0,01}{2} = -0,01 = -1\%$$

$\Rightarrow$ Đáp án D.

Ví dụ 13: Một đồng hồ đếm giây đặt trên mặt đất, mỗi ngày chậm 130 s. Phải điều chỉnh độ dài của con lắc thế nào so với độ dài hiện trạng để đồng hồ chạy đúng?

- A. Tăng 0,2%. B. Tăng 0,3%. C. Giảm 0,2%. D. Giảm 0,3%.

Giải

+ Đồng hồ đang chậm, muốn đồng hồ chạy đúng thì chu kì phải giảm
 $\Rightarrow$ Chiều dài giảm.

+ Từ $\frac{dT}{T} = \frac{d\ell}{2\ell} - \frac{dg}{2g} + \frac{\alpha \cdot dt}{2} + \frac{dh_{cao}}{R} + \frac{dh_{sâu}}{2R} + \frac{1}{2} \frac{\rho}{D}$, vì không có sự biến thiên vị trí, nhiệt độ, độ cao, độ sâu, và cũng không tính đến lực đẩy Acsimet mà chỉ có biến thiên chiều dài nên $\frac{dT}{T} = \frac{d\ell}{2\ell}$

$$\Rightarrow \text{độ giảm chiều dài là } \frac{d\ell}{\ell} = 2 \frac{dT}{T} = 2 \frac{130}{86400} = 0,003 = 0,3\% \Rightarrow \text{Đáp án D.}$$

Ví dụ 14: Một đồng hồ quả lắc có chu kì 2 s ở Hà Nội với $g_1 = 9,7926 \text{ m/s}^2$ và ở nhiệt độ $t_1 = 10^\circ\text{C}$. Biết hệ số giãn nở của thanh treo $\alpha = 2 \cdot 10^{-5} \text{ K}^{-1}$. Chuyển đồng hồ vào Thành phố Hồ Chí Minh ở đó $g_2 = 9,7867 \text{ m/s}^2$ và nhiệt độ $t_2 = 33^\circ\text{C}$. Muốn đồng hồ vẫn chạy đúng trong điều kiện mới thì phải tăng hay giảm độ dài con lắc một lượng bao nhiêu?

- A. Giảm 1,05 mm. B. Giảm 1,55 mm.
 C. Tăng 1,05 mm. D. Tăng 1,55 mm.

Giải

$$+ \text{ Từ } T = 2\pi \sqrt{\frac{l}{g}} \Rightarrow \text{chiều dài } l = \frac{g_1 T^2}{4\pi^2} = 0,9922 \text{ m}$$

$$+ \text{ Ta có } \frac{dT}{T} = \frac{d\ell}{2\ell} - \frac{dg}{2g} + \frac{\alpha \cdot dt}{2} + \frac{dh_{cao}}{R} + \frac{dh_{sâu}}{2R} + \frac{1}{2} \frac{\rho}{D}. \text{ Do } dh_{cao} = 0, dh_{sâu} = 0,$$

$$dT = 0 \text{ và cũng không tính đến lực đẩy Acsimet nên } \frac{1}{2} \frac{d\ell}{\ell} = \frac{1}{2} \frac{dg}{g} - \frac{\alpha dt}{2}$$

$$\Rightarrow d\ell = \left[\frac{dg}{g} - \alpha dt \right] \ell, \text{ thay số ta được:}$$

$$d\ell = \left[\frac{9,7867 - 9,7926}{9,7926} - 2 \cdot 10^{-5} (33 - 10) \right] 0,9922 = -1,05 \cdot 10^{-3} \text{ m}$$

$\Rightarrow$ Đáp án A.

Ví dụ 15: Một đồng hồ quả lắc được điều khiển bởi một con lắc đơn mà thanh treo nhẹ làm bằng chất có hệ số nở dài $\alpha = 2 \cdot 10^{-5} \text{ độ}^{-1}$. Đồng hồ chạy đúng giờ khi nhiệt độ môi trường $t_1 = 30^\circ \text{C}$. Do sơ suất khi bảo dưỡng đồng hồ, người thợ đã làm thay đổi chiều dài của con lắc nên khi nhiệt độ là $t_2 = 20^\circ \text{C}$ thì mỗi ngày đồng hồ chạy chậm 6,045 s. Hỏi người thợ lúc đó đã làm chiều dài tăng hay giảm bao nhiêu phần trăm?

Giải

$$+ \text{ Mỗi ngày đêm, đồng hồ chạy chậm } 6,045 \text{ s} \Rightarrow \frac{dT}{T} = \frac{6,045}{86400} \approx 0,7 \cdot 10^{-4}$$

+ Sự thay đổi chu kỳ của con lắc do 2 nguyên nhân: do nhiệt độ và do điều

$$\text{chỉnh chiều dài nên } \frac{dT}{T} = \frac{d\ell}{2\ell} + \frac{\alpha \cdot dt}{2}$$

$$\Rightarrow \frac{d\ell}{\ell} = 2 \frac{dT}{T} - \alpha \cdot dt = 2 \cdot 0,7 \cdot 10^{-4} - 2 \cdot 10^{-5} \cdot (20 - 30) = 3,4 \cdot 10^{-4} = 0,034\% > 0$$

Vậy người thợ đã làm tăng chiều dài của con lắc một lượng 0,034%.

Ví dụ 16: Một đồng hồ quả lắc được điều khiển bởi con lắc đơn chạy đúng giờ. Nếu chiều dài giảm 0,02% và gia tốc trọng trường tăng 0,01% thì sau một tuần đồng hồ chạy nhanh hay chậm một lượng bao nhiêu?

Giải

$$\text{Cũng từ công thức } \frac{dT}{T} = \frac{d\ell}{2\ell} - \frac{dg}{2g} + \frac{\alpha \cdot dt}{2} + \frac{dh_{\text{cao}}}{R} + \frac{dh_{\text{su}}}{2R} + \frac{1}{2} \frac{\rho}{D}, \text{ Do bài toán này}$$

$$\text{chỉ có biến thiên nhỏ của chiều dài và gia tốc nên } \frac{dT}{T} = \frac{d\ell}{2\ell} - \frac{dg}{2g}$$

$$\text{Ta có: } \frac{dT}{T} = \frac{1}{2} \frac{d\ell}{\ell} - \frac{1}{2} \frac{dg}{g} = \frac{1}{2} \left(-\frac{0,02}{100} \right) - \frac{1}{2} \left(\frac{0,01}{100} \right) = -\frac{0,015}{100} = -15 \cdot 10^{-4} < 0$$

$$\Rightarrow T_2 < T_1 \Rightarrow \text{đồng hồ chạy nhanh.}$$

$$\text{Lượng nhanh: } dT = 15 \cdot 10^{-4} \cdot T = 15 \cdot 10^{-4} \cdot 7.86400 = 90,72 \text{ s.}$$

Ví dụ 17: Hai con lắc đơn giống hệt nhau, các quả cầu dao động có kích thước nhỏ làm bằng chất có khối lượng riêng $D = 8450 \text{ (kg/m}^3\text{)}$. Dùng các con lắc nói trên để điều khiển các đồng hồ quả lắc. Đồng hồ thứ nhất đặt trong không khí và đồng hồ thứ hai đặt trong chân không. Biết khối lượng riêng của không khí là $\rho = 1,3 \text{ (kg/m}^3\text{)}$. Biết các điều kiện khác giống hệt nhau khi hai đồng hồ hoạt động. Nếu xem đồng hồ đặt trong chân không chạy đúng thì đồng hồ đặt trong không khí chạy nhanh hay chậm bao nhiêu sau một ngày đêm?

Giải

Cách 1:

+ Chu kì dao động trong chân không là $T_{ck} = 2\pi\sqrt{\frac{\ell}{g}}$

+ Chu kì dao động khi thêm có lực đẩy Acsimet là $T_{kk} = 2\pi\sqrt{\frac{\ell}{g - \frac{\rho g}{D}}}$

$$\Rightarrow \frac{\Delta T}{T_{ck}} = \frac{T_{kk} - T_{ck}}{T_{ck}} = \frac{T_{kk}}{T_{ck}} - 1 = \sqrt{\frac{1}{1 - \frac{\rho}{D}}} - 1 = \left(1 - \frac{\rho}{D}\right)^{-\frac{1}{2}} - 1 \approx \frac{1}{2} \frac{\rho}{D}$$

$$\frac{\Delta T}{T_{ck}} = \frac{1}{2} \frac{\rho}{D} = \frac{1}{2} \cdot \frac{1,3}{8450} = \frac{1,3}{16900} > 0 \Rightarrow \text{đồng hồ chạy chậm.}$$

+ Thời gian chạy chậm sau 1 ngày đêm sẽ là:

$$\Delta \tau = \left| \frac{\Delta T}{T} \right| \cdot t = \left| \frac{\Delta T}{T} \right| \cdot 86400 = \frac{1,3}{16900} \cdot 86400 \approx 6,65 \text{ (s)}$$

Cách 2:

Vì đây có sự biến thiên nhỏ của gia tốc do có lực đẩy Acsimet nên

$$\frac{dT}{T} = \frac{d\ell}{2\ell} - \frac{dg}{2g} + \frac{\alpha \cdot dt}{2} + \frac{dh_{cao}}{R} + \frac{dh_{sau}}{2R} + \frac{1}{2} \frac{\rho}{D} = \frac{1}{2} \frac{\rho}{D}$$

$$\Rightarrow \Delta \tau = \frac{1}{2} \frac{\rho}{D} \cdot t = \frac{1}{2} \cdot \frac{1,3}{8450} \cdot 86400 \approx 6,65 \text{ (s)} > 0$$

Bài tập vận dụng

Bài 1: Gắn lần lượt hai quả cầu vào một lò xo và cho chúng dao động. Trong cùng một khoảng thời gian, quả cầu m_1 thực hiện được 28 dao động, quả cầu m_2 thực hiện được 14 dao động. Kết luận nào đúng?

A. $m_2 = 2 m_1$. B. $m_2 = 4 m_1$. C. $m_2 = 0,25 m_1$. D. $m_2 = 0,5 m_1$.

Bài 2: Một con lắc lò xo, quả nặng có khối lượng 200 g dao động điều hòa với chu kì 0,8 s. Để chu kì của con lắc là 1s thì cần

A. gắn thêm một quả nặng 112,5 g.
B. gắn thêm một quả nặng có khối lượng 50 g.
C. thay bằng một quả nặng có khối lượng 160 g.
D. thay bằng một quả nặng có khối lượng 128 g.

Bài 3: Trong dao động điều hòa của một con lắc lò xo, nếu giảm khối lượng của vật nặng 20% thì số lần dao động của con lắc trong một đơn vị thời gian sẽ tăng hay giảm bao nhiêu lần?

IV. BÀI TOÁN TRÙNG PHÙNG VÀ DAO ĐỘNG TẮT DẦN

I. Bài toán liên quan đến sự trùng phùng của hai con lắc

Hai con lắc dao động với chu kỳ khác nhau T_1 và T_2 , giả sử $T_1 > T_2$. Khi vật nặng của hai con lắc cùng qua vị trí cân bằng và chuyển động cùng chiều thì ta nói xảy ra trùng phùng. Khoảng thời gian t giữa hai lần trùng phùng liên tiếp được xác định theo biểu thức $t = nT_1 = (n+1)T_2$ (*).

Dựa vào biểu thức này ta sẽ làm được các dạng bài toán sau:

- Nếu bài toán cho T_1 và T_2 ta sẽ tìm được số dao động n và $(n+1)$ của 2 con lắc trong khoảng thời gian giữa hai lần trùng phùng liên tiếp và tính được thời gian t .
- Nếu bài toán cho t và T_1 ta sẽ cũng tìm được n và T_2 .

Chú ý: Từ biểu thức (*) suy ra khoảng thời gian giữa hai lần trùng phùng:

$$t = \frac{T_1 T_2}{|T_1 - T_2|}$$

Ngoài cách làm trên, ta có thể tìm khoảng thời gian giữa hai lần trùng phùng dựa theo cách tìm bội số chung nhỏ nhất của T_1 và T_2 . Tức là lấy

$$\frac{T_1}{T_2} = \text{Phân số tối giản} = \frac{a}{b} \text{ rồi suy ra } t = b.T_1 \text{ hoặc } t = a.T_2$$

Ví dụ 1: Hai con lắc đơn dao động với các chu kì $T_1 = 6,4 \text{ s}$ và $T_2 = 4,8 \text{ s}$.

Khoảng thời gian giữa hai lần chúng cùng đi qua vị trí cân bằng và chuyển động về cùng một phía (trùng phùng) liên tiếp là

- A. 11,2 s. B. 5,6 s. C. 30,72 s. D. 19,2 s.

Giải

Cách 1:

Khoảng thời gian giữa 2 lần trùng phùng liên tiếp

$$t = \frac{T_1 T_2}{|T_1 - T_2|} = \frac{6,4 \cdot 4,8}{6,4 - 4,8} = 19,2 \text{ s}$$

$\Rightarrow$ Đáp án D.

Cách 2:

Ta có $\frac{T_1}{T_2} = \frac{6,4}{4,8} = \text{Phân số tối giản} = \frac{4}{3}$ nên khoảng thời gian giữa 2 lần trùng

phùng liên tiếp là $t = 3,6,4 = 19,2\text{s}$

Ví dụ 2: Một con lắc lò xo và con lắc đơn, khi ở dưới mặt đất cả hai con lắc dao động với chu kỳ $T = 2\text{s}$. Đưa cả 2 con lắc lên đỉnh núi (coi nhiệt độ không thay đổi) thì hai con lắc dao động lệch chu kỳ nhau. Thỉnh thoảng chúng lại cùng đi qua vị trí cân bằng và chuyển động về cùng một phía, khoảng thời gian giữa hai lần như vậy là 8 phút 20 giây. Chu kỳ của con lắc đơn trên đỉnh núi là.

- A. 2,008 s. B. 1,992 s. C. 2,010 s. D. 1,990 s.

Giải

+ Do chu kỳ của con lắc lò xo chỉ phụ thuộc vào k và m nên khi lên đỉnh núi, chu kỳ của nó vẫn là 2s , vậy số dao động mà nó thực hiện được giữa hai lần

$$\text{trùng phùng liên tiếp là } n = \frac{t}{T} = \frac{500}{2} = 250$$

+ Ta biết rằng, chu kỳ của con lắc đơn phụ thuộc vào gia tốc g , khi độ cao h tăng thì g giảm, nên trên đỉnh núi chu kỳ của nó tăng và sẽ lớn hơn 2s , tức là lớn hơn chu kỳ của con lắc lò xo, vì vậy số dao động của nó trong khoảng thời gian giữa hai lần trùng phùng liên tiếp sẽ nhỏ hơn số dao động của con lắc lò xo 1 đơn vị và bằng $n' = 250 - 1 = 249$

+ Lại có $t = n' \cdot T'$

$$\Rightarrow \text{chu kỳ con lắc đơn } T' = \frac{t}{n'} = \frac{500}{249} = 2,008\text{ s}$$

$\Rightarrow$ Đáp án A.

Ví dụ 3: Cho hai con lắc đơn có chiều dài là $\ell_1 = 64\text{cm}$, $\ell_2 = 36\text{cm}$. Lấy

$g = 10\text{m/s}^2 = \pi^2$. Tìm khoảng thời gian giữa hai lần trùng phùng liên tiếp?

Giải

Ngoài 2 cách tính trên, chúng ta có thể tính theo cách khác, khi cho pha hai dao động bằng nhau ta được: $\omega_2 t = \omega_1 t + k2\pi$

$$\Rightarrow t = \frac{k2\pi}{\omega_2 - \omega_1} = \frac{k2\pi}{\sqrt{\frac{g}{\ell_2}} - \sqrt{\frac{g}{\ell_1}}}$$

$$\text{Với } k = 1 \text{ ta được: } t = \frac{2\pi}{\sqrt{\frac{10}{0,36}} - \sqrt{\frac{10}{0,64}}} = 4,8\text{s}$$

Vận dụng: Hai con lắc đơn treo cạnh nhau có chu kỳ dao động nhỏ là 8s và 10s.

Kéo hai con lắc lệch một góc nhỏ như nhau rồi đồng thời buông nhẹ thì hai con lắc sẽ đồng thời trở lại vị trí này sau thời gian

- A. 40 s B. 32 s C. 20 s D. 50 s

Chú ý: Chúng ta phải hiểu đúng yêu cầu của bài toán, và phân biệt với sự trùng phùng, ta xét tiếp các ví dụ sau:

Ví dụ 4: Hai con lắc đơn có chiều dài $\ell_1 = 64\text{cm}$, $\ell_2 = 81\text{cm}$ dao động điều hòa trong hai mặt phẳng song song. Lấy $g = 10\text{m/s}^2 = \pi^2$. Biết hai con lắc cùng qua vị trí cân bằng theo cùng một chiều lúc $t = 0$. Khoảng thời gian ngắn nhất để hai con lắc cùng qua VTCB là

- A. 7,2s B. 14,4s C. 16s D. 28,8s

Giải

Dễ dàng tìm được $T_1 = 1,6\text{ s}$, $T_2 = 1,8\text{ s}$ và khoảng thời gian giữa 2 lần trùng phùng liên tiếp là 14,4s.

Nhưng vì yêu cầu của bài toán chỉ là cùng đi qua VTCB chứ không phải là đi qua VTCB theo chiều cũ (trùng phùng) nên ở đây ta chỉ chọn đáp án 7,2s thôi.

Cũng cần nói thêm rằng, trong khoảng thời gian 7,2 s thì con lắc thứ nhất thực hiện được $7,2: 1,6 = 4,5$ dao động, còn con lắc thứ hai thực hiện được 4 dao động, do đó tuy chúng cùng qua VTCB nhưng 2 vật đang chuyển động ngược chiều nhau.

Ví dụ 5: Hai con lắc lò xo đặt cạnh nhau, song song với nhau trên mặt phẳng ngang có chu kỳ dao động lần lượt là 1,4s và 1,8s. Kéo các quả cầu con lắc ra khỏi vị trí cân bằng một đoạn như nhau rồi đồng thời buông nhẹ thì hai con lắc sẽ đồng thời trở lại vị trí này sau thời gian ngắn nhất bằng

- A. 8,8s. B. 12,6s. C. 6,3s. D. 24s.

Giải

Đây không phải là bài toán theo đúng ý nghĩa của từ trùng phùng, nhưng nó là bài toán vật lý hay, gặp những bài toán kiểu này ta nên áp dụng cách tìm bội số chung nhỏ nhất:

Ta có $\frac{T_1}{T_2} = \frac{1,4}{1,8} = \text{Phân số tối giản} = \frac{7}{9}$ nên khoảng thời gian giữa 2 lần trở lại

vị trí cũ là $t = 9.1,4 = 12,6\text{s}$

Rõ ràng ta thấy trong khoảng thời gian 12,6 s này các con lắc đều thực hiện được số nguyên dao động (9 và 7) nên chúng trở về vị trí cũ.

Vận dụng 1: Hai con lắc lò xo đặt cạnh nhau, song song với nhau trên mặt phẳng ngang, dao động cùng biên độ nhưng chu kỳ dao động lần lượt là 1,4s và 1,7s. Tại $t = 0$ hai vật cùng qua 1 li độ theo cùng 1 chiều. Khoảng thời gian ngắn nhất để hai vật lại cùng qua một li độ là

- A. 23,8s. B. 7,93s. C. 15,86s. D. 0,3s.

Vận dụng 2: Con lắc có $T_1 = 2\text{s}$ $T_2 = 2,4\text{s}$ dao động với cùng biên độ $A_1 = A_2$. Tại $t = 0$ hai con lắc cùng ở vị trí cân bằng nhưng chuyển động ngược chiều nhau. Thời gian ngắn nhất 2 vật gặp nhau và cùng chiều chuyển động là

- A. 1,2s B. 12s C. 6s D. 24s

Vận dụng 3: Hai con lắc đơn dao động điều hòa cùng biên độ dài với chu kỳ $T_1 = 1,02\text{s}$, $T_2 = 1\text{s}$ trên 2 mặt phẳng song song. Lúc $t = 0$ con lắc 1 ở biên âm, con lắc 2 ở vị trí cân bằng theo chiều dương. Thời điểm đầu tiên 2 vật có cùng li độ và chuyển động theo chiều ngược nhau là bao nhiêu?

II. Bài toán liên quan đến sự tắt dần dao động

Phương pháp giải:

+ Từ $E = \frac{1}{2}kA^2$ có thể viết $\ln E = \ln \frac{1}{2}k + \ln A^2$ khi gặp bài toán biến thiên

nhỏ, lấy vi phân 2 vế ta có $\frac{\Delta E}{E} \approx 2 \cdot \frac{\Delta A}{A}$

+ Vật nặng trong con lắc lò xo dao động tắt dần với biên độ ban đầu A, độ giảm cơ năng sau 1 nửa chu kỳ:

$$\begin{cases} \Delta E_{1/2} = \frac{1}{2}kA^2 - \frac{1}{2}kA'^2 = \frac{1}{2}k(A^2 - A'^2) = \frac{1}{2}k \cdot \Delta A_{1/2} \cdot (A + A') \\ \Delta E_{1/2} = A_{ms} = F_{ms} \cdot S = F_{ms} \cdot (A + A') \end{cases}$$

Từ đó rút ra độ giảm biên độ sau mỗi nửa chu kỳ:

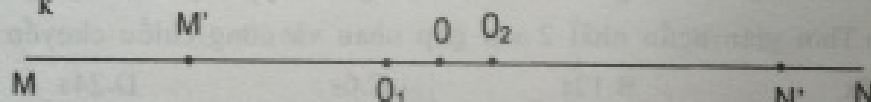
$$\Delta A_{1/2} = \frac{2F_{ms}}{k} = \frac{2\mu mg}{k} = \frac{2\mu g}{\omega^2} = \text{const.}$$

Nói cách khác, cứ sau mỗi nửa chu kì, điểm biên lại gần lại VTCB O một đoạn $\frac{2F_{ms}}{k}$.

Giả sử lúc đầu vật ở M. Nếu không phải là dao động tắt dần thì sau $\frac{T}{2}$ vật sẽ đến N đối xứng với M qua VTCB O. Nhưng vì là dao động tắt dần, theo cách tính trên, sau $\frac{T}{2}$, biên độ giảm 1 lượng $\Delta A_{1/2} = \frac{2F_{ms}}{k}$ nên vật chỉ đến điểm N' gần O hơn N một đoạn $N'O = \frac{2F_{ms}}{k}$. Trong nửa chu kì đầu tiên này,

ta coi vật dao động xung quanh VTCB "mới" O_1 , với O_1 là trung điểm của MN' , tại O_1 thì lực đàn hồi cân bằng với lực ma sát, dễ dàng thấy rằng

$$OO_1 = \frac{F_{ms}}{k}$$



Tiếp đến nửa chu kì thứ hai, vật đi từ N' đến M', với O_2 là VTCB "mới". O_2 cũng cách O một đoạn $OO_2 = \frac{F_{ms}}{k}$. Cứ tiếp tục dao động thì O_1 sẽ là VTCB ứng với nửa chu kì lẻ còn O_2 sẽ là VTCB ứng với nửa chu kì chẵn.

Từ đó suy ra điều quan trọng:

- Tốc độ cực đại trong dao động tắt dần sẽ ứng với các vị trí cân bằng "mới" O_1 hoặc O_2 chứ không phải là VTCB O.
- Sau một số nguyên lần nửa chu kì, vật sẽ dừng lại trong đoạn O_1O_2 . Nếu tại O_1 hoặc O_2 mà tốc độ bằng không thì vì vật sẽ dừng ngay ở O_1 hoặc O_2 .

Để tính được thời gian và quãng đường từ lúc khảo sát (vật ở biên) đến lúc dừng lại ta làm như sau:

- Tính: $\Delta A_{1/2} = \frac{\Delta A}{2} = \frac{2\mu mg}{k} = \frac{2\mu g}{\omega^2} = \frac{2F_c}{k}$

- Xác định số nửa chu kì vật thực hiện được, đó là giá trị N nguyên thỏa mãn biểu thức:

$$\left(\frac{A}{\Delta A_{1/2}} - \frac{1}{2} \right) \leq N < \left(\frac{A}{\Delta A_{1/2}} + \frac{1}{2} \right)$$

Thời gian của dao động $t = N \cdot \frac{T}{2}$

Quãng đường đi được $S = N(2A_1 - N \cdot \Delta A_{1/2})$

Ví dụ 1: Một con lắc dao động tắt dần chậm. Cứ sau mỗi chu kì biên độ giảm 2%.

Phần năng lượng của con lắc mất đi trong một dao động toàn phần là bao nhiêu?

- A. 2%. B. 4%. C. 98%. D. 96%.

Giải

Cách 1: Ta có $A_2 = A_1 - \frac{2}{100} A_1 = 0,98 A_1$ nên phần năng lượng mất đi là:

$$\frac{\frac{1}{2} m \omega^2 A_1^2 - \frac{1}{2} m \omega^2 A_2^2}{\frac{1}{2} m \omega^2 A_1^2} = \frac{A_1^2 - A_2^2}{A_1^2} = \left[1 - (0,98)^2 \right] = 0,0396 = 3,96\%$$

$\Rightarrow$ Đáp án B.

Cách 2:

Từ $\frac{\Delta E}{E} \approx 2 \cdot \frac{\Delta A}{A}$ ta được $\frac{\Delta E}{E} \approx 2 \cdot 2\% = 4\%$

Vận dụng: Cơ năng của một dao động tắt dần chậm giảm 5% sau mỗi chu kì.

Sau mỗi chu kì biên độ giảm

- A. 5%. B. 2,5%. C. 10%. D. 2,24%.

Ví dụ 2: Con lắc lò xo nằm ngang gồm vật nặng có khối lượng $m = 400g$, lò xo có độ cứng $k = 100 \text{ N/m}$. Kéo vật khỏi vị trí cân bằng một đoạn $3cm$ rồi thả nhẹ để vật dao động. Hệ số ma sát giữa vật và mặt phẳng ngang là $\mu = 0,005$,

lấy $g = 10 \text{ m/s}^2$. Biên độ dao động còn lại sau chu kì đầu tiên là

- A. $A_1 = 2,99cm$. B. $A_1 = 2,96cm$. C. $A_1 = 2,92cm$. D. $A_1 = 2,89cm$.

Giải

Độ giảm biên độ sau mỗi nửa chu kì $\Delta A_{1/2} = \frac{2F_c}{k} = \frac{2\mu mg}{k}$ nên sau cả chu kì

biên độ giảm $\Delta A = 2 \cdot \Delta A_{1/2} = \frac{4 \cdot \mu mg}{k} = \frac{4 \cdot 0,005 \cdot 0,4 \cdot 10}{100} = 8 \cdot 10^{-4} \text{ m}$

Vậy biên độ dao động còn lại sau chu kì đầu tiên:

$A_1 = A_0 - \Delta A = 3 - 0,08 = 2,92 \text{ (cm)} \Rightarrow$ Đáp án C.

Ví dụ 3: Một con lắc lò xo gồm vật nhỏ khối lượng $0,02 \text{ kg}$ và lò xo có độ cứng $k = 1 \text{ N/m}$. Vật nhỏ được đặt trên giá đỡ cố định nằm ngang dọc theo trục lò xo. Hệ số ma sát trượt giữa giá đỡ và vật nhỏ là $0,1$. Ban đầu giữ vật ở vị trí lò xo bị nén 10 cm rồi buông nhẹ để con lắc dao động tắt dần. Lấy $g = 10 \text{ m/s}^2$. Tốc độ lớn nhất vật nhỏ đạt được trong quá trình dao động là

- A. $10\sqrt{30} \text{ cm/s}$, B. $20\sqrt{6} \text{ cm/s}$, C. $40\sqrt{2} \text{ cm/s}$, D. $40\sqrt{3} \text{ cm/s}$.

(Trích ĐTTTS vào các trường Đại học khối A, 2010)

Giải

Cách 1: Sau khi buông, vật được tăng tốc nhờ hợp lực theo phương ngang (lực đẩy của lò xo và lực ma sát trượt), vận tốc của vật cực đại tại vị trí x mà ở đó hợp lực này bằng không tức 2 lực này cân bằng nhau $kx = \mu mg$

$$\Rightarrow x = \frac{\mu mg}{k} = 0,02(\text{m})$$

Theo định luật bảo toàn cơ năng ta có, độ giảm cơ năng bằng công của lực ma sát nên ta có:

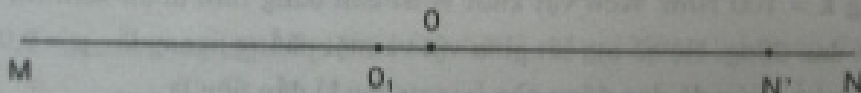
$$\frac{1}{2}kx_0^2 - \left[\frac{1}{2}mv_{\max}^2 + \frac{1}{2}kx^2 \right] = A_{\text{ngluc}} = F_{\text{ms}} \cdot S = \mu mg(x_0 - x)$$

$$\Rightarrow v_{\max} = \sqrt{\frac{k}{m}(x_0^2 - x^2) - 2\mu g(x_0 - x)} = 40\sqrt{2} \text{ cm/s}$$

$\Rightarrow$ **Đáp án C.**

Cách 2: Sau khi buông, vật chuyển động từ M. Trong nửa chu kì đầu tiên, vật dao động xung quanh VTCB "mới" O_1 , tại đây lực đàn hồi cân bằng với lực

$$\text{ma sát nên: } OO_1 = \frac{F_{\text{ms}}}{k} = \frac{\mu mg}{k} = 0,02(\text{m}) = 2(\text{cm})$$



Như vậy, theo hình vẽ, trong nửa chu kì đầu tiên này, vật dao động quanh O_1 với biên độ $A_1 = MO_1 = MO - OO_1 = 10 - 2 = 8(\text{cm}) = 0,08(\text{m})$, tốc độ qua VTCB "mới" O_1 là lớn nhất nên

$$v_1^{\max} = \omega A_1 = \sqrt{\frac{k}{m}} \cdot A_1 = \sqrt{\frac{1}{0,02}} \cdot 0,08 = \frac{2\sqrt{2}}{5}(\text{m/s}) = 40\sqrt{2}(\text{cm/s})$$

Ví dụ 4: Một con lắc lò xo nằm ngang gồm lò xo có độ cứng $k = 20 \text{ N/m}$ và vật nặng khối lượng $m = 100 \text{ g}$. Kéo vật ra khỏi vị trí cân bằng 6 cm rồi truyền

cho vật vận tốc $20\sqrt{14}$ cm/s hướng về vị trí cân bằng. Hệ số ma sát giữa vật và mặt phẳng ngang là 0,4. Lấy $g = 10\text{m/s}^2$. Tốc độ cực đại của vật sau khi truyền vận tốc bằng

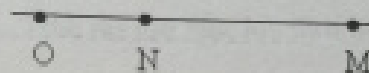
- A. $20\sqrt{22}$ cm/s B. $80\sqrt{2}$ cm/s C. $20\sqrt{10}$ cm/s. D. $40\sqrt{6}$ cm/s.

Giải

Vật có tốc độ cực đại khi gia tốc bằng 0, tức

là lúc $\vec{F}_{hl} = \vec{F}_{dh} + \vec{F}_{ms} = 0$ lần đầu tiên tại vị trí

N cách O một khoảng $ON = x$ với $kx = \mu mg$



$$\Rightarrow x = \mu mg/k = 0,02\text{m} = 2\text{cm}$$

Từ M về đến N, vật đã đi quãng đường $S = MN = 6 - 2 = 4\text{cm} = 0,04\text{m}$

Lực ma sát sinh công cản $A_{fms} = \mu mgS$. Theo định luật bảo toàn năng lượng

$$\text{ta có: } \frac{mv_{\max}^2}{2} + \frac{kx^2}{2} = \frac{mv_0^2}{2} + \frac{kx_0^2}{2} - \mu mgS$$

$$\Rightarrow \frac{mv_{\max}^2}{2} = \frac{mv_0^2}{2} + \frac{kx_0^2}{2} - \frac{kx^2}{2} - \mu mgS$$

$$\Rightarrow \frac{0,1v_{\max}^2}{2} = \frac{0,1(0,2\sqrt{14})^2}{2} + \frac{20 \cdot 0,06^2}{2} - \frac{20 \cdot 0,02^2}{2} - 0,4 \cdot 0,1 \cdot 10 \cdot 0,04$$

$$\Rightarrow v_{\max}^2 = 0,88$$

$$\Rightarrow v_{\max} = \sqrt{0,88} = \sqrt{0,04} \sqrt{22} = 0,2 \cdot \sqrt{22} \text{ (m/s)} = 20\sqrt{22} \text{ cm/s.}$$

Ví dụ 5: Một con lắc lò xo đặt nằm ngang gồm một vật có khối lượng $m = 100\text{g}$ gắn vào một lò xo có độ cứng $k = 10\text{N/m}$. Hệ số ma sát trượt giữa vật và sàn là 0,1. Ban đầu đưa vật đến vị trí lò xo bị nén một đoạn và thả nhẹ. Khi vật đi qua điểm O_1 , tốc độ của vật đạt cực đại lần thứ nhất và bằng 60cm/s . Hỏi vật sẽ đi qua điểm O_1 mấy lần nữa và hãy tính tốc độ của vật mỗi khi nó đi qua O_1 ? Tính quãng đường mà vật đi được?

Giải

$$\text{Ta có: } \omega = \sqrt{\frac{k}{m}} = 10 \text{ rad/s}$$

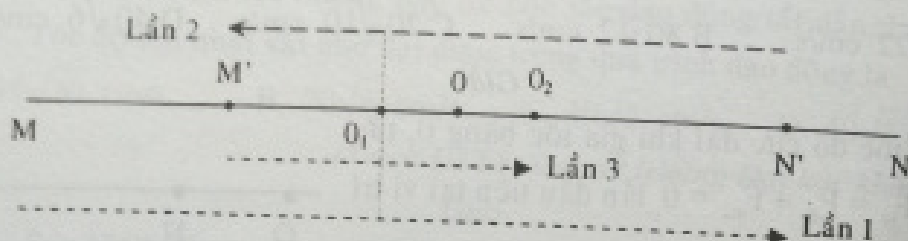
$$OO_2 = OO_1 = \frac{F_{ms}}{k} = \frac{\mu mg}{k} = 1(\text{cm})$$

$$\text{Từ } v_1^{\max} = \omega A_1 \text{ suy ra biên độ } A_1 = \frac{v_1^{\max}}{\omega} = \frac{60}{10} = 6\text{cm} \text{ tức là ban đầu vật cách}$$

O một khoảng $6 + 1 = 7 \text{ cm}$.

Sau nửa chu kì đầu tiên vật đến điểm N' gần O hơn N một đoạn

$$N'N = \frac{2F_{ms}}{k} = 2\text{cm}, \text{ điểm } N' \text{ chỉ cách } O \text{ một đoạn } 7 - 2 = 5\text{cm}$$



Tiếp đến là nửa chu kì thứ hai, vật đi từ N' đến M' (điểm M' cách O $5 - 2 = 3\text{cm}$). Trong nửa chu kì thứ hai thì O_2 là VTCB "mới" với biên độ dao động $A_2 = 5 - 1 = 4\text{cm}$

Như vậy vật qua O_1 lần thứ 2 với O_2 là tâm dao động, theo hình vẽ, O_1 cách O_2 một đoạn $x_2 = O_1O_2 = 2(\text{cm})$ nên tốc độ qua O_1 là:

$$v_2 = \omega \sqrt{A_2^2 - x_2^2} = 10 \sqrt{4^2 - 2^2} = 20\sqrt{3} \text{ cm/s}$$

Ở nửa chu kì thứ 3, O_1 là tâm dao động với biên độ $A_3 = 2\text{cm}$, nên tốc độ khi qua O_1 là $v_3 = \omega A_3 = 10 \cdot 2 = 20 \text{ cm/s}$ và đến vị trí O_2 thì vật dừng lại

Theo hình vẽ, tổng quãng đường vật đi được là:

$$S = MN' + N'M' + M'O_2 = 2.6 + 2.4 + 2.2 = 24\text{cm}.$$

Ví dụ 6: Một con lắc lò xo gồm một vật có khối lượng 100g gắn vào lò xo có độ cứng $0,01\text{N/cm}$ dao động tắt dần chậm từ thời điểm $t = 0$ với biên độ ban đầu là 10cm . Trong quá trình dao động, lực cản tác dụng vào vật có độ lớn không đổi 10^{-3}N . Tính tốc độ lớn nhất của vật sau thời điểm $t = 21,4\text{s}$?

Giải

Ta có: $\omega = \sqrt{\frac{k}{m}} = \sqrt{10} = \pi \text{ rad/s}; \quad T = 2\text{s}$

Độ giảm biên độ sau mỗi nửa chu kì: $\Delta A_{1/2} = \frac{2F_{ms}}{k} = 0,2\text{cm}$

Ta thấy $t = 21,4\text{s} = 21 \cdot \frac{T}{2} + 0,4 < 21 \cdot \frac{T}{2} + \frac{T}{4}$

Sau 21 nửa chu kì thì vật ra đến điểm biên, thời gian $0,4\text{s} < T/4$ nên vật chưa thể qua tâm dao động O_2 nên tốc độ cực đại SAU THỜI ĐIỂM $21,4\text{s}$ chính là tốc độ khi qua O_2 ở nửa chu kì thứ 22.

Sau 21 nửa chu kì, điểm biên cách O một đoạn $10 - 21 \cdot 0,2 = 5,8 \text{ cm}$

Trong nửa chu kì thứ 22 thì biên độ $A_{22} = 5,8 - 0,1 = 5,7 \text{ cm}$

Vậy tốc độ lớn nhất sau thời điểm 21,4s là $v_{22} = \omega A_{22} = \pi \cdot 5,7 = 5,7\pi \text{ cm/s}$

Ví dụ 7: Một con lắc lò xo gồm vật nhỏ khối lượng 0,2 kg và lò xo có độ cứng 20 N/m. Vật nhỏ được đặt trên giá đỡ cố định nằm ngang dọc theo trục lò xo. Hệ số ma sát trượt giữa giá đỡ và vật nhỏ là 0,01. Từ vị trí lò xo không bị biến dạng, truyền cho vật vận tốc ban đầu 1 m/s thì thấy con lắc dao động tắt dần trong giới hạn đàn hồi của lò xo. Lấy $g = 10 \text{ m/s}^2$. Tính độ lớn của lực đàn hồi cực đại của lò xo trong quá trình dao động?

Giải

Chọn trục tọa độ Ox trùng với trục của lò xo, gốc tọa độ O (cũng là gốc thế năng) tại vị trí lò xo không biến dạng, chiều dương là chiều chuyển động ban đầu của con lắc. Độ lớn của lực đàn hồi của lò xo đạt giá trị cực đại trong 1/4 chu kì đầu tiên, khi đó vật ở vị trí biên.

Theo định luật bảo toàn năng lượng ta có: $W_{đ0} = W_{t\max} + |A_{m\max}|$

$$\text{hay } \frac{1}{2}mv_0^2 = \frac{1}{2}kA_{\max}^2 + \mu mgA_{\max} \Rightarrow \frac{k}{m}A_{\max}^2 + 2\mu gA_{\max} - v_0^2 = 0.$$

$$\text{Thay số: } 100A_{\max}^2 + 0,2A_{\max} - 1 = 0 \Rightarrow A_{\max} = 0,099 \text{ m}$$

$$\Rightarrow F_{\max} = kA_{\max} = 1,98 \text{ N}.$$

Ví dụ 8: Khảo sát dao động tắt dần của một con lắc lò xo nằm ngang. Biết độ cứng của lò xo là 500 N/m và vật nhỏ có khối lượng 50 g. Hệ số ma sát trượt giữa vật và mặt phẳng ngang bằng 0,3. Kéo vật để lò xo giãn một đoạn 1 cm so với độ dài tự nhiên rồi thả nhẹ. Lấy $g = 10 \text{ m/s}^2$. Vị trí vật dừng hẳn cách vị trí ban đầu đoạn

- A. 0,020 cm. B. 0,013 cm. C. 0,987 cm. D. 0,980 cm.

Giải

$$\text{Độ giảm biên độ sau mỗi nửa chu kì: } \Delta A_{1/2} = \frac{2F_c}{k} = \frac{2\mu mg}{k} = 0,06 \text{ cm}$$

$$\text{Ta có } \frac{A}{\Delta A_{1/2}} = \frac{1}{0,06} = 16,66 \text{ nghĩa là trước khi dừng lại, vật thực hiện được}$$

17 nửa chu kì.

Sau 16 nửa chu kì, điểm biên cách O một đoạn $1 - 16 \cdot 0,06 = 0,04$.

Ở nửa chu kì thứ 17 nó cách tâm dao động O_1 đoạn $0,04 - 0,03 = 0,01$ nên ở nửa chu kì cuối này vật đi thêm được quãng đường $2 \cdot 0,01 = 0,02$

Do đó vị trí dừng lại cách vị trí ban đầu một khoảng là:

$$16,0,06 + 0,02 = 0,98\text{cm}$$

$\Rightarrow$ Đáp án D.

Ví dụ 9: Một con lắc lò xo bố trí nằm ngang, vật nặng có khối lượng $m = 100\text{ g}$, lò xo có độ cứng là $k = 160\text{ N/m}$. Lấy $g = 10\text{ m/s}^2$. Khi vật đang ở vị trí cân bằng, người ta truyền cho vật vận tốc $v_0 = 2\text{ m/s}$ theo phương ngang để vật dao động. Do giữa vật và mặt phẳng ngang có lực ma sát với hệ số ma sát $\mu = 0,01$ nên dao động của vật sẽ tắt dần. Tìm tốc độ trung bình của vật trong suốt quá trình vật chuyển động?

Giải

Muốn tìm được tốc độ trung bình, trước hết cần phải tìm thời gian và quãng đường mà vật đi được cho tới khi dừng lại, ta có 2 cách tính:

Cách 1: Tính chính xác

Vị trí biên đầu tiên được tính theo định luật bảo toàn năng lượng:

$$\frac{1}{2}kA_0^2 + \mu mgA_0 = \frac{1}{2}mv_0^2 \Rightarrow A_0 = 4,99(\text{cm})$$

$$\text{Độ giảm biên độ sau } \frac{1}{2} \text{ chu kì là } \Delta A_{1/2} = \frac{2\mu mg}{k} = 0,0125(\text{cm})$$

Số nửa chu kì vật thực hiện được là giá trị N nguyên thỏa mãn:

$$\left(\frac{A_0}{\Delta A_{1/2}} - \frac{1}{2} \right) \leq N < \left(\frac{A_0}{\Delta A_{1/2}} + \frac{1}{2} \right) \Rightarrow 398,7 \leq N < 399,7$$

Chọn $N = 399$ nên tính từ vị trí biên ban đầu, trước khi dừng, vật thực hiện được 399 nửa chu kì, suy ra:

$$\text{Thời gian của chuyển động } t = \frac{T}{4} + N \cdot \frac{T}{2} = 31,36(\text{s})$$

Quãng đường đi được:

$$S = A_0 + N(2A_0 - N\Delta A_{1/2}) = 4,99 + 1992 = 1996,99(\text{cm})$$

$$\text{Lúc này, tốc độ trung bình } \bar{v} = \frac{S}{t} = \frac{1996,99}{31,36} = 63,679\text{ cm/s}$$

Cách 2: Tính gần đúng

$$\bullet \text{ Biên độ ban đầu } A_0 = \frac{v_0}{\omega} = v_0 \sqrt{\frac{m}{k}} = 2 \cdot \sqrt{\frac{100 \cdot 10^{-3}}{160}} = 0,05(\text{m}) = 5(\text{cm})$$

$\bullet$ Độ giảm cơ năng sau mỗi chu kì bằng độ lớn công của lực ma sát nên

$$\Delta E = \frac{1}{2}k(A^2 - A'^2) = \frac{1}{2}k \Delta A \cdot 2A = A_{ms} = \mu mg \cdot 4A. \text{ Từ đây tính được độ giảm}$$

$$\text{biên độ sau mỗi chu kì: } \Delta A = \frac{4\mu mg}{k} = 0,25 \cdot 10^{-3} \text{ (m)} = 0,025 \text{ (cm)}$$

- Số dao động mà vật thực hiện được: $N = \frac{A_0}{\Delta A} = \frac{5}{0,025} = 200$ nên tổng thời gian từ lúc dao động đến lúc dừng lại

$$t = N \cdot T = N \cdot 2\pi \sqrt{\frac{m}{k}} = 200 \cdot 2\pi \sqrt{\frac{100 \cdot 10^{-3}}{160}} = 31,4 \text{ s}$$

- Độ giảm cơ năng bằng độ lớn công của lực ma sát trong suốt quá trình dao động đó nên: $\Delta E = \frac{1}{2}k(A_0^2 - 0) = \frac{1}{2}kA_0^2 = A_{ms} = \mu mg S_{\Sigma}$. Từ biểu

$$\text{thức này, tính được tổng quãng đường vật đi được: } S_{\Sigma} = \frac{kA_0^2}{2\mu mg} = 20 \text{ (m)}$$

- Tốc độ trung bình $\bar{v} = \frac{S_{\Sigma}}{t} = \frac{20}{31,4} = 0,637 \text{ m/s}$

Vận dụng 1: Một con lắc lò xo dao động trên mặt phẳng nằm ngang. Ban đầu, kéo vật đến vị trí lò xo bị giãn 9,5cm và buông nhẹ thì sau khi đi được quãng đường 8,5cm, vật đạt được tốc độ cực đại là 85cm/s. Bỏ qua lực cản của không khí tác dụng vào vật. Hãy tính thời gian và quãng đường vật chuyển động từ lúc bắt đầu dao động đến lúc vật dừng lại?

Vận dụng 2: Một con lắc đơn có chiều dài 0,992 (m), quả cầu nhỏ có khối lượng 25 (g). Cho nó dao động tại nơi có gia tốc trọng trường $9,8 \text{ m/s}^2$ với biên độ góc 4° , trong môi trường có lực cản tác dụng. Biết con lắc đơn chỉ dao động được 50 (s) thì ngừng hẳn. Độ hao hụt cơ năng trung bình sau mỗi chu kì là

A. 20 μJ . B. 22 μJ . C. 23 μJ . D. 24 μJ .

Chú ý: Để tính chính xác quãng đường đi được trong dao động tắt dần, chúng ta cũng có thể giải theo cách khác như sau:

$$+ \text{ Tính độ giảm biên độ sau mỗi nửa chu kì: } \Delta A_{1/2} = \frac{2F_{ms}}{k} = \frac{2\mu mg}{k}$$

$$+ \text{ Tìm số nửa chu kỳ mà vật thực hiện được thông qua } \frac{A_0}{\Delta A_{1/2}} = a, b$$

Nếu $b < 5$ thì số nửa chu kỳ mà vật thực hiện được là $N = a$

Nếu $b \geq 5$ thì số nửa chu kỳ mà vật thực hiện được là $N = a + 1$

+ Thời gian của chuyển động $t = \frac{T}{2}$ và quãng đường đi được là:

$$S = 2A_0N - \frac{\Delta A_{1/2}}{2} [2 + 6 + \dots + [2 + (N-1)4]]$$

Trong ngoặc là cấp số cộng có công sai 4 với N số hạng

Ta xét thêm ví dụ nữa: Con lắc lò xo nằm ngang có $k = 10 \text{ N/m}$, $m = 100 \text{ g}$, hệ số ma sát trượt bằng hệ số ma sát nghỉ và cùng bằng $0,1$. Kéo vật ra khỏi VTCB 1 đoạn A_0 rồi buông nhẹ. Lấy $g = 10 \text{ m/s}^2$. Tìm quãng đường tổng cộng vật đi được trong các tình huống giả định sau:

1. $A_0 = 12 \text{ cm}$ 2. $A_0 = 12,2 \text{ cm}$ 3. $A_0 = 13 \text{ cm}$ 4. $A_0 = 13,2 \text{ cm}$

Giải

Độ giảm biên độ sau mỗi nửa chu kỳ: $\Delta A_{1/2} = \frac{2\mu mg}{k} = 0,02(\text{m}) = 2(\text{cm})$

1. Nếu $A_0 = 12 \text{ cm}$

$$\frac{A_0}{\Delta A_{1/2}} = \frac{12}{2} = 6,0 \Rightarrow \text{Số nửa chu kỳ mà vật thực hiện được là } N = 6$$

$$S_1 = 2.12.6 - \frac{2}{2} [2 + 6 + 10 + 14 + 18 + 22] = 72 \text{ cm}$$

2. Nếu $A_0 = 12,2 \text{ cm}$

$$\frac{A_0}{\Delta A_{1/2}} = \frac{12,2}{2} = 6,1 \Rightarrow \text{Số nửa chu kỳ mà vật thực hiện được là } N = 6$$

$$S_2 = 2.12,2.6 - \frac{2}{2} [2 + 6 + 10 + 14 + 18 + 22] = 74,4 \text{ cm}$$

3. Nếu $A_0 = 13 \text{ cm}$

$$\frac{A_0}{\Delta A_{1/2}} = \frac{13}{2} = 6,5 \Rightarrow \text{Số nửa chu kỳ mà vật thực hiện được là } N = 6 + 1 = 7$$

$$S_3 = 2.13.7 - \frac{2}{2} [2 + 6 + 10 + 14 + 18 + 22 + 26] = 84 \text{ cm}$$

4. Nếu $A_0 = 13,2 \text{ cm}$

$$\frac{A_0}{\Delta A_{1/2}} = \frac{13,2}{2} = 6,6 \Rightarrow \text{Số nửa chu kỳ mà vật thực hiện được là } N = 6 + 1 = 7$$

$$S_4 = 2.13,2.7 - \frac{2}{2} [2 + 6 + 10 + 14 + 18 + 22 + 26] = 86,8 \text{ cm}$$

V. PHƯƠNG PHÁP TÌM ĐẠI LƯỢNG VẬT LÝ BIẾT NÓ THUỘC KHOẢNG NÀO ĐÓ và PP TÌM SỐ CỰC ĐẠI - CỰC TIỂU

Ví dụ 1: Một thanh thép đàn hồi dao động với tần số $f = 16 \text{ Hz}$, gắn một quả cầu nhỏ vào thanh thép. Khi thanh thép dao động, trên mặt nước có một nguồn sóng tại tâm O. Trên nửa đường thẳng đi qua O người ta thấy 2 điểm M, N cách nhau 6 cm dao động cùng pha. Biết tốc độ lan truyền của sóng $0,4 \text{ m/s} \leq v \leq 0,6 \text{ m/s}$. Tốc độ truyền sóng là

- A. 42 cm/s. B. 48 cm/s. C. 56 cm/s. D. 60 cm/s.

Giải

Vì M, N dao động cùng pha nên khoảng cách giữa chúng thỏa mãn $\Delta d = k\lambda$

$$\text{Mà } \lambda = \frac{v}{f} \Rightarrow \Delta d = k \frac{v}{f} \Rightarrow v = \frac{\Delta d \cdot f}{k} = \frac{6 \cdot 16}{k} \Rightarrow v = \frac{96}{k} (*)$$

Theo đề ra $40 \leq v \leq 60 \Rightarrow 40 \leq \frac{96}{k} \leq 60 \Rightarrow 1,6 \leq k \leq 2,4$. Vì k nguyên nên

chỉ nhận $k = 2$, thay giá trị này vào (*) thu được $v = 48 \text{ cm/s}$

$\Rightarrow$ Chọn B.

Ví dụ 2: Một sóng cơ học có vận tốc truyền sóng $v = 500 \text{ cm/s}$ và tần số trong khoảng từ 10Hz đến 20Hz. Biết hai điểm M và N trên phương truyền sóng nằm một phía so với nguồn cách nhau một khoảng 0,5m luôn dao động ngược pha. Bước sóng bằng

- A. 43,33 cm. B. 38,33 cm. C. 33,33 cm. D. 26,33 cm.

Giải

+ Độ lệch pha dao động giữa hai điểm M, N nằm trên phương truyền sóng

$$\Delta \varphi = 2\pi \frac{d_M - d_N}{\lambda} = 2\pi \frac{\Delta d}{\lambda}$$

+ Hai dao động ngược pha, tức $\Delta \varphi = (2k+1)\pi \Rightarrow 2\pi \frac{\Delta d}{\lambda} = (2k+1)\pi$

$$\Rightarrow \frac{2\Delta d \cdot f}{v} = 2k+1 \Rightarrow f = \frac{(2k+1)v}{2\Delta d} = \frac{(2k+1)500}{2 \cdot 50} = 5(2k+1)$$

Do $10 \text{ Hz} \leq f \leq 20 \text{ Hz}$ nên $10 \leq 5(2k+1) \leq 20 \Rightarrow 0,5 \leq k \leq 1,5 \Rightarrow k = 1$

$$\text{Khi đó } f = \frac{(2k+1)v}{2\Delta d} = \frac{3 \cdot 500}{2 \cdot 0,5} = 15 \text{ Hz} \Rightarrow \lambda = \frac{v}{f} = \frac{500}{15} = \frac{100}{3} = 33,33 \text{ (cm)}.$$

$\Rightarrow$ Đáp án C.

Ví dụ 3: Hai nguồn phát sóng S_1, S_2 trên mặt chất lỏng dao động theo phương vuông góc với bề mặt chất lỏng với cùng tần số 50 Hz và cùng pha ban đầu, coi biên độ sóng không đổi. Trên đoạn thẳng S_1S_2 , người ta thấy hai điểm cách nhau 9 cm dao động với biên độ cực đại. Cho tốc độ truyền sóng trên mặt chất lỏng thuộc khoảng $1,5 \text{ m/s} < v < 2,25 \text{ m/s}$. Tìm tốc độ truyền sóng?

Giải

$$\text{Ta có: } \Delta d = k \frac{\lambda}{2}$$

$$\text{Mà } \lambda = \frac{v}{f} \Rightarrow \Delta d = k \frac{v}{2f} \Rightarrow v = \frac{2 \cdot \Delta d \cdot f}{k} = \frac{900}{k} \quad (*)$$

$$\text{Theo đề ra } 150 < v < 225 \Rightarrow 150 < \frac{900}{k} < 225 \Rightarrow 4 < k < 6. \text{ Vì } k \text{ nguyên nên}$$

chỉ nhận $k = 5$, thay giá trị này vào $(*)$ thu được $v = 180 \text{ cm/s}$.

Vận dụng: Hai nguồn phát sóng S_1, S_2 trên mặt chất lỏng dao động theo phương vuông góc với bề mặt chất lỏng với cùng tần số 50 Hz và cùng pha ban đầu, coi biên độ sóng không đổi. Trên đoạn thẳng S_1S_2 , điểm M dao động cực đại cách một điểm N dao động cực tiểu là 9 cm. Cho tốc độ truyền sóng trên mặt chất lỏng thuộc khoảng $1,8 \text{ m/s} < v < 2,25 \text{ m/s}$. Tìm tốc độ truyền sóng?

Ví dụ 4: Một khe F hẹp phát ánh sáng trắng chiếu sáng hai khe F_1, F_2 song song với F và cách nhau 1,2 mm. Màn quan sát M song song với mặt phẳng chứa F_1, F_2 và cách nó 2 m. Cho biết giới hạn phổ khả kiến từ 380 nm đến 760 nm. Tại điểm A trên màn M cách vân trắng trung tâm 4 mm có mấy vân sáng? Của những bức xạ nào?

- A. Có 2 vân sáng của $\lambda_1 = 600 \text{ nm}$ và $\lambda_2 = 480 \text{ nm}$.
- B. Có 3 vân sáng của $\lambda_1 = 600 \text{ nm}$, $\lambda_2 = 480 \text{ nm}$ và $\lambda_3 = 400 \text{ nm}$.
- C. Có 3 vân sáng của $\lambda_1 = 380 \text{ nm}$, $\lambda_2 = 600 \text{ nm}$ và $\lambda_3 = 760 \text{ nm}$.
- D. Có 3 vân sáng của $\lambda_1 = 380 \text{ nm}$, $\lambda_2 = 570 \text{ nm}$ và $\lambda_3 = 760 \text{ nm}$.

Giải

Đây thuộc dạng bài toán cho tọa độ điểm M trên màn trong giao thoa ánh sáng trắng, hỏi ở đó có những bức xạ nào cho vạch sáng hoặc vạch tối? Phương pháp giải như sau:

$$+ \text{ Từ vị trí vân sáng } x_M = x_s = k \frac{\lambda D}{a} \text{ rút ra } \lambda = \frac{a \cdot x_M}{k \cdot D} \quad (1)$$

$$\text{Sau đó cho } \lambda_T \leq \lambda \leq \lambda_D \Rightarrow \lambda_T \leq \frac{x_M a}{k D} \leq \lambda_D \Rightarrow k \in \mathbb{Z}.$$

Thay k vào (1) để xác định các bậc xạ λ cho vân sáng tại M . Số giá trị k nguyên là số bậc xạ cho vân sáng.

+ Từ vị trí vân tối $x_M = x_1 = (2m+1) \frac{\lambda_D}{2a}$ rút ra $\lambda = \frac{ax_M}{(m+0,5)D}$ (2)

Sau đó cho $\lambda_T \leq \lambda \leq \lambda_D \Rightarrow \lambda_T \leq \frac{x_M a}{(m+0,5)D} \leq \lambda_D \Rightarrow m \in \mathbb{Z}$.

Thay m vào (2) để xác định các bậc xạ λ cho vân tối tại M . Số giá trị m nguyên là số bậc xạ cho vân tối.

Cụ thể: Tại điểm M có các vân sáng $\Leftrightarrow x_s = k \frac{\lambda D}{a}$

$\Rightarrow \lambda = \frac{x_s a}{kD} = \frac{4 \cdot 10^{-3} \cdot 1,2 \cdot 10^{-3}}{k \cdot 2} = \frac{2,4}{k} \cdot 10^{-6} \text{ m} = \frac{2,4}{k} \mu\text{m}$

Lại có $\lambda_T \leq \lambda \leq \lambda_D \Rightarrow 0,38 \leq \frac{2,4}{k} \leq 0,76 \Rightarrow 3,2 \leq k \leq 6,3$

Mà k nguyên nên chỉ nhận ba giá trị 4; 5 và 6 tương ứng với ba bậc xạ

$\lambda_4 = \frac{2,4}{4} = 0,6 \mu\text{m}$; $\lambda_5 = \frac{2,4}{5} = 0,48 \mu\text{m}$ và $\lambda_6 = \frac{2,4}{6} = 0,4 \mu\text{m}$

$\Rightarrow$ Chọn B.

Và đây cũng là một bài toán tương tự: Trong thí nghiệm Y-âng, người ta chiếu sáng hai khe bằng ánh sáng trắng có bước sóng từ $0,38 \mu\text{m}$ đến $0,76 \mu\text{m}$.

Biết khoảng cách giữa hai khe $S_1 S_2 = 1,5 \text{ mm}$. Màn quan sát đặt cách hai khe một khoảng $D = 3 \text{ m}$. Những bậc xạ cho vân tối tại điểm M cách vân sáng trung tâm một đoạn 6 mm là

A. $0,677 \mu\text{m}$; $0,595 \mu\text{m}$; $0,472 \mu\text{m}$ và $0,464 \mu\text{m}$.

B. $0,687 \mu\text{m}$; $0,575 \mu\text{m}$; $0,482 \mu\text{m}$ và $0,430 \mu\text{m}$.

C. $0,677 \mu\text{m}$; $0,555 \mu\text{m}$; $0,472 \mu\text{m}$ và $0,410 \mu\text{m}$.

D. $0,667 \mu\text{m}$; $0,545 \mu\text{m}$; $0,462 \mu\text{m}$ và $0,400 \mu\text{m}$.

Ta sẽ xuất phát từ vị trí vân tối: $x_1 = (2k+1) \frac{\lambda_D}{2a}$ để rút ra:

$$\lambda = \frac{2x_1 a}{(2k+1)D} = \frac{6 \cdot 10^{-6}}{2k+1} \quad (1)$$

Sau đó cho $0,38 \mu\text{m} \leq \lambda \leq 0,76 \mu\text{m} \Rightarrow 0,38 \cdot 10^{-6} \leq \frac{6 \cdot 10^{-6}}{2k+1} \leq 0,76 \cdot 10^{-6}$

$\Rightarrow 3,5 \leq k \leq 7,4$, mặt khác $k \in \mathbb{Z} \Rightarrow k = 4, 5, 6, 7$. Vậy tại điểm cách vân sáng trung tâm một đoạn 6 mm có 4 bậc xạ cho vân tối. Thay các giá trị của k vào (1) ta được

+ Với $k = 4 \Rightarrow \lambda = \frac{6 \cdot 10^{-6}}{2,4 + 1} = 0,667 \mu\text{m}$

+ Với $k = 5 \Rightarrow \lambda = \frac{6 \cdot 10^{-6}}{2,5 + 1} = 0,545 \mu\text{m}$

+ Với $k = 6 \Rightarrow \lambda = \frac{6 \cdot 10^{-6}}{2,6 + 1} = 0,462 \mu\text{m}$

+ Với $k = 7 \Rightarrow \lambda = \frac{6 \cdot 10^{-6}}{2,7 + 1} = 0,400 \mu\text{m}$

$\Rightarrow$ Đáp án D.

Ví dụ 5: Tại mặt nước nằm ngang có hai nguồn kết hợp S_1 và S_2 cách nhau 18 cm dao động theo phương thẳng đứng với phương trình lần lượt là:

$u_1 = a \sin\left(40\pi t + \frac{\pi}{6}\right)$ cm và $u_2 = a \sin\left(40\pi t + \frac{\pi}{2}\right)$ cm. Biết vận tốc truyền sóng

$v = 120$ cm/s. Gọi AB là 2 điểm trên mặt nước sao cho ABS_1S_2 là hình vuông. Trên đoạn AB, số đường dao động cực tiểu là

- A. 4. B. 3. C. 2. D. 1.

Giải

+ Bước sóng $\lambda = \frac{v}{f} = \frac{v \cdot 2\pi}{\omega} = \frac{120 \cdot 2\pi}{40\pi} = 6$ (cm)

+ Độ lệch pha giữa 2 dao động do 2 sóng gửi đến M: $\Delta\varphi = 2\pi \frac{d_1 - d_2}{\lambda} + \frac{\pi}{3}$

Vì M là điểm dao động với biên độ cực tiểu nên buộc 2 dao động thành phần phải ngược pha nhau, tức là $\Delta\varphi = (2k + 1)\pi$

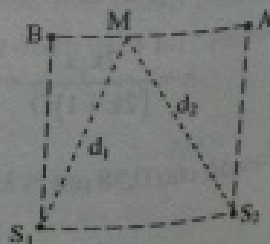
Vậy: $2\pi \frac{d_1 - d_2}{\lambda} + \frac{\pi}{3} = (2k + 1)\pi$. Từ đây suy ra điều kiện cực tiểu cho

trường hợp hai nguồn có độ lệch pha $\frac{\pi}{3}$ này là:

$$d_1 - d_2 = \left(k + \frac{1}{3}\right)\lambda = \left(k + \frac{1}{3}\right)6$$

+ Vì chỉ xét M trên đoạn AB nên

$$d_{1B} - d_{2B} \leq d_1 - d_2 \leq d_{1A} - d_{2A}$$



$$\Rightarrow -18(\sqrt{2}-1) \leq \left(k + \frac{1}{3}\right)6 \leq 18(\sqrt{2}-1) \Rightarrow -1,57 \leq k \leq 0,9 \Rightarrow k = -1; 0$$

Có tất cả 2 giá trị của k nên có 2 đường dao động cực tiểu trên đoạn AB
 $\Rightarrow$ Đáp án C.

Ví dụ 6: Ở mặt thoáng của một chất lỏng có hai nguồn sóng kết hợp A và B cách nhau 20cm, dao động theo phương thẳng đứng với phương trình $u_A = 2\cos 40\pi t$ và $u_B = 2\cos(40\pi t + \pi)$ (u_A và u_B tính bằng mm, t tính bằng s). Biết tốc độ truyền sóng trên mặt chất lỏng là 30 cm/s. Xét hình vuông AMNB thuộc mặt thoáng chất lỏng. Số điểm dao động với biên độ cực đại trên đoạn BM là

A. 19. B. 18. C. 20. D. 17.

Giải

+ Bước sóng: $\lambda = \frac{v}{f} = \frac{v \cdot 2\pi}{\omega} = \frac{30 \cdot 2\pi}{40\pi} = 1,5$ (cm)

+ Vì 2 nguồn ngược pha nên điều kiện để có cực đại là:

$$d_2 - d_1 = (2k + 1) \frac{\lambda}{2} = (2k + 1) \frac{1,5}{2}$$

+ Vì chỉ xét điểm P trên đoạn MB nên ta có

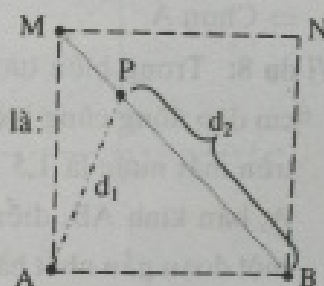
$$d_{BB} - d_{AB} < d_{BP} - d_{AP} \leq d_{BM} - d_{AM}$$

$$-20 < d_{BP} - d_{AP} \leq 20(\sqrt{2} - 1) \Rightarrow -20 < (2k + 1) \frac{1,5}{2} \leq 20(\sqrt{2} - 1)$$

$$\Rightarrow -13,8 < k \leq 5,02 \text{ nhưng } k \in \mathbb{Z} \text{ nên chỉ nhận:}$$

$$k = 0; \pm 1; \pm 2; \pm 3; \pm 4; \pm 5; -6; -7; -8; -9; -10; -11; -12; -13$$

Có 19 giá trị của k , do đó trên đoạn BM có 19 cực đại đi qua $\Rightarrow$ Đáp án A.



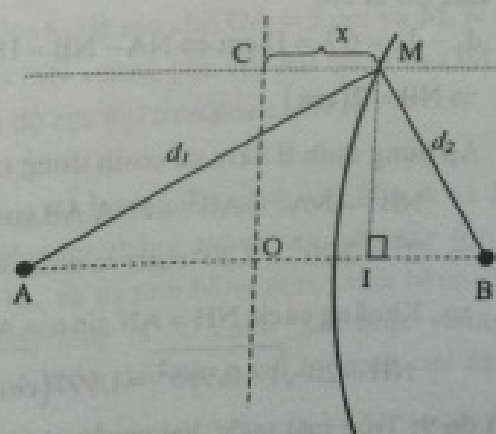
Ví dụ 7: Trong thí nghiệm giao thoa với hai nguồn phát sóng giống nhau tại A, B trên mặt nước. Khoảng cách hai nguồn là $AB = 16$ cm. Hai sóng truyền đi có bước sóng 3 cm. Trên đường thẳng xx' song song với AB, cách AB một khoảng 8 cm, gọi C là giao điểm của xx' với đường trung trực của AB. Khoảng cách xa nhất từ C đến điểm dao động với biên độ cực đại nằm trên xx' là

A. 22,8 cm

B. 20cm

C. 18,6cm

D. 24,3cm



Giải

Muốn CM lớn nhất thì điểm M phải thuộc vân cực đại bậc cao nhất:

$$k = \left[\frac{AB}{\lambda} \right] = \left[\frac{16}{3} \right] = 5$$

Lúc đó ta có: $d_1 - d_2 = 5 \cdot \lambda = 15\text{cm}$

Hình học phẳng cho phương trình: $\sqrt{IA^2 + IM^2} - \sqrt{IB^2 + IM^2} = 15$

$$\text{Hay: } \sqrt{(8+x)^2 + 8^2} - \sqrt{(8-x)^2 + 8^2} = 15$$

Bấm máy tính cầm tay: **SHIFT** **CALC** để chọn chế độ SOLVE giải phương trình, nhập phương trình trên, máy tính sẽ cho kết quả $x = 22,8\text{cm}$
 $\Rightarrow$ Chọn A.

Ví dụ 8: Trong hiện tượng giao thoa sóng nước, hai nguồn A, B cách nhau 20 cm dao động cùng biên độ, cùng pha, cùng tần số 50 Hz. Tốc độ truyền sóng trên mặt nước là 1,5 m/s. Xét các điểm trên mặt nước thuộc đường tròn tâm A, bán kính AB, điểm dao động với biên độ cực đại cách đường thẳng AB một đoạn gần nhất bằng

- A. 16,84 mm B. 19,97 mm C. 18,63 mm D. 26,73cm

Giải

Muốn gần AB nhất thì điểm N phải gần B nhất như hình vẽ

$$k = \left[\frac{AB}{\lambda} \right] = \left[\frac{20}{3} \right] = 6$$

Lúc đó ta có:

$$d_1 - d_2 = 6 \cdot \lambda = 18\text{cm} \Leftrightarrow NA - NB = 18$$

$$\Rightarrow NB = 2(\text{cm})$$

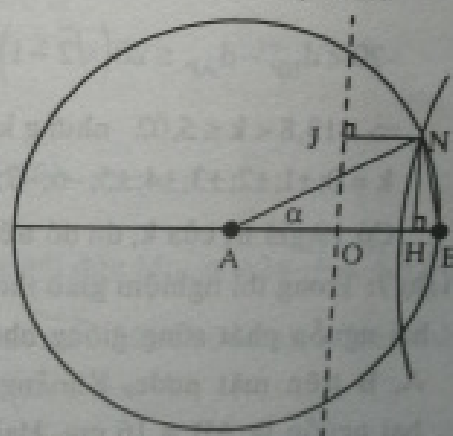
Áp dụng định lí hàm số cosin trong tam giác NHB ta có:

$$NB^2 = NA^2 + AB^2 - 2NA \cdot AB \cdot \cos \alpha$$

$$\Rightarrow 2^2 = 20^2 - 2 \cdot 20^2 \cos \alpha \Rightarrow \cos \alpha = 0,995$$

$$\Rightarrow \text{Khoảng cách } NH = AN \cdot \sin \alpha = AN \cdot \sqrt{1 - \cos^2 \alpha}$$

$$NH = 20 \cdot \sqrt{1 - 0,995^2} = 1,997(\text{cm}) \Rightarrow \text{Chọn B.}$$



Ví dụ 9: Trên mặt nước, hai nguồn phát sóng A và B giống nhau cách nhau 12cm đang dao động vuông góc với mặt nước tạo ra sóng có bước sóng 1,6cm. Gọi C là

điểm trên mặt nước cách đều hai nguồn và cách trung điểm O của đoạn AB một khoảng 8 cm. Số điểm dao động ngược pha so với nguồn ở trên đoạn CO là

- A. 2. B. 3. C. 4. D. 5.

Giải

+ Coi pha ban đầu của các nguồn bằng 0. Vì M thuộc đường trung trực nên các dao động thành phần đến M cùng pha nhau, điều này dẫn đến dao động tổng hợp tại M cũng cùng pha với các dao động thành phần. Vậy độ lệch pha giữa M và nguồn là $2\pi \frac{d_1}{\lambda}$.

+ Điểm M dao động ngược pha với nguồn $\Rightarrow 2\pi \frac{d_1}{\lambda} = (2k+1)\pi$

$$\Rightarrow d_1 = (2k+1) \frac{\lambda}{2} = (2k+1) \frac{1,6}{2} = (2k+1) \cdot 0,8$$

Theo hình vẽ ta thấy $AO \leq d_1 \leq AC$

$$\text{Suy ra } \frac{AB}{2} \leq (2k+1) \cdot 0,8 \leq \sqrt{\left(\frac{AB}{2}\right)^2 + OC^2}$$

$$\Rightarrow 6 \leq (2k+1) \cdot 0,8 \leq 10 \Rightarrow 3,25 \leq k \leq 5,75$$

$\Rightarrow k$ chỉ nhận 2 giá trị nguyên 4 và 5

$\Rightarrow$ Trên đoạn CO có 2 điểm dao động ngược pha so với nguồn $\Rightarrow$ Chọn A.

Để có thể biết và hiểu các dạng bài toán một cách đầy đủ hơn, hãy tham khảo cuốn: **CẨM NANG ÔN LUYỆN THI ĐẠI HỌC MÔN VẬT LÝ (2 tập)**.

Bài tập vận dụng:

Bài 1: Trên mặt thoáng của chất lỏng, hai nguồn kết hợp A và B dao động ngược pha cách nhau 10 cm. Sóng tạo thành trên mặt chất lỏng lan truyền với bước sóng 0,5 cm. Gọi O là điểm nằm trên đoạn AB sao cho $OA = 3$ cm và M, N là hai điểm trên bề mặt chất lỏng sao cho MN vuông góc với AB tại O và $OM = ON = 4$ cm. Số điểm dao động với biên độ cực đại trên đoạn MN là

- A. 2. B. 3. C. 4. D. 5.

Bài 2: Trên mặt thoáng của một chất lỏng có hai nguồn sóng kết hợp A và B cách nhau 20 cm, dao động theo phương thẳng đứng với phương trình $u_A = 2\cos 40\pi t$ và $u_B = 2\cos(40\pi t + \pi)$ (u_A và u_B tính bằng mm, t tính bằng s). Biết tốc độ truyền sóng trên mặt chất lỏng là 30 cm/s. Xét hình vuông AMNB thuộc mặt thoáng chất lỏng. Số điểm dao động với biên độ cực đại trên chu vi hình vuông AMNB là

- A. 27. B. 26. C. 52. D. 54.

VI. CÁC PHƯƠNG PHÁP GIẢI BÀI TOÁN CỰC TRỊ CƠ BẢN

Trong phần điện xoay chiều, chúng ta thường gặp bài toán tìm giá trị lớn nhất và nhỏ nhất của một đại lượng vật lý khi có một yếu tố biến thiên, tùy vào từng bài toán cụ thể, ta sẽ chọn một trong các phương pháp sau đây:

Phương pháp 1: Dùng bất đẳng thức Côsi

+ Áp dụng cho 2 số dương a, b

$$a + b \geq 2\sqrt{a.b} \Rightarrow \begin{cases} (a+b)_{\min} = 2\sqrt{a.b} \\ (\sqrt{a.b})_{\max} = \frac{a+b}{2} \end{cases} \text{ dấu "=" xảy ra khi } a = b$$

Khi tích 2 số không đổi, tổng nhỏ nhất khi 2 số bằng nhau.

Khi tổng 2 số không đổi, tích 2 số lớn nhất khi 2 số bằng nhau.

+ Áp dụng cho n số hạng

$$\frac{a_1 + a_2 + \dots + a_n}{n} \geq \sqrt[n]{a_1.a_2 \dots a_n} \text{ dấu "=" xảy ra khi } a_1 = a_2 = \dots = a_n$$

Phương pháp 2:

+ Dùng định lý hàm số sin trong tam giác: $\frac{a}{\sin A} = \frac{b}{\sin B} = \frac{c}{\sin C}$

+ Định lý hàm số cosin trong tam giác: $a^2 = b^2 + c^2 - 2.b.c.\cos A$

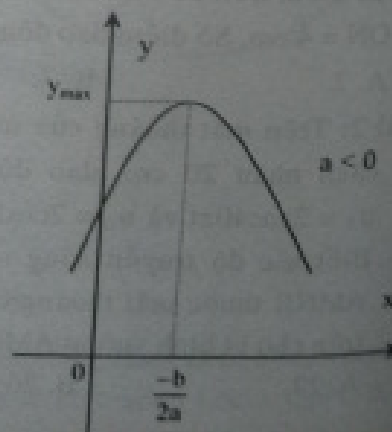
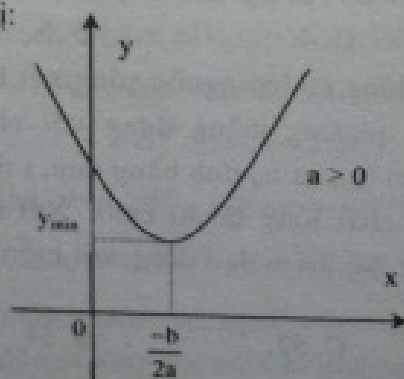
$$(\cos \alpha)_{\max} = 1 \Leftrightarrow \alpha = 0^\circ; (\sin \alpha)_{\max} = 1 \Leftrightarrow \alpha = 90^\circ$$

Phương pháp 3: Dựa vào hàm số bậc 2: $y = f(x) = ax^2 + bx + c$ ($a \neq 0$)

+ $a > 0$ thì tại đỉnh Parabol $x = \frac{-b}{2a}$ có $y_{\min} = \frac{-\Delta}{4a} = \frac{4ac - b^2}{4a}$

+ $a < 0$ thì $y_{\max} = \frac{-\Delta}{4a} = \frac{4ac - b^2}{4a}$ khi $x = \frac{-b}{2a}$

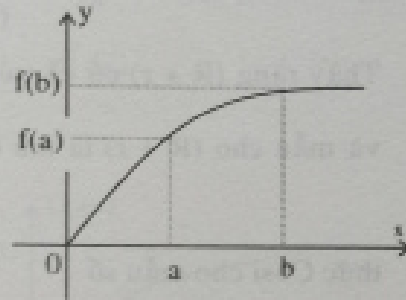
+ Đồ thị:



Phương pháp 4: Dùng đạo hàm

- Nội dung:
- + Hàm số $y = f(x)$ có cực trị khi $f'(x) = 0$
 - + Giải phương trình $f'(x) = 0$
 - + Lập bảng biến thiên tìm cực trị.
 - + Vẽ đồ thị nếu đề bài yêu cầu khảo sát sự biến thiên.

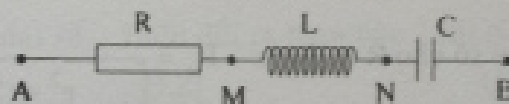
Ngoài các phương pháp trên còn có một số phương pháp khác để tìm giá trị lớn nhất, nhỏ nhất của một đại lượng vật lý. Tùy theo biểu thức của đại lượng vật lý có dạng hàm số nào mà áp dụng bài toán để giải. Có những hàm số không có cực trị, chỉ có tính đồng biến hoặc nghịch biến ta tìm được giá trị lớn nhất, nhỏ nhất trong miền nào đó.



Trong đoạn $[a, b]$: $f(b)$ lớn nhất khi $x = b$
 $f(a)$ nhỏ nhất khi $x = a$.

Sau đây là một số bài toán tổng hợp kiểu tự luận để mô tả cho các phương pháp trên

Bài toán 1: Cho mạch điện xoay chiều như hình vẽ:

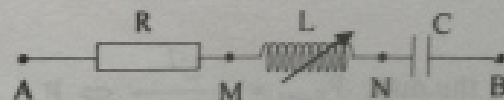


1. Tình huống 1: Với $R = \text{const}$. Thay đổi L hoặc C hoặc ω để công suất tiêu thụ trên đoạn mạch AB cực đại, tìm công suất cực đại và đại lượng nào đó.

Cách làm:

Công suất tiêu thụ trên mạch

$$P = (R + r)I^2 = \frac{(R + r)U^2}{(R + r)^2 + (Z_L - Z_C)^2}$$



Các đại lượng biến thiên đều nằm trong số hạng $(Z_L - Z_C)^2$ và vì

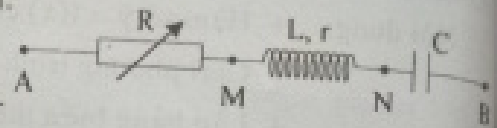
$$(Z_L - Z_C)^2 \geq 0 \text{ nên } P = P_{\max} = \frac{U^2}{R + r} \text{ khi hiệu } Z_L - Z_C = 0, \text{ tức là lúc này}$$

mạch xảy ra cộng hưởng điện

Và từ $Z_L - Z_C = 0$ ta sẽ tính được L hoặc C hoặc ω khi bài toán cho 2 đại lượng nào đó bất tìm 1 đại lượng còn lại.

2. Tình huống 2: Giữ L , C và ω không đổi. Thay đổi R , tìm R để:

- Công suất tiêu thụ trên mạch AB cực đại.
- Công suất tiêu thụ trên R cực đại.
- Công suất tiêu thụ trên cuộn dây cực đại.



Cách làm:

a) Tìm R để $P_{\max}$? Ta có:
$$P = \frac{(R+r).U^2}{(R+r) + (Z_L - Z_C)^2}$$

Thấy rằng $(R+r)$ có cả trên tử số lẫn mẫu số nên với bài toán này, chia tử và mẫu cho $(R+r)$ ta thu được
$$P = \frac{U^2}{(R+r) + \frac{(Z_L - Z_C)^2}{R+r}}$$
 và dùng bất đẳng

thức Côsi cho mẫu số

$$\Rightarrow P_{\max} = \frac{U^2}{2(R+r)} \Leftrightarrow R+r = |Z_L - Z_C| \Rightarrow R = |Z_L - Z_C| - r$$

b) Tìm R để $P_{R\max}$?

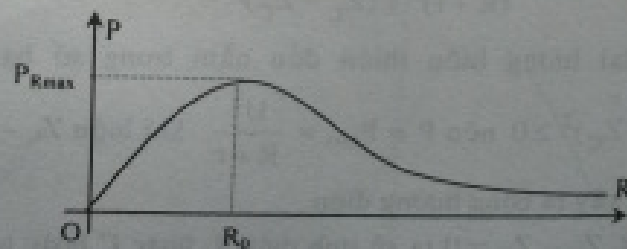
Ta có:
$$P_R = R.I^2 = \frac{R.U^2}{(R+r)^2 + (Z_L - Z_C)^2}$$

Chia tử số và mẫu số cho R ta được:
$$P_R = \frac{U^2}{\left[R + \frac{r^2 + (Z_L - Z_C)^2}{R} \right] + 2r}$$

Chỉ cần áp dụng bất đẳng thức Côsi cho số hạng $\left[R + \frac{r^2 + (Z_L - Z_C)^2}{R} \right]$ sẽ

thu được
$$P_{R\max} = \frac{U^2}{2(R+r)} \Leftrightarrow R = \sqrt{r^2 + (Z_L - Z_C)^2} \quad (\text{Đặt giá trị này là } R_0)$$

Dạng đồ thị:



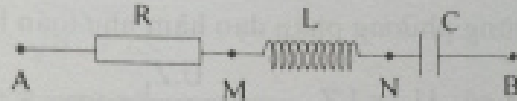
c) Tính R để $P_{r\max}$?

Ta có:
$$P_r = r.I^2 = \frac{r.U^2}{(R+r)^2 + (Z_L - Z_C)^2}$$

Để dàng nhận thấy $(R+r)^2 \geq 0$ nên $P_r = P_r^{\max} = \frac{r.U^2}{r^2 + (Z_L - Z_C)^2} \Leftrightarrow R = 0$.

Bài toán 2: Cho mạch điện xoay chiều như hình vẽ

- Tìm R để U_R cực đại.
- Tìm L để U_L cực đại.
- Tìm C để U_C cực đại.

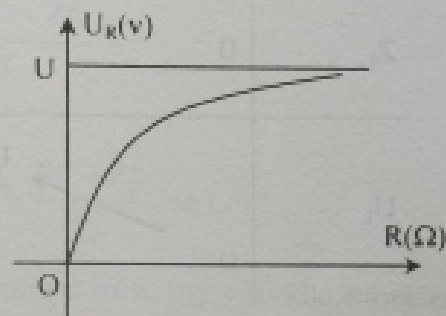


- Tìm ω lần lượt để U_R cực đại, U_L cực đại, U_C cực đại.

Cách làm:

- Tìm R để U_R cực đại.

$$\begin{aligned} \text{Ta có: } U_R &= I.R = \frac{U.R}{\sqrt{R^2 + (Z_L - Z_C)^2}} \\ &= \frac{U}{\sqrt{1 + \frac{(Z_L - Z_C)^2}{R^2}}} \end{aligned}$$



Và dễ thấy: $U_{R\max} = U \Leftrightarrow R = \infty$

- Tìm L để U_L cực đại. Có 3 cách giải chính sau:

Cách 1:

Dùng phương pháp đại số - Biến đổi ra hàm bậc 2 rồi lấy cực trị theo tọa độ

$$\text{đỉnh. Ta có: } U_L = I.Z_L = \frac{U.Z_L}{\sqrt{R^2 + (Z_L - Z_C)^2}} = \frac{U.Z_L}{\sqrt{R^2 + Z_L^2 - 2Z_L Z_C + Z_C^2}}$$

Chia tử và mẫu cho Z_L và rút gọn ta được:

$$U_L = \frac{U}{\sqrt{(R^2 + Z_C^2) \frac{1}{Z_L^2} - \frac{2Z_C}{Z_L} + 1}} = \frac{U}{\sqrt{y}}$$

Theo biểu thức trên, muốn $U_{L\max}$ thì $y_{\min}$

$$\text{Đặt } x = \frac{1}{Z_L}, \text{ ta sẽ có hàm } y = ax^2 + bx + 1 \text{ với } \begin{cases} a = R^2 + Z_C^2 \\ b = -2Z_C \end{cases} \quad (*)$$

$$\text{Vì } a > 0 \text{ nên } y_{\min} = -\frac{\Delta}{4a} \text{ khi } x = -\frac{b}{2a} \quad (**)$$

$$\text{Thay } a, b \text{ ở } (*) \text{ vào } (**) \text{ ta được: } \frac{1}{Z_L} = \frac{2Z_C}{2(R^2 + Z_C^2)} \Rightarrow \boxed{Z_L = \frac{R^2 + Z_C^2}{Z_C}} \Rightarrow L$$

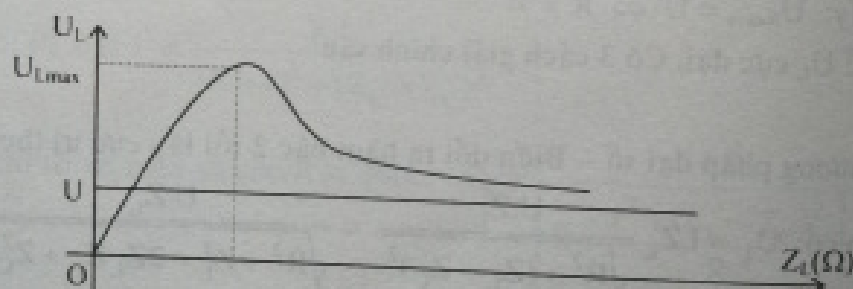
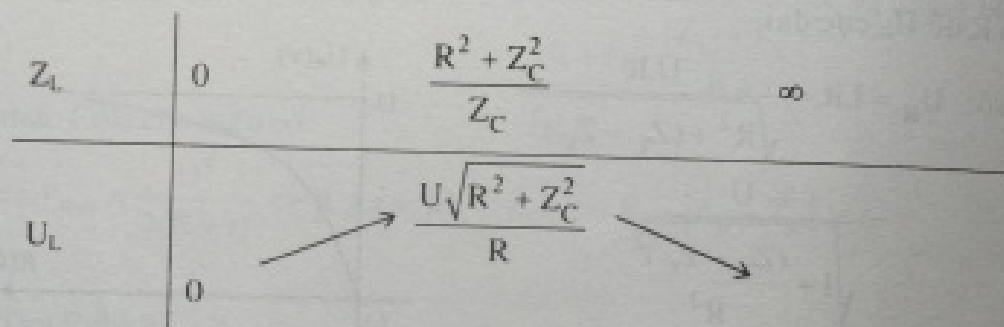
$$\text{và } y_{\min} = \frac{4ac - b^2}{4a} = \frac{R^2}{R^2 + Z_C^2} \Rightarrow \boxed{U_L^{\max} = \frac{U \sqrt{R^2 + Z_C^2}}{R}}$$

Cách 2:

Dùng phương pháp đạo hàm như toán học, khảo sát U_L theo Z_L .

$$\text{Ta có: } U_L = I Z_L = \frac{U Z_L}{\sqrt{R^2 + (Z_L - Z_C)^2}} = \frac{U Z_L}{\sqrt{R^2 + Z_L^2 - 2Z_L Z_C + Z_C^2}}$$

Lấy đạo hàm, lập bảng biến thiên ta sẽ thu được cực trị và dạng của đồ thị.



Cách 3: Vẽ giản đồ vectơ rồi dựa vào phép tính hình học để khảo sát:

$$\text{Ta có: } u_{AB} = u_{AM} + u_{MN} + u_{NB}$$

$$\text{Hay dạng vectơ: } \overline{U_{AB}} = \overline{U_{AM}} + \overline{U_{MN}} + \overline{U_{NB}}$$

Theo cách vẽ các vectơ nối tiếp với nhau thì ở giản đồ này độ dài các cạnh là điện áp tương ứng

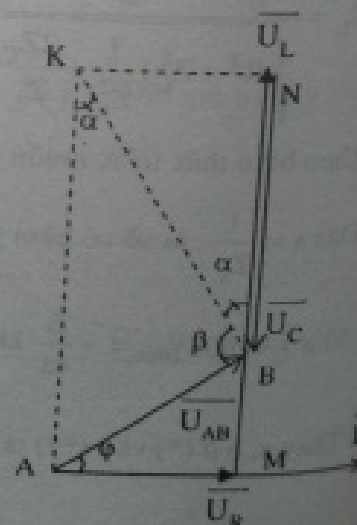
$$AB = U_{AB} = U$$

$$AM = U_R$$

$$MN = AK = U_L$$

$$NB = U_C$$

Áp dụng định lý hàm số sin trong ΔABK ta có:



$$\frac{AB}{\sin \alpha} = \frac{AK}{\sin \beta} \Leftrightarrow \frac{U}{\sin \alpha} = \frac{U_L}{\sin \beta} \Rightarrow U_L = \frac{U \cdot \sin \beta}{\sin \alpha}$$

Trong ΔKBN vuông tại N ta có:

$$\sin \alpha = \frac{KN}{KB} = \frac{U_R}{U_{R,C}} = \frac{I \cdot R}{I \cdot \sqrt{R^2 + Z_C^2}} = \frac{R}{\sqrt{R^2 + Z_C^2}}$$

$$\text{Nên } U_L = \frac{U \cdot \sin \beta}{\sin \alpha} = \frac{U \cdot \sqrt{R^2 + Z_C^2}}{R} \cdot \sin \beta$$

Lúc này ta thấy U_L chỉ còn phụ thuộc vào $\sin \beta$.

$$\text{Vậy nếu } \sin \beta = 1 \text{ thì: } U_L = U_L^{\max} = \frac{U \cdot \sqrt{R^2 + Z_C^2}}{R}$$

$$\text{Và khi } \sin \beta = 1 \Rightarrow \beta = 90^\circ \Rightarrow \alpha = \varphi$$

$$\Rightarrow \tan \alpha = \tan \varphi \Rightarrow \frac{R}{Z_C} = \frac{Z_L - Z_C}{R} \Rightarrow Z_L = \frac{R^2 + Z_C^2}{Z_C} \Rightarrow L$$

Chú ý: Trong 3 cách giải chính được giới thiệu ở trên, tùy vào khả năng và tư duy toán học, các em nên lựa chọn cho mình một cách giải thích hợp. Tuy nhiên các em cần lưu ý thêm rằng khi $U_L = U_L^{\max}$ thì điện áp toàn mạch vuông pha với điện áp trên đoạn mạch chứa RC ($\vec{U} \perp \vec{U}_{RC}$) vì vậy có thêm các biểu thức

$$\text{liên hệ } U_L^2 = U^2 + U_R^2 + U_C^2; \quad U_R^2 = U_C^2 (U_L - U_C) \quad \text{và} \quad U^2 = U_L (U_L - U_C).$$

những biểu thức này tương đối quan trọng, các em nên nhớ để làm nhanh các bài toán trắc nghiệm liên quan, chẳng hạn: Đặt điện áp xoay chiều có giá trị hiệu dụng $U = 30\sqrt{2}$ V vào hai đầu đoạn mạch RLC mắc nối tiếp. Biết cuộn dây thuần cảm, có độ tự cảm L thay đổi được. Khi điện áp hiệu dụng hai đầu cuộn dây đạt giá trị cực đại thì hiệu điện thế hiệu dụng hai đầu tụ điện là 30V.

Giá trị hiệu điện thế cực đại hai đầu cuộn dây là

- A. 100V. B. 150V. C. 60V. D. 200V.

Và đương nhiên chúng ta sẽ sử dụng $U^2 = U_L (U_L - U_C)$ để tìm U_L .

c) Tìm C để U_C cực đại.

Làm tương tự như bài toán tìm L để U_L cực đại, dù cách nào, đều thu được

$$\text{kết quả: } U_{C\max} = \frac{U \cdot \sqrt{R^2 + Z_L^2}}{R} \Leftrightarrow Z_C = \frac{R^2 + Z_L^2}{Z_L} \Rightarrow C$$

Chú ý:

+ Biểu thức tính $U_L^{\max}$ và $U_C^{\max}$; Z_L và Z_C của 2 bài toán trên có dạng tương tự, chỉ đổi vai trò của Z_L và Z_C cho nhau. Vì vậy chỉ cần nhớ trường hợp L biến thiên thì sẽ suy ra trường hợp với C biến thiên.

+ Khi $U_C^{\max}$ ta cũng có $\vec{U} \perp \vec{U}_{RL}$ nên có thêm: $U_C^2 = U^2 + U_R^2 + U_L^2$;

$$U_R^2 = U_L (U_C - U_L) \text{ và } U^2 = U_C (U_C - U_L)$$

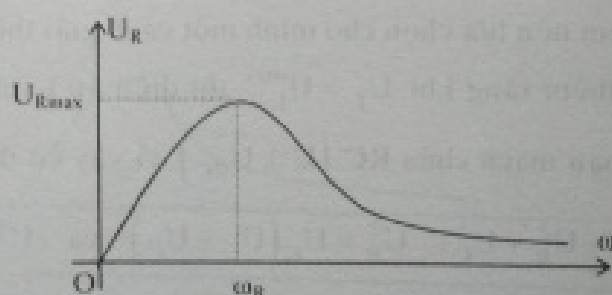
d) Tìm ω để:

* U_R cực đại:

$$\text{Ta có: } U_R = I R = \frac{U R}{\sqrt{R^2 + (Z_L - Z_C)^2}} = \frac{U R}{\sqrt{R^2 + (L\omega - \frac{1}{C\omega})^2}}$$

$$\Rightarrow U_R = U_{R\max} = U \Leftrightarrow L\omega - \frac{1}{C\omega} = 0 \Rightarrow \boxed{\omega_R = \frac{1}{\sqrt{LC}}} \text{ (mạch có cộng hưởng điện)}$$

Dạng đồ thị:



* U_L cực đại

$$\text{Ta có: } U_L = I Z_L = \frac{U Z_L}{\sqrt{R^2 + (Z_L - Z_C)^2}} = \frac{U Z_L}{\sqrt{R^2 + Z_L^2 + Z_C^2 - 2Z_L Z_C}}$$

$$U_L = \frac{U L \omega}{\sqrt{R^2 + L^2 \omega^2 + \frac{1}{C^2 \omega^2} - 2 \frac{L}{C}}} = \frac{U L}{\sqrt{\frac{1}{C^2 \omega^4} + (R^2 - \frac{2L}{C}) \frac{1}{\omega^2} + L^2}} = \frac{U L}{\sqrt{y}}$$

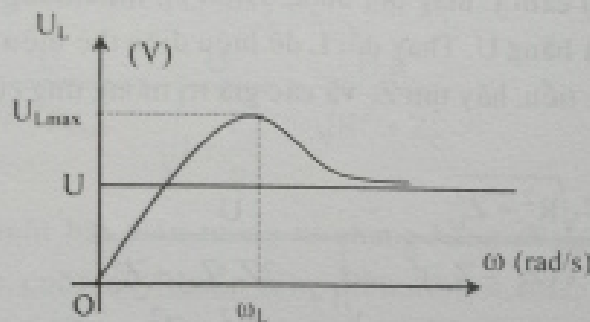
$$\text{Đặt } x = \frac{1}{\omega^2} \Rightarrow y = ax^2 + bx + d \text{ với } \begin{cases} a = \frac{1}{C^2} \\ b = R^2 - \frac{2L}{C} \\ d = L^2 \end{cases} \quad (*)$$

Để thấy $U_{Lmax} \Leftrightarrow y_{min}$. Và vì $a > 0$ nên $y_{min} = \frac{-\Delta}{4a}$ khi $x = \frac{-b}{2a}$ (**)

Thay a, b, d ở (*) vào (**) ta được:

$$U_{Lmax} = \frac{2UL}{R\sqrt{4LC - C^2R^2}} \Leftrightarrow \boxed{\omega_L = \frac{1}{C} \sqrt{\frac{2L}{C} - R^2}} \text{ với điều kiện } \frac{2L}{C} > R^2$$

Dạng đồ thị:



• U_C cực đại

$$\text{Ta có: } U_C = I \cdot Z_C = \frac{U \cdot Z_C}{\sqrt{R^2 + (Z_L - Z_C)^2}} = \frac{U}{C\omega \sqrt{R^2 + L^2\omega^2 + \frac{1}{C^2\omega^2} - \frac{2L}{C}}}$$

$$U_C = \frac{U}{C\sqrt{L^2\omega^4 + (R^2 - \frac{2L}{C})\omega^2 + \frac{1}{C^2}}} = \frac{U}{C\sqrt{y}}$$

$$\text{Đặt } \omega^2 = x \Rightarrow y = ax^2 + bx + d \text{ với } a = L^2; b = R^2 - \frac{2L}{C}; d = \frac{1}{C^2}$$

Để thấy U_{Cmax} khi y_{min} . Vì $a > 0$ nên $y_{min} = \frac{-\Delta}{4a}$ khi $x = \frac{-b}{2a}$

Thay a, b, d vào ta được:

$$U_{Cmax} = \frac{2UL}{R\sqrt{4LC - C^2R^2}} \text{ khi } \boxed{\omega_C = \frac{1}{L} \sqrt{\frac{2L}{C} - R^2}} \text{ với điều kiện } \frac{2L}{C} > R^2$$

Chú ý:

Qua các bài toán với ω biến thiên cho điện áp trên các phần tử lớn nhất ta thấy:

$$+ U_{Lmax} = \frac{2UL}{R\sqrt{4LC - C^2R^2}} \text{ và } U_{Cmax} = \frac{2UL}{R\sqrt{4LC - C^2R^2}} \text{ tức là } U_{Lmax} = U_{Cmax}$$

$$+ \omega_R = \frac{1}{\sqrt{LC}}; \omega_L = \frac{1}{C} \sqrt{\frac{2}{2L - R^2}} \text{ và } \omega_C = \frac{1}{L} \sqrt{\frac{2L - R^2}{C}}$$

Dễ dàng thấy rằng giữa chúng có mối liên hệ $\boxed{\omega_R^2 = \omega_L \omega_C}$

Bài toán 3: Cho đoạn mạch LRC mắc nối tiếp theo trình tự trên, biết cuộn dây thuần cảm có độ tự cảm L thay đổi được. Điện áp hiệu dụng hai đầu mạch có giá trị không đổi và bằng U . Thay đổi L để hiệu điện thế hiệu dụng U_{RL} đạt giá trị cực đại hoặc cực tiểu, hãy tìm Z_L và các giá trị tương ứng của U_{RL} khi đó.

Cách làm:

$$\text{Ta có: } U_{RL} = \frac{U \sqrt{R^2 + Z_L^2}}{\sqrt{R^2 + (Z_L - Z_C)^2}} = \frac{U}{\sqrt{1 + \frac{-2Z_L Z_C + Z_C^2}{R^2 + Z_L^2}}}$$

$$\text{Coi } \begin{cases} x = Z_L (\geq 0) \\ y = \frac{-2Z_L Z_C + Z_C^2}{R^2 + Z_L^2} = \frac{-2xZ_C + Z_C^2}{R^2 + x^2} \end{cases}$$

Do không thể khử được x ở tử hoặc mẫu số của y nên ta làm theo cách đạo

$$\text{hàm: } y' = \frac{-2Z_C(R^2 + x^2) - 2x(-2xZ_C + Z_C^2)}{(R^2 + x^2)^2} = \frac{2Z_C(x^2 - xZ_C - R^2)}{(R^2 + x^2)^2}$$

Cho $y' = 0$ ta được $x_{12} = \frac{Z_C \pm \sqrt{Z_C^2 + 4R^2}}{2}$, vậy có bảng biến thiên

x	$-\infty$	$\frac{Z_C - \sqrt{Z_C^2 + 4R^2}}{2}$	0	$\frac{Z_C + \sqrt{Z_C^2 + 4R^2}}{2}$	∞
y'	$+$	0	$-$	0	$+$
y			$\frac{Z_C^2}{R^2}$	$\frac{-2Z_C}{Z_C + \sqrt{Z_C^2 + 4R^2}}$	0

Dễ thấy $U_{RL}^{\max}$ khi $Z_L = \frac{Z_C + \sqrt{Z_C^2 + 4R^2}}{2}$

$$\text{và } U_{RL}^{\max} = \frac{U}{\sqrt{1 + y_{\min}}} = \frac{U}{\sqrt{1 + \frac{-2Z_C}{Z_C + \sqrt{Z_C^2 + 4R^2}}}} = \frac{U}{\sqrt{\frac{\sqrt{Z_C^2 + 4R^2} - Z_C}{\sqrt{Z_C^2 + 4R^2} + Z_C}}}$$

$$\text{tức là } U_{RL}^{\max} = \frac{U \cdot 2R}{\sqrt{Z_C^2 + 4R^2} - Z_C}$$

Cũng từ bảng biến thiên ta thấy $U_{RL}^{\min}$ khi $Z_L = 0$

$$\text{và } U_{RL}^{\min} = \frac{U}{\sqrt{1 + y_{\max}}} = \frac{U}{\sqrt{1 + \frac{Z_C^2}{R^2}}} = \frac{U \cdot R}{\sqrt{R^2 + Z_C^2}}$$

Sau đây là một bài toán tương tự nhưng bằng số cụ thể: Đoạn mạch LRC mắc nối tiếp, cuộn dây thuần cảm, điện trở $R = 40\Omega$, tụ điện có điện dung C thay đổi được. Hiệu điện thế xoay chiều hai đầu đoạn mạch có biểu thức

$u = 200 \cos\left(100\pi t + \frac{\pi}{3}\right) \text{ V}$. Điều chỉnh C để hiệu điện thế hiệu dụng U_{RC} đạt giá trị cực đại $U_{RC}^{\max} = 200 \text{ V}$ và đạt giá trị cực tiểu $U_{RC}^{\min}$. Giá trị $U_{RC}^{\min}$ là

- A. $\frac{200}{\sqrt{3}} \text{ V}$ B. $30\sqrt{2} \text{ V}$ C. $60\sqrt{2} \text{ V}$ D. $50\sqrt{2} \text{ V}$

Với bài toán C biến thiên này, một cách tương tự, bằng phương pháp đạo hàm ta có:

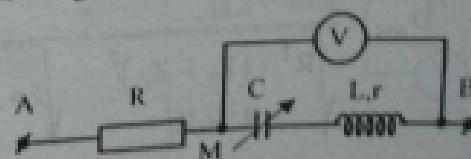
$$U_{RC}^{\max} = \frac{U \cdot 2R}{\sqrt{Z_L^2 + 4R^2} - Z_L} \text{ rồi cho } U_{RC}^{\max} = 200 \text{ rút ra } Z_L = 20\sqrt{2} \Omega \text{ để thay vào}$$

$$U_{RC}^{\min} \text{ ta được: } U_{RC}^{\min} = \frac{U \cdot R}{\sqrt{R^2 + Z_L^2}} = \frac{100\sqrt{2} \cdot 40}{\sqrt{(40)^2 + 800}} = \frac{200}{\sqrt{3}} \text{ V.}$$

Bài toán 4: Cho mạch điện có $u_{AB} = U\sqrt{2} \cos 100\pi t \text{ (V)}$ với tụ điện C biến thiên.

thấy rằng khi $C = \frac{10^{-4}}{\pi} \text{ (F)}$ thì vôn kế chỉ giá trị nhỏ nhất. Giá trị của L là

- A. $\frac{1}{\pi} \text{ (H)}$ B. $\frac{2}{\pi} \text{ (H)}$
C. $\frac{3}{\pi} \text{ (H)}$ D. $\frac{4}{\pi} \text{ (H)}$



Giải

Số chỉ vôn kế chính là điện áp trên đoạn mạch MB. Ta có:

$$U_{MN} = I \cdot Z_{MN} = \frac{U}{Z} \cdot Z_{MN} = \frac{U}{\sqrt{(R+r)^2 + (Z_L - Z_C)^2}} \cdot \sqrt{r^2 + (Z_L - Z_C)^2}$$

$$U_{MN} = \frac{U}{\sqrt{\frac{(R+r)^2 + (Z_L - Z_C)^2}{r^2 + (Z_L - Z_C)^2}}} = \frac{U}{\sqrt{1 + \frac{R^2 + 2Rr}{r^2 + (Z_L - Z_C)^2}}}$$

Ta thấy U_{MN} nhỏ nhất khi $\left[1 + \frac{R^2 + 2Rr}{r^2 + (Z_L - Z_C)^2} \right]$ lớn nhất, muốn vậy

$r^2 + (Z_L - Z_C)^2$ phải nhỏ nhất, điều này xảy ra khi $(Z_L - Z_C)^2 = 0$

$$\Rightarrow Z_L = Z_C \Rightarrow L = \frac{1}{\omega^2 C} = \frac{1}{\pi} H \Rightarrow \text{Chọn A.}$$

Chú ý: Gặp mạch R, C, (L, r) trong đó L biến thiên. Khi điện áp trên mạch chứa C, (L, r) nhỏ nhất, làm tương tự cũng có $Z_L = Z_C$.

Bài toán 5: Đặt điện áp $u = U\sqrt{2}\cos\omega t$ vào hai đầu đoạn mạch AB gồm hai đoạn mạch AN và NB mắc nối tiếp. Đoạn AN gồm biến trở R mắc nối tiếp với cuộn cảm thuần có độ tự cảm L, đoạn NB chỉ có tụ điện với điện dung C.

Đặt $\omega_1 = \frac{1}{2\sqrt{LC}}$. Để điện áp hiệu dụng giữa hai đầu đoạn mạch AN không

phụ thuộc R thì tần số góc ω bằng

- A. $\frac{\omega_1}{2\sqrt{2}}$ B. $\omega_1\sqrt{2}$ C. $\frac{\omega_1}{\sqrt{2}}$ D. $2\omega_1$

Giải

$$\text{Ta có: } U_{AN} = U_{RL} = I \cdot Z_{RL} = \frac{U}{\sqrt{R^2 + (Z_L - Z_C)^2}} \cdot \sqrt{R^2 + Z_L^2}$$

$$U_{AN} = \frac{U}{\sqrt{\frac{R^2 + (Z_L - Z_C)^2}{R^2 + Z_L^2}}} = \frac{U}{\sqrt{1 + \frac{Z_C^2 - 2Z_L Z_C}{R^2 + Z_L^2}}}$$

Để U_{AN} không phụ thuộc vào R khi R biến thiên thì $Z_C^2 - 2Z_L Z_C = 0$

$$\Rightarrow Z_C = 2Z_L$$

$$\Rightarrow \frac{1}{\omega C} = 2\omega L \Rightarrow \omega = \sqrt{\frac{1}{2LC}} \text{ mà } \omega_1 = \frac{1}{2\sqrt{LC}}$$

Đối chiếu ω và ω_1 ta được $\omega = \omega_1 \sqrt{2} \Rightarrow$ Chọn B.

Bài toán 6: Đặt điện áp xoay chiều có giá trị hiệu dụng 200 V và tần số không đổi vào hai đầu A và B của đoạn mạch mắc nối tiếp theo thứ tự gồm biến trở R , cuộn cảm thuần có độ tự cảm L và tụ điện có điện dung C thay đổi. Gọi N là điểm nối giữa cuộn cảm thuần và tụ điện. Các giá trị R, L, C hữu hạn và khác không. Với $C = C_1$ thì điện áp hiệu dụng giữa hai đầu biến trở R có giá trị không đổi và khác không khi thay đổi giá trị R của biến trở. Với $C = \frac{C_1}{2}$ thì điện áp hiệu dụng giữa A và N bằng

- A. 200 V. B. $100\sqrt{2}$ V. C. 100 V. D. $200\sqrt{2}$ V.

(Trích ĐTTS vào các trường Đại học, 2010)

Giải

+ Với $C = C_1$ ta có :

$$U_R = IR = \frac{U}{\sqrt{R^2 + (Z_L - Z_{C_1})^2}} \cdot R = \frac{U}{\sqrt{1 + \frac{(Z_L - Z_{C_1})^2}{R^2}}}$$

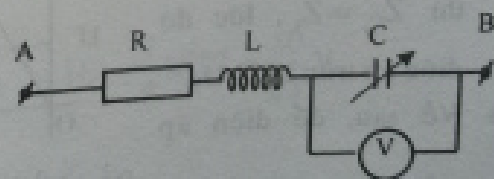
U_R không phụ thuộc R khi $Z_L - Z_{C_1} = 0 \Rightarrow Z_L = Z_{C_1}$

+ Khi $C = C_1/2 \Rightarrow Z_C = 2Z_L \Rightarrow U_C = 2U_L$

$$\Rightarrow U = \sqrt{U_R^2 + (U_L - U_C)^2} = \sqrt{U_R^2 + U_L^2} = U_{AN} = 200V \Rightarrow \text{Đáp án C}$$

Bài toán 7: Cho đoạn mạch xoay chiều như hình vẽ. Cuộn dây thuần cảm $L = \frac{1}{\pi}$ H. Điện áp đặt vào hai đầu đoạn mạch AB có dạng

$$u = U\sqrt{2} \cos\left(100\pi t + \frac{\pi}{4}\right) (V).$$



Khi cho tụ điện C biến thiên, thấy có một giá trị $C = \frac{10^{-4}}{2\pi}$ F làm số chỉ vôn kế cực đại bằng 150V. Giá trị điện trở R và điện áp hiệu dụng U của mạch lần lượt là

A. $R = 150\Omega$; $U = 75V$.

B. $R = 100\Omega$; $U = 75\sqrt{2}V$.

C. $R = 100\Omega$; $U = 150V$.

D. $R = 150\Omega$; $U = 200V$.

Giải

Đây là bài toán liên quan đến C biến thiên cho $U_{C_{max}}$ cũng tương tự như bài toán L biến thiên cho $U_{L_{max}}$ dù sử dụng phương pháp đại số hay phương pháp giản đồ vectơ, chúng ta đều thu được kết quả $Z_C = \frac{R^2 + Z_L^2}{Z_L}$ và $U_{C_{max}} = U \frac{\sqrt{R^2 + Z_L^2}}{R}$.

Từ các biểu thức liên hệ này, ta sẽ rút ra được đại lượng cần tìm.

+ Dễ dàng tính được cảm kháng $Z_L = 100\Omega$ và dung kháng $Z_C = 200\Omega$.

+ Từ $Z_C = \frac{R^2 + Z_L^2}{Z_L} \Rightarrow R = \sqrt{Z_C \cdot Z_L - Z_L^2} = \sqrt{200 \cdot 100 - 100^2} = 100\Omega$.

+ Từ $U_{C_{max}} = U \frac{\sqrt{R^2 + Z_L^2}}{R} \Rightarrow U = \frac{U_{C_{max}} \cdot R}{\sqrt{R^2 + Z_L^2}} = \frac{150 \cdot 100}{\sqrt{100^2 + 100^2}} = 75\sqrt{2}V$.

$\Rightarrow$ Đáp án B.

Bài toán 8: Đặt điện áp xoay chiều $u = 220\sqrt{2} \cos(100\pi t)$ V vào hai đầu mạch gồm điện trở R nối tiếp với cuộn thuần cảm và tụ điện có điện dung thay đổi. Ban đầu điều chỉnh tụ điện để điện áp trên cuộn dây đạt cực đại, sau đó cho giảm giá trị của C thì điện áp hiệu dụng hai đầu tụ

A. giảm rồi tăng.

B. tăng.

C. giảm.

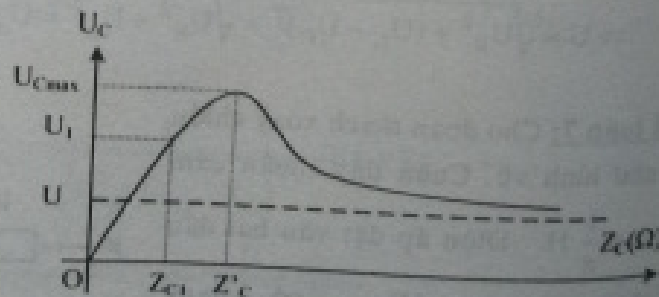
D. tăng rồi giảm.

Giải:

+ Ban đầu điều chỉnh tụ điện để điện áp trên cuộn dây đạt cực đại thì $Z_C = Z_L$, lúc đó điện áp trên tụ là U .

+ Về sau, để điện áp

trên tụ cực đại thì $Z'_C = \frac{R^2 + Z_L^2}{Z_L}$



- + Dễ dàng so sánh và thấy được $Z_{C_1} < Z'_C$
- + Khi giảm giá trị của C từ C_1 thì dung kháng sẽ tăng từ Z_{C_1} . Theo đồ thị thì điện áp hiệu dụng hai đầu tụ tăng từ U_1 đến $U_{C_{\max}}$ rồi lại giảm, vậy ta chọn phương án D.

Bài toán 9: Đoạn mạch xoay chiều RLC mắc nối tiếp, cuộn dây thuần cảm có độ tự cảm L thay đổi được. Lúc đầu thì điện áp hiệu dụng ở hai đầu mỗi thiết bị là $U_R = 50\sqrt{3}\text{V}$; $U_L = 100\text{V}$; $U_C = 50\text{V}$. Về sau, người ta thay đổi L để điện áp hai đầu cuộn dây đạt giá trị lớn nhất, lúc đó điện áp trên từng phần tử là

- A. $U_R = 50\text{V}$; $U_L^{\max} = \frac{200}{\sqrt{3}}\text{V}$; $U_C = 50\sqrt{2}\text{V}$.
- B. $U_R = 50\text{V}$; $U_L^{\max} = \frac{200}{\sqrt{3}}\text{V}$; $U_C = \frac{50}{\sqrt{3}}\text{V}$.
- C. $U_R = 50\sqrt{2}\text{V}$; $U_L^{\max} = 200\sqrt{2}\text{V}$; $U_C = \frac{50}{\sqrt{3}}\text{V}$.
- D. $U_R = 50\sqrt{2}\text{V}$; $U_L^{\max} = 200\sqrt{2}\text{V}$; $U_C = 50\text{V}$.

Giải

- + Lúc đầu ta có:

$$U = \sqrt{U_R^2 + (U_L - U_C)^2} = \sqrt{(50\sqrt{3})^2 + (100 - 50)^2} = 100\text{V}$$

$$\text{và } \frac{U_R}{U_C} = \frac{50\sqrt{3}}{50} = \sqrt{3} \Rightarrow R = Z_C \sqrt{3}$$

- + Về sau, khi thay đổi L để $U_L^{\max}$ thì:

$$U_L^{\max} = U \frac{\sqrt{Z_C^2 + R^2}}{R} = 100 \frac{\sqrt{\frac{R^2}{3} + R^2}}{R} = \frac{200}{\sqrt{3}}\text{V}$$

$$\text{Vì } Z_L = \frac{Z_C^2 + R^2}{Z_C} = \frac{Z_C^2 + (Z_C \sqrt{3})^2}{Z_C} = 4Z_C \Rightarrow U_C = \frac{1}{4} U_L^{\max} = \frac{50}{\sqrt{3}}\text{V}$$

$$\Rightarrow U_R = \sqrt{3} \cdot U_C = \sqrt{3} \cdot \frac{50}{\sqrt{3}} = 50\text{V} \Rightarrow \text{Đáp án B.}$$

Bài toán 10: Cho đoạn mạch RLC mắc nối tiếp, trong đó tụ điện có $C = \frac{10^{-4}}{\pi} \text{ F}$, cuộn dây thuần cảm có độ tự cảm L thay đổi được. Đặt điện áp xoay chiều $u = U\sqrt{2} \cos\left(100\pi t + \frac{\pi}{5}\right) \text{ V}$ vào hai đầu đoạn mạch. Điều chỉnh L đến giá trị $\frac{2}{\pi} \text{ H}$ thì thấy điện áp hai đầu cuộn cảm đạt giá trị cực đại và bằng $150\sqrt{2} \text{ V}$. Điều chỉnh tiếp L để điện áp hiệu dụng U_{RL} đạt giá trị cực đại, giá trị cực đại này bằng

- A. $220,5 \text{ V}$. B. $150\sqrt{2} \text{ V}$. C. $242,7 \text{ V}$. D. $160\sqrt{2} \text{ V}$.

Giải

$$\text{Ta có: } Z_C = \frac{1}{\frac{10^{-4}}{\pi} \cdot 100\pi} = 100\Omega$$

+ Thay đổi L để U_L^{max} , theo đề ra và các tính chất khi U_L^{max} ta có:

$$\begin{cases} Z_L = \frac{2}{\pi} \cdot 100\pi = 200\Omega \\ Z_L = \frac{R^2 + Z_C^2}{Z_C} = \frac{R^2 + 100^2}{100} \Rightarrow R = 100\Omega \end{cases}$$

$$\text{và } U_L^{\text{max}} = U \frac{\sqrt{R^2 + Z_C^2}}{R} = U \frac{\sqrt{100^2 + 100^2}}{100} = U\sqrt{2}$$

$$\Rightarrow 150\sqrt{2} = U\sqrt{2} \Rightarrow U = 150 \text{ V}$$

$$+ \text{ Thay đổi } L \text{ để } U_{\text{RL}}^{\text{max}} \text{ ta lại có: } U_{\text{RL}}^{\text{max}} = \frac{U \cdot 2R}{\sqrt{4R^2 + Z_C^2} - Z_C}$$

$$\text{Thay số được: } U_{\text{RL}}^{\text{max}} = \frac{150 \cdot 2 \cdot 100}{\sqrt{4 \cdot 100^2 + 100^2} - 100} = 242,7 \text{ V}$$

$\Rightarrow$ Đáp án C.

Bài toán 11: Đoạn mạch xoay chiều RLC nối tiếp với cuộn dây thuần cảm có hệ số tự cảm L thay đổi được. Lần lượt điều chỉnh L để $U_{L\text{max}}$, $U_{C\text{max}}$ và $U_{R\text{max}}$. Nếu $U_{L\text{max}} = 2U_{C\text{max}}$ thì $U_{L\text{max}}$ gấp mấy lần $U_{R\text{max}}$?

- A. 3 lần. B. $\sqrt{3}$ lần. C. $2\sqrt{3}$ lần. D. $2/\sqrt{3}$ lần.

Giải

Đây thuộc dạng bài toán L biến thiên với những trường hợp khác nhau:

+ L biến thiên cho U_{Rmax} thì đó là trường hợp cộng hưởng điện nên $U_{Rmax} = U$

+ L biến thiên cho U_{Cmax} thì đó cũng là trường hợp cộng hưởng điện

$$\text{nên } U_{Cmax} = I_{max} \cdot Z_C = \frac{U}{R} \cdot Z_C$$

+ L biến thiên cho U_{Lmax} thì đó không phải là trường hợp cộng hưởng điện

$$\text{mà } U_{Lmax} = \frac{U \sqrt{Z_C^2 + R^2}}{Z_C}$$

$$\text{Theo đề ra } U_{Lmax} = 2U_{Cmax}$$

$$\text{suy ra } \frac{U \sqrt{Z_C^2 + R^2}}{Z_C} = 2 \cdot \frac{U}{R} \cdot Z_C \Rightarrow R = \sqrt{3} Z_C$$

$$\text{Lúc đó } U_{Lmax} = \frac{U \sqrt{Z_C^2 + R^2}}{Z_C} = \frac{2}{\sqrt{3}} U = \frac{2}{\sqrt{3}} U_{Rmax} \Rightarrow \text{Đáp án D.}$$

Bài toán 12: Cho đoạn mạch RLC nối tiếp. Trong đó R, C không đổi, cuộn dây thuần cảm có L thay đổi. Mạch điện mắc vào nguồn $u = U_0 \cos \omega t$. Khi thay đổi lần lượt các giá trị L thì thấy điện áp hiệu dụng cực đại trên R và L chênh lệch nhau 2 lần. Hiệu điện thế cực đại trên tụ C là

- A. $2U$ B. $U\sqrt{3}$ C. $U\sqrt{3}/2$ D. $2U/\sqrt{3}$

Giải

Ta có $U_R = IR$ và $U_C = IZ_C$.

Vậy U_{Rmax} và U_{Cmax} khi I_{max} suy ra $Z_L = Z_C$.

Khi đó $U_{Rmax} = U$ và $U_{Cmax} = \frac{U}{R} Z_C$

$$\text{Ta có } U_{Lmax} = \frac{U \sqrt{R^2 + Z_C^2}}{Z_C}$$

* Nếu $\frac{U_{Rmax}}{U_{Lmax}} = 2$ thì $4Z_C^2 = -3R^2$ nên trường hợp này bị loại

* Nếu $\frac{U_{Lmax}}{U_{Rmax}} = 2$ thì ta có $Z_C = R\sqrt{3} \Rightarrow U_{Cmax} = U\sqrt{3} \Rightarrow \text{Chọn B}$

Bài tập vận dụng

Câu 1: Cho mạch điện xoay R, L, C không phân nhánh. Vôn kế V_1 đo U_R , vôn kế V_2 đo U_L , vôn kế V_3 đo U_C . Điện dung C có giá trị thay đổi được và cuộn dây thuần cảm. Điều chỉnh giá trị của C và ghi lại số chỉ lớn nhất trên từng vôn kế thì thấy $U_{Cmax} = 3U_{Lmax}$. Khi đó U_{Cmax} gấp bao nhiêu lần U_{Rmax} ?

- A. $3/\sqrt{8}$ B. $\sqrt{8}/3$ C. $4\sqrt{2}/3$ D. $3/4\sqrt{2}$

Gợi ý: Vì C biến thiên nên: $U_{Cmax} = \frac{U}{R} \sqrt{R^2 + Z_L^2}$

$$U_{Lmax} = I_{max} \cdot Z_L = \frac{U}{Z_{min}} \cdot Z_L = \frac{U}{R} \cdot Z_L \text{ và } U_{Rmax} = U \text{ (cộng hưởng điện)}$$

$$\frac{U_{Cmax}}{U_{Lmax}} = 3 = \frac{\sqrt{R^2 + Z_L^2}}{Z_L} \Rightarrow R = Z_L \sqrt{8} \Rightarrow \frac{U_{Cmax}}{U_{Rmax}} = \frac{\sqrt{R^2 + Z_L^2}}{R} = \frac{3}{\sqrt{8}}$$

Câu 2: Cho mạch điện xoay chiều R, L, C Vôn kế V_1 đo U_R . Vôn kế V_2 đo U_C . Điện dung C có giá trị thay đổi được và cuộn dây thuần cảm. Điều chỉnh giá trị của C thì thấy, ở giá trị $C = C_1$ số chỉ của V_1 cực đại thì số chỉ của V_1 gấp đôi số chỉ của V_2 . Ở giá trị $C = C_2$ số chỉ của V_2 cực đại thì số chỉ của V_2 gấp bao nhiêu lần số chỉ V_1 ?

- A. 2 lần. B. 1,5 lần. C. 2,5 lần. D. $2\sqrt{2}$ lần

Gợi ý:

+ Khi V_1 cực đại thì mạch cộng hưởng: $U_R = U = 2U_C = 2U_L$
 $\Rightarrow R = 2Z_L$ (1)

+ Khi V_2 cực đại ta có: $U_{Cmax} = \frac{U \sqrt{R^2 + Z_L^2}}{R}$

theo (1) $\Rightarrow U_{Cmax} = \frac{U \sqrt{4Z_L^2 + Z_L^2}}{2Z_L} = \frac{U\sqrt{5}}{2}$ (2)

Mà lúc đó lại có: $Z_C = \frac{R^2 + Z_L^2}{Z_L}$ nên theo (1) ta được: $Z_C = 5Z_L = 2,5R$

$\Rightarrow Z = R\sqrt{5}$ (3)

Số chỉ của V_1 lúc này là $U_R = IR = \frac{UR}{Z} = \frac{U}{\sqrt{5}}$ (4)

Từ (3) và (4) ta có: $\frac{U_{Cmax}}{U_R} = \frac{5}{2} = 2,5$

Bài toán 13: Cho đoạn mạch RLC mắc nối tiếp, trong đó điện trở R thay đổi được. Hiệu điện thế hiệu dụng hai đầu đoạn mạch là U . Tìm điều kiện để khi thay đổi điện trở R , tồn tại hai giá trị R_1, R_2 mạch có cùng công suất. Tìm hệ thức liên hệ giữa R_1, R_2 . Tìm biểu thức liên hệ giữa φ_1 và φ_2 .

Giải

+ Ta có: $P = I^2 R = \frac{U^2}{R^2 + (Z_L - Z_C)^2} R$

$$\Leftrightarrow PR^2 - U^2 R + P(Z_L - Z_C)^2 = 0 \quad (1)$$

+ Khi phương trình (1) có 2 nghiệm R_1, R_2 , theo định lý Vi-ét ta có:

$$R_1 + R_2 = -\frac{b}{2a} \quad \text{nên} \quad \boxed{R_1 + R_2 = \frac{U^2}{P}}$$

$$R_1 R_2 = \frac{c}{a} \quad \text{nên} \quad \boxed{R_1 R_2 = (Z_L - Z_C)^2}$$

+ Ta có:

$$\tan \varphi_1 \cdot \tan \varphi_2 = \frac{|Z_L - Z_C|}{R_1} \cdot \frac{|Z_L - Z_C|}{R_2} = \frac{(Z_L - Z_C)^2}{R_1 R_2} = 1 \Rightarrow \boxed{\varphi_1 + \varphi_2 = \frac{\pi}{2}}$$

Bài toán 14: Cho mạch điện xoay chiều RLC nối tiếp, trong đó cuộn dây không thuần cảm với điện trở $r = 10\Omega$, R là biến trở. Thay đổi biến trở R thấy tồn tại hai giá trị $R_1 = 80\Omega$ hoặc $R_2 = 150\Omega$ làm công suất toàn mạch bằng nhau. Hệ số công suất toàn mạch tương ứng với hai giá trị R_1 và R_2 của biến trở là

A. $\cos \varphi_1 = 0,83; \cos \varphi_2 = 0,62$.

B. $\cos \varphi_1 = 0,8; \cos \varphi_2 = 0,6$.

C. $\cos \varphi_1 = 0,62; \cos \varphi_2 = 0,83$.

D. $\cos \varphi_1 = 0,6; \cos \varphi_2 = 0,8$.

Giải

Đối với bài toán có r , khi R thay đổi, có hai giá trị của R cho cùng công suất toàn mạch, cách làm tương tự, ta cũng có mối liên hệ:

$$(R_1 + r)(R_2 + r) = (Z_L - Z_C)^2 \Rightarrow (Z_L - Z_C)^2 = (80 + 10)(150 + 10) = 14400 = 120^2$$

$$\text{Khi } R = R_1 \text{ thì: } \cos \varphi_1 = \frac{R_1 + r}{\sqrt{(R_1 + r)^2 + (Z_L - Z_C)^2}} = \frac{80 + 10}{\sqrt{90^2 + 120^2}} = 0,6$$

$$\text{Khi } R = R_2 \text{ thì: } \cos \varphi_2 = \frac{R_2 + r}{\sqrt{(R_2 + r)^2 + (Z_L - Z_C)^2}} = \frac{150 + 10}{\sqrt{160^2 + 120^2}} = 0,8$$

$\Rightarrow$ Đáp án D.

Bài toán 15: Cho mạch điện RLC mắc nối tiếp, L có điện trở thuần r , còn R là biến trở. Đặt vào hai đầu đoạn mạch điện áp xoay chiều ổn định. Điều chỉnh lần lượt biến trở R có giá trị $R_1 = 50 \Omega$ và $R_2 = 10 \Omega$ thì lần lượt công suất tiêu thụ trên biến trở cực đại $P_{R_{max}}$ và trên đoạn mạch cực đại P_{max} . Tỉ số $P_{R_{max}}/P_{max}$ bằng

A. 2 B. 1/2 C. 5 D. 1/5.

Giải:

Dễ dàng ta có:

$$\begin{cases} R_1^2 = r^2 + (Z_L - Z_C)^2 \\ R_2 + r = (Z_L - Z_C) \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} r = 30 \\ |Z_L - Z_C| = 40 \end{cases} \Rightarrow P_{R_{max}}/P_{max} = 1/2 \Rightarrow \text{Đáp án B}$$

Bài tập vận dụng: Một điện trở mắc nối tiếp với một tụ điện vào mạng điện xoay chiều không đổi $u = U_m \cos(\omega t + \varphi)$ thấy điện áp hiệu dụng hai đầu tụ là $0,5U_0$. Nếu thay điện trở trên thành điện trở có giá trị khác thì công suất tiêu thụ đoạn mạch so với trước như thế nào?

- A. Giảm đi.
B. Tăng lên.
C. Không đổi.
D. Tùy thuộc vào giá trị điện trở mới nhỏ hơn hay lớn hơn điện trở trước

Bạn đọc tự làm, cuối cùng chọn A mới đúng

Bài toán 16: Cho đoạn mạch AB gồm 3 đoạn mạch AM, MN, NB mắc nối tiếp.

Đoạn mạch AM chứa tụ điện có điện dung $\frac{10^{-3}}{6\pi}$ F, đoạn MN chứa cuộn dây

có điện trở thuần 10Ω và độ từ cảm $\frac{3}{10\pi}$ H, đoạn NB chứa biến trở R. Đặt

vào AB một điện áp xoay chiều có tần số thay đổi được. Khi cố định tần số bằng 50 Hz, thay đổi R thì điện áp trên đoạn AM đạt cực đại là U_1 . Khi cố định $R = 30 \Omega$, thay đổi tần số thì điện áp hiệu dụng hai đầu đoạn mạch AM đạt giá trị cực đại U_2 . Giá trị $\frac{U_1}{U_2}$ bằng

- A. 1,58. B. 3,15. C. 0,79. D. 6,29.

Giải

- + Lúc đầu, cố định tần số bằng 50 Hz, thay đổi R thì điện áp trên đoạn AM đạt cực đại là $U_1 = \frac{U}{Z} \cdot Z_C = \frac{U}{Z} \cdot Z_C = \frac{3\sqrt{10}}{5} U$
- + Về sau, cố định $R = 30 \Omega$, thay đổi tần số thì điện áp hiệu dụng hai đầu đoạn mạch AM đạt giá trị cực đại

$$U_2 = U_{Cmax} = \frac{U.L}{R_{in}C\sqrt{L - \frac{R_{in}^2}{4}}} = 1,2U$$

$$\text{Suy ra tỉ số } \frac{U_1}{U_2} = \frac{3\sqrt{10}}{5} \frac{U}{1,2U} = 1,58$$

Bài tập vận dụng:

Bài 1: Cho mạch điện xoay chiều RLC mắc nối tiếp. Tụ điện có điện dung

$$C = \frac{10^{-4}}{\pi} \text{ F, cuộn dây thuần cảm có độ tự cảm } L \text{ thay đổi được. Hiệu điện}$$

thế xoay chiều đặt vào hai đầu đoạn mạch có giá trị hiệu dụng là 100V, tần

số dòng điện $f = 50\text{Hz}$. Khi $L = \frac{5}{4\pi} \text{ H}$ thì hiệu điện thế hiệu dụng trên cuộn

dây đạt giá trị cực đại. Hỏi khi L thay đổi, công suất cực đại là bao nhiêu?

- A. 100W. B. 200W. C. 400W. D. 50W.

Bài 2: (Trích ĐTTS vào các trường Đại học khối A, 2011) Đặt điện áp xoay

chiều $u = U\sqrt{2} \cos 100\pi t$ vào hai đầu đoạn mạch mắc nối tiếp gồm điện trở

thuần R , tụ điện có điện dung C và cuộn cảm thuần có độ tự cảm L thay đổi

được. Điều chỉnh L để điện áp hiệu dụng ở hai đầu cuộn cảm đạt giá trị cực

đại thì thấy giá trị cực đại đó bằng 100 V và điện áp hiệu dụng ở hai đầu tụ

điện bằng 36 V. Giá trị của U là

- A. 80 V. B. 136 V. C. 64 V. D. 48 V.

Bài 3: Cho mạch xoay chiều không phân nhánh RLC có tần số dòng điện thay

đổi được. Gọi f_0 ; f_1 ; f_2 lần lượt là các giá trị của tần số dòng điện làm cho

U_{Rmax} ; U_{Lmax} ; U_{Cmax} . Ta có

- A. $\frac{f_1}{f_0} = \frac{f_0}{f_2}$ B. $f_0 = f_1 + f_2$ C. $f_0 = \frac{f_1}{f_2}$ D. $f_0 = \frac{f_2}{f_1}$

VII. PHƯƠNG PHÁP ĐẠI SỐ VÀ PHƯƠNG PHÁP GIẢN ĐỒ VECTƠ

Khi giải các bài toán điện xoay chiều, ta thường dùng 2 phương pháp cơ bản, đó là phương pháp đại số và phương pháp giản đồ vectơ. Mỗi phương pháp có một thế mạnh riêng, vì vậy nếu chúng ta biết phối hợp 2 phương pháp này một cách nhịp nhàng, đúng chỗ thì sẽ cho kết quả bài toán nhanh nhất.

- + Có thể nói phương pháp đại số là phương pháp đi xây dựng các phương trình hay hệ phương trình chứa đại lượng cần tìm theo các đại lượng đã cho dựa theo các định luật, công thức vật lý rồi dựa vào các phương trình đó để suy ra ẩn cần tìm.
- + Còn phương pháp giản đồ vectơ là phương pháp dựa vào hình học phẳng, căn cứ vào các tính chất của tứ giác, tam giác để xây dựng các mối liên hệ giữa đại lượng cần tìm theo các đại lượng đã cho. **Phương pháp này ưu việt hơn hẳn so với phương pháp đại số khi đối mặt với các bài toán có sự lệch pha giữa các điện áp với nhau.** Tùy vào từng bài cụ thể, chúng ta có thể vẽ các vectơ điện áp nối tiếp nhau dựa theo thứ tự của từng mạch điện hoặc chung gốc. Muốn có mối liên hệ của đại lượng cần tìm và đại lượng đã cho, ta thường dùng một số liên hệ sau:

- Nếu là tam giác thường:

Định lý hàm số cosin: $a^2 = b^2 + c^2 - 2bc \cos A$

Định lý hàm số sin: $\frac{a}{\sin A} = \frac{b}{\sin B} = \frac{c}{\sin C}$

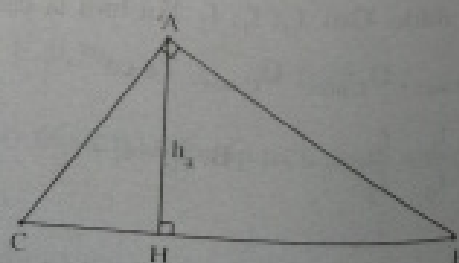
- Nếu là tam giác vuông: Ngoài các hàm sin, cos, tan, cotg, Pitago thông thường còn có:

$$\frac{1}{h_a^2} = \frac{1}{AC^2} + \frac{1}{AB^2}$$

$$AC^2 = CH \cdot CB$$

$$AH^2 = HC \cdot HB$$

$$AC \cdot AB = AH \cdot CB$$



Ví dụ 1: Cho một mạch điện L, R, C nối tiếp theo thứ tự trên với cuộn dây thuần cảm.

Biết $L = \frac{1,0}{\pi}$ H, $C = \frac{2 \cdot 10^{-4}}{\pi}$ F, R thay đổi được. Đặt vào hai đầu đoạn mạch một hiệu điện thế xoay chiều có biểu thức $u_{AB} = U_0 \cos 100\pi t$ (V). Để u_C chậm pha $\frac{2\pi}{3}$ so với u_{AB} thì giá trị điện trở

- A. $R = 50 \Omega$. B. $R = 50\sqrt{3} \Omega$. C. $R = 100 \Omega$. D. $R = \frac{50\sqrt{3}}{3} \Omega$.

Giải

Ta có: $\omega = 100\pi$ rad/s, $Z_L = \omega L = 100 \Omega$, $Z_C = \frac{1}{\omega C} = 50 \Omega$

Cách 1: Sử dụng phương pháp đại số

• Ta biết rằng u_C luôn chậm pha $\frac{\pi}{2}$ so với i (1)

• Theo đề ra u_C chậm pha $\frac{2\pi}{3}$ so với u_{AB} (2)

Từ (1) và (2), theo tính chất bắc cầu

$\Rightarrow u_{AB}$ nhanh pha hơn i góc $\frac{2\pi}{3} - \frac{\pi}{2} = \frac{\pi}{6}$, tức là $\varphi = \frac{\pi}{6}$

• Do $\tan \varphi = \frac{Z_L - Z_C}{R} \Rightarrow R = \frac{Z_L - Z_C}{\tan \varphi} = \frac{100 - 50}{\tan \frac{\pi}{6}} = 50\sqrt{3} \Omega$

$\Rightarrow$ Đáp án B.

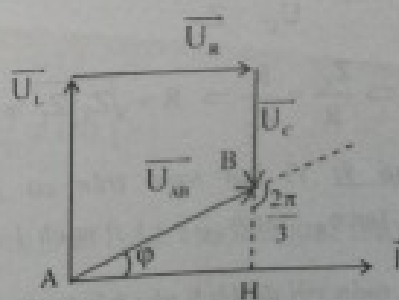
Cách 2: Sử dụng phương pháp giản đồ vectơ

Theo giản đồ vectơ thấy ngay $\varphi = \frac{\pi}{6}$.

Trong tam giác vuông HAB có:

$$\tan \varphi = \frac{HB}{HA} = \frac{U_L - U_C}{U_R} = \frac{Z_L - Z_C}{R}$$

$$\Rightarrow R = \frac{Z_L - Z_C}{\tan \varphi} = \frac{100 - 50}{\tan \frac{\pi}{6}} = 50\sqrt{3} \Omega$$



Ví dụ 2: Cho một mạch điện LRC nối tiếp theo thứ tự trên với cuộn dây thuần cảm. Biết R thay đổi được, $L = \frac{1}{\pi}$ H, $C = \frac{10^{-4}}{2\pi}$ F. Đặt vào hai đầu đoạn

mạch một hiệu điện thế xoay chiều có biểu thức: $u = U_0 \cos 100\pi t$ (V). Để

u_{RL} lệch pha $\frac{\pi}{2}$ so với u_{RC} thì

- A. $R = 50 \Omega$. B. $R = 100 \Omega$. C. $R = 100\sqrt{2} \Omega$. D. $R = 100\sqrt{3} \Omega$.

Giải

Ta có: $\omega = 100\pi$ rad/s, $Z_L = \omega L = 100 \Omega$, $Z_C = \frac{1}{\omega C} = 200 \Omega$

Cách 1: Sử dụng phương pháp đại số

$$\text{Vì } u_{RL} \text{ vuông pha so với } u_{RC} \Rightarrow \tan \varphi_{RL} \cdot \tan \varphi_{RC} = -1 \Rightarrow \frac{Z_L}{R} \cdot \left(\frac{-Z_C}{R} \right) = -1$$

$$\Rightarrow R = \sqrt{Z_L \cdot Z_C} = 100\sqrt{2} \Omega$$

$\Rightarrow$ Đáp án C.

Cách 2: Sử dụng phương pháp giản đồ vectơ.

Vì u_{RL} lệch pha $\frac{\pi}{2}$ so với u_{RC} nên trên giản đồ vectơ thì $\overline{U_{LR}} \perp \overline{U_{RC}}$

$\Rightarrow \alpha = \beta$ (góc có cạnh tương ứng vuông góc)

$\Rightarrow \tan \alpha = \tan \beta$

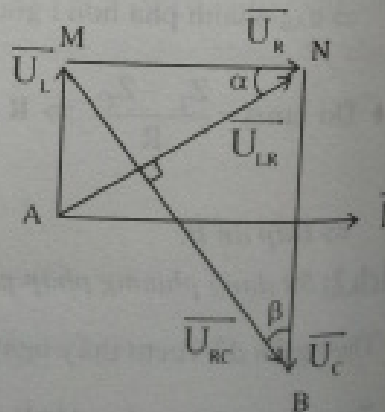
Trong tam giác vuông MAN có:

$$\tan \alpha = \frac{U_L}{U_R} = \frac{Z_L}{R}$$

Trong tam giác vuông NMB có:

$$\tan \beta = \frac{U_R}{U_C} = \frac{R}{Z_C}$$

$$\Rightarrow \frac{Z_L}{R} = \frac{R}{Z_C} \Rightarrow R = \sqrt{Z_L \cdot Z_C} = 100\sqrt{2} \Omega$$

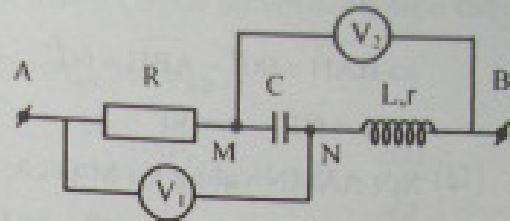


Chú ý: Vì bài toán trên có sự vuông pha nên sử dụng phương trình $\tan \varphi_{RL} \cdot \tan \varphi_{RC} = -1$ ở cách 1 cho kết quả nhanh hơn, tuy nhiên nếu gặp bài toán với độ lệch pha bất kì (khác $\frac{\pi}{2}$) thì phương pháp giản đồ vectơ ở cách 2 cho phép giải toán bằng hình học sẽ đơn giản và hiệu quả hơn rất nhiều.

Ví dụ 3: Cho mạch điện như hình vẽ.

Điện trở $R = 80\Omega$, các vôn kế có điện trở rất lớn.

Đặt vào hai đầu đoạn mạch điện áp $u_{AB} = 240\sqrt{2}\cos 100\pi t$ (V) thì dòng điện chạy trong mạch có giá trị hiệu dụng $\sqrt{3}$ (A).



Hiệu điện thế tức thời hai đầu các vôn kế lệch pha nhau $\frac{\pi}{2}$, số chỉ của vôn kế V_2 là $80\sqrt{3}$ (V). Tìm L , C , r và số chỉ của vôn kế V_1 .

Giải

Cách 1: Sử dụng phương pháp đại số

$$+ \text{ Từ } \begin{cases} Z_{AB} = \frac{U_{AB}}{I} \\ Z_{MB} = \frac{U_{V2}}{I} \\ \tan \varphi_{AN} \cdot \tan \varphi_{MB} = -1 \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} \sqrt{(80+r)^2 + (Z_L - Z_C)^2} = \frac{240}{\sqrt{3}} \\ \sqrt{r^2 + (Z_L - Z_C)^2} = \frac{80\sqrt{3}}{\sqrt{3}} \\ \frac{-Z_C}{80} \cdot \frac{Z_L - Z_C}{r} = -1 \end{cases}$$

$$\Rightarrow \begin{cases} r = 40 (\Omega) \\ Z_L = \frac{200}{\sqrt{3}} (\Omega) \Rightarrow r = 40 (\Omega), L = \frac{2}{\sqrt{3}\pi} (H), C = \frac{\sqrt{3} \cdot 10^{-3}}{8\pi} (F) \\ Z_C = \frac{80}{\sqrt{3}} (\Omega) \end{cases}$$

$$+ \text{ Số chỉ của } V_1: U_{V1} = I \cdot Z_{AN} = I \sqrt{R^2 + Z_C^2} = 160 \text{ (V)}.$$

Cách 2: Sử dụng phương pháp giản đồ vectơ.

Với $U_R = I \cdot R = 80\sqrt{3}$ (V) áp dụng định lý hàm số cosin cho tam giác thường

$$ABM \text{ ta có } \cos \varphi = \frac{AB^2 + AM^2 - MB^2}{2 \cdot AB \cdot AM}$$

$$\cos \varphi = \frac{240^2}{2 \cdot 240 \cdot 80\sqrt{3}} = \frac{\sqrt{3}}{2}$$

$$\Rightarrow \varphi = 30^\circ$$

$$\Rightarrow \widehat{BAH} = 90^\circ - \widehat{ABH} = 60^\circ$$

$$\Rightarrow \alpha = 60^\circ - \varphi = 30^\circ$$

+ Xét $\triangle AMN$ vuông tại M ta có:

$$\begin{cases} U_C = MN = AM \tan 30^\circ = 80 \text{ (V)} \\ U_{V_1} = AN = \frac{AM}{\cos 30^\circ} = 160 \text{ (V)} \end{cases}$$

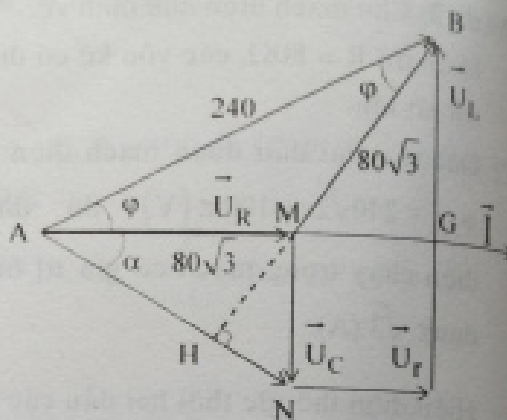
+ Xét $\triangle ABG$ vuông tại G có:

$$U_L = U_C + GB = U_C + AB \cdot \sin \varphi = 200 \text{ (V)}.$$

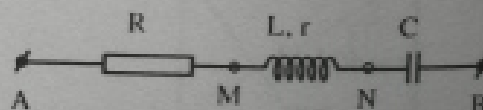
$$\Rightarrow \begin{cases} Z_L = \frac{U_L}{I} = \frac{200}{\frac{2}{\sqrt{3}\pi}} (\Omega) = 100\pi L \Rightarrow L = \frac{2}{\sqrt{3}\pi} \text{ (H)} \\ Z_C = \frac{U_C}{I} = \frac{80}{\frac{2}{\sqrt{3}\pi}} (\Omega) = \frac{1}{100\pi C} \Rightarrow C = \frac{\sqrt{3} \cdot 10^{-3}}{8\pi} \text{ (F)} \end{cases}$$

$$\text{và } r = \frac{U_r}{I} = \frac{AG - AM}{I} = \frac{AB \cdot \cos \varphi - AM}{I} = 40 (\Omega).$$

$$\text{Vậy: } L = \frac{2}{\sqrt{3}\pi} \text{ (H)}, C = \frac{\sqrt{3} \cdot 10^{-3}}{8\pi} \text{ (F)}, r = 40 (\Omega) \text{ và số chỉ vôn kế } V_1 \text{ là } 80 \text{ (V)}$$



Ví dụ 4: Cho mạch điện như hình vẽ.



Giá trị của các phần tử trong mạch $L = \frac{1}{\pi} \text{ (H)}$, $C = \frac{50}{\pi} \text{ (}\mu\text{F)}$, $R = 2r$. Hiệu điện

thế giữa hai đầu đoạn mạch $u = U_0 \cos \left(100\pi t + \frac{\pi}{12} \right) \text{ (V)}$. Hiệu điện thế hiệu

dụng giữa hai điểm A, N là 200 (V) và hiệu điện thế tức thời giữa hai điểm

MN lệch pha so với hiệu điện thế tức thời giữa hai điểm AB là $\frac{\pi}{2}$. Xác định

các giá trị U_0 , R , r và viết biểu thức dòng điện trong mạch.

Giải

Cách 1: Sử dụng phương pháp đại số

+ Dễ dàng tính được cảm kháng $Z_L = 100 \Omega$ và dung kháng $Z_C = 200 \Omega$.

$$U_R = \frac{2}{3}AO = \frac{2}{3} \cdot 200 \sin 60^\circ = \frac{200}{\sqrt{3}} \text{ (V)} \Rightarrow R = \frac{U_R}{I} = \frac{200}{\sqrt{3}} \text{ (}\Omega\text{)},$$

$$\text{Và } r = \frac{R}{2} = \frac{100}{\sqrt{3}} \text{ (}\Omega\text{)}$$

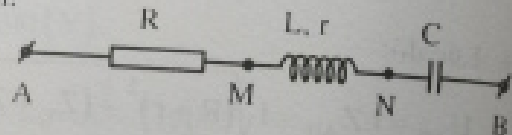
+ Từ giản đồ, dễ dàng nhận thấy i_{AB} sớm pha hơn u_{AB} một góc $\frac{\pi}{6}$.

+ Vậy, biểu thức dòng điện: $i = \sqrt{2} \sin\left(100\pi t + \frac{\pi}{3}\right) \text{ (A)}$.

Ví dụ 5: Cho mạch điện như hình vẽ bên.

Điện trở thuần

$$R = 120\sqrt{3} \text{ (}\Omega\text{)},$$



cuộn dây có điện trở thuần $r = 30\sqrt{3} \text{ (}\Omega\text{)}$. Hiệu điện thế hai đầu đoạn mạch có biểu thức: $u_{AB} = U_0 \cos 100\pi t \text{ (V)}$, hiệu điện thế hiệu dụng giữa hai điểm A, N là $U_{AN} = 300 \text{ (V)}$, và giữa hai điểm M, B là $U_{MB} = 60\sqrt{3} \text{ (V)}$. Hiệu điện thế tức thời u_{AN} lệch pha so với u_{MB} là $\frac{\pi}{2}$. Xác định U_0 , độ tự cảm L của cuộn dây và điện dung C của tụ điện. Viết biểu thức dòng điện trong mạch.

Giải

Cách 1: Sử dụng phương pháp đại số

$$+ \text{ Từ } \begin{cases} Z_{AN} = \frac{U_{AN}}{I} \\ Z_{MB} = \frac{U_{MB}}{I} \\ \tan \varphi_{AN} \cdot \tan \varphi_{MB} = -1 \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} \sqrt{(R+r)^2 + (Z_L)^2} = \frac{U_{AN}}{I} \\ \sqrt{r^2 + (Z_L - Z_C)^2} = \frac{U_{MB}}{I} \\ \frac{Z_L}{R+r} \cdot \frac{Z_L - Z_C}{r} = -1 \end{cases}$$

$$\Rightarrow \begin{cases} \frac{\sqrt{(R+r)^2 + (Z_L)^2}}{\sqrt{r^2 + (Z_L - Z_C)^2}} = \frac{U_{AN}}{U_{MB}} \\ \frac{Z_L}{R+r} \cdot \frac{Z_L - Z_C}{r} = -1 \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} \frac{\sqrt{(150\sqrt{3})^2 + (Z_L)^2}}{\sqrt{(30\sqrt{3})^2 + (Z_L - Z_C)^2}} = \frac{300}{60\sqrt{3}} \\ \frac{Z_L}{150\sqrt{3}} \cdot \frac{Z_L - Z_C}{30\sqrt{3}} = -1 \end{cases}$$

$$\Rightarrow \begin{cases} Z_L = 150 (\Omega) \\ Z_C = 240 (\Omega) \end{cases} \Rightarrow \left(I = \frac{U_{AN}}{Z_{AN}} = 1 (A); L = \frac{1,5}{\pi} (H); C = \frac{10^{-3}}{24\pi} (F) \right)$$

+ Ta có $U_0 = I \cdot Z_{AB} \sqrt{2} = 1 \sqrt{(R+r)^2 + (Z_L - Z_C)^2}$

nên $U_0 = \sqrt{2} \sqrt{(150\sqrt{3})^2 + (90)^2} = 60\sqrt{42} (V)$

+ Độ lệch pha φ_{AB} giữa u_{AB} so với dòng điện được tính:

$$\tan \varphi_{AB} = \frac{Z_L - Z_C}{R + r} = \frac{150 - 240}{120\sqrt{3} + 30\sqrt{3}} = -\frac{\sqrt{3}}{5} \Rightarrow \varphi_{AB} \approx -0,106\pi$$

Mặt khác $\varphi_{AB} = \varphi_u - \varphi_i \Rightarrow \varphi_i = \varphi_u - \varphi_{AB} = 0 - (-0,106\pi) = 0,106\pi$

Vậy biểu thức dòng điện là $i = \sqrt{2} \sin(100\pi t + 0,106\pi) (A)$.

Cách 2: Sử dụng phương pháp giản đồ vector.

+ Vì $R = 4r$ nên $U_R = 4U_r \Rightarrow MO = \frac{1}{5}AO$

+ Kẻ $ME \parallel AN \Rightarrow ME = \frac{1}{5}AN = 60 (V)$

+ Xét $\triangle MBE$: $\tan \alpha = \frac{ME}{MB} = \frac{1}{\sqrt{3}} \Rightarrow \alpha = 30^\circ$.

+ Xét $\triangle MOB$: $OB = MB \cos \alpha = 90 (V)$

+ Xét $\triangle AOB$: $\begin{cases} U_L = ON = AN \sin \alpha = 150 (V) \\ OA = AN \cos \alpha = 150\sqrt{3} (V) \end{cases}$

$\Rightarrow U_r = \frac{OA}{5} = 30\sqrt{3} (V) \Rightarrow I = \frac{U_r}{r} = 1 (A)$

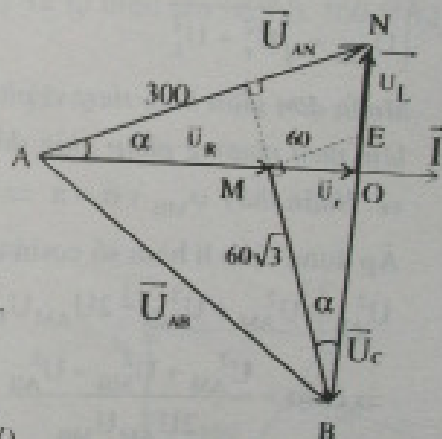
$U_L = 150 (V) \Rightarrow Z_L = \frac{U_L}{I} = 150 (\Omega) = 100\pi L \Rightarrow L = \frac{1,5}{\pi} (H)$

$U_C = OB + U_L = 240 (V) \Rightarrow Z_C = 240 (\Omega) \Rightarrow C = \frac{10^{-3}}{24\pi} (F)$

+ $U_0 = U_{AB} \sqrt{2} = \sqrt{2} \sqrt{AO^2 + OB^2} = 60\sqrt{42} (V)$

+ Độ lệch pha u_{AB} so với dòng điện:

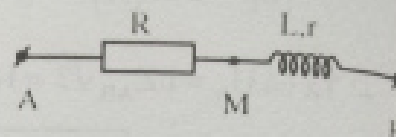
$\tan \varphi_{AB} = \frac{Z_L - Z_C}{R + r} = -\frac{\sqrt{3}}{5} \Rightarrow \varphi_{AB} \approx -0,106\pi$



+ Biểu thức dòng điện: $i = \sqrt{2} \sin(100\pi t + 0,106\pi) \text{ (A)}$

Ví dụ 6: Cho đoạn mạch xoay chiều gồm điện trở R ghép nối tiếp với cuộn dây không thuần

cảm. Biết $u_{AB} = 200\sqrt{2}\cos\left(100\pi t + \frac{\pi}{3}\right) \text{ (V)}$,



$U_{AM} = 70\text{V}$, $U_{MB} = 150\text{V}$. Hệ số công suất của đoạn mạch MB bằng
A. 0,5. B. 0,6. C. 0,7. D. 0,8.

Giải

$$\text{Ta có } \cos\varphi_{MB} = \frac{r}{Z_{MB}} = \frac{I_r}{I \cdot Z_{MB}} = \frac{U_r}{U_{MB}}$$

Để tính được nó trước hết ta phải tìm U_r dựa theo hệ phương trình

$$\begin{cases} U = \sqrt{(U_R + U_r)^2 + U_L^2} \\ U_{MB} = \sqrt{U_r^2 + U_L^2} \end{cases}$$

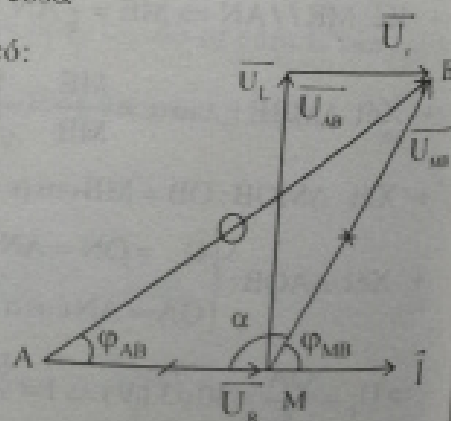
Muốn đơn giản hơn, thay vì phương pháp đại số nói trên, bài toán này có thể làm theo phương pháp giản đồ vectơ. Giản đồ vectơ của mạch điện như hình vẽ. Nhận thấy $\varphi_{MB} + \alpha = \pi \Rightarrow \cos\varphi_{MB} = -\cos\alpha$

Áp dụng định lý hàm số cosin cho $\triangle AMB$ có:

$$U_{AB}^2 = U_{AM}^2 + U_{MB}^2 - 2U_{AM}U_{MB} \cdot \cos\alpha$$

$$\begin{aligned} \Rightarrow \cos\alpha &= \frac{U_{AM}^2 + U_{MB}^2 - U_{AB}^2}{2U_{AM}U_{MB}} \\ &= \frac{70^2 + 150^2 - 200^2}{2 \cdot 70 \cdot 150} = -0,6 \end{aligned}$$

Vậy $\cos\varphi_{MB} = -\cos\alpha = 0,6 \Rightarrow \text{Đáp án B.}$



Như vậy, nếu nắm vững phương pháp giản đồ, chúng ta sẽ làm các bài toán cực nhanh, sau đây là một loạt các ví dụ để khẳng định điều này

Ví dụ 7: Mạch điện xoay chiều gồm tụ điện và cuộn dây mắc nối tiếp. Điện trở thuần và cảm kháng của cuộn dây có giá trị bằng nhau. Điện áp ở hai đầu tụ điện là $40\sqrt{2} \text{ V}$ và chậm pha so với điện áp của mạch là $\frac{\pi}{4}$. Điện áp của mạch có giá trị

A. 80 V.

B. 60 V.

C. $40\sqrt{2} \text{ V}$.

D. 40 V.

Giải

+ Vì $U_L = U_r$ nên $\triangle MNB$ vuông cân

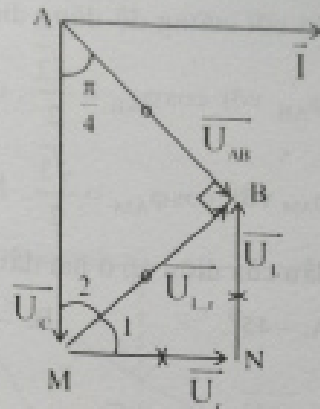
$$\Rightarrow \widehat{M_1} = \frac{\pi}{4}$$

$$\Rightarrow \widehat{M_2} = \frac{\pi}{4} \Rightarrow \triangle AMB \text{ vuông cân tại B}$$

+ Theo Pitago ta có $U_C^2 = U_{AB}^2 + U_{Lr}^2 = 2U_{AB}^2$

$$\Rightarrow U_{AB} = \frac{U_C}{\sqrt{2}} = \frac{40\sqrt{2}}{\sqrt{2}} = 40V$$

$\Rightarrow$ Đáp án D.



Ví dụ 8: Điện áp đoạn mạch xoay chiều $u = 120\sqrt{2} \cos 100\pi t$ (V). Mạch điện gồm cuộn dây không thuần cảm mắc nối tiếp tụ điện. Biết độ tự cảm cuộn dây là 0,1 H. Điện áp ở hai đầu cuộn dây và tụ điện lần lượt là 160 V và 56 V. Điện trở thuần có giá trị

A. 7,5 Ω .

B. 23,5 Ω .

C. 40 Ω .

D. 104 Ω .

Giải

Giản đồ vectơ của mạch điện như hình vẽ.

Áp dụng định lí hàm số cosin cho $\triangle AMB$ có:

$$U^2 = U_{Lr}^2 + U_C^2 - 2U_{Lr}U_C \cdot \cos \alpha$$

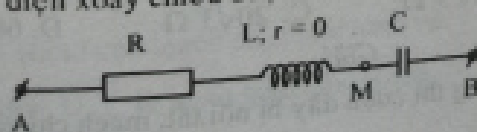
$$\begin{aligned} \Rightarrow \cos \alpha &= \frac{U_{Lr}^2 + U_C^2 - U^2}{2U_{Lr}U_C} \\ &= \frac{160^2 + 56^2 - 120^2}{2 \cdot 160 \cdot 56} = 0,8 \end{aligned}$$

$$\text{Trong } \triangle NAM \text{ có } \tan \alpha = \frac{U_r}{U_L} = \frac{I \cdot r}{I \cdot Z_L} = \frac{r}{Z_L}$$

$$\Rightarrow r = Z_L \cdot \tan \alpha = \omega L \cdot \frac{\sin \alpha}{\cos \alpha} = \omega L \cdot \frac{\sqrt{1 - \cos^2 \alpha}}{\cos \alpha} = 23,5 \Omega$$

$\Rightarrow$ Đáp án B.

Ví dụ 9: Mạch điện xoay chiều được mắc như hình vẽ.



So với cường độ dòng điện, điện áp ở hai đầu đoạn mạch AB lệch pha góc φ_{AB} với $\cos \varphi_{AB} = \frac{\sqrt{2}}{2}$, còn điện áp ở hai đầu đoạn mạch AM lệch pha góc φ_{AM} với $\cos \varphi_{AM} = \frac{\sqrt{3}}{2}$. Nếu pha ban đầu của dòng điện là 15° thì pha ban đầu của điện áp ở hai đầu đoạn mạch AB là

- A. -45° . B. -30° . C. 45° . D. 30° .

Giải

Vì $\cos \varphi_{AM} = \frac{\sqrt{3}}{2}$ và đoạn mạch AM chỉ có

RL nên $\varphi_{AM} = \frac{\pi}{6}$

Từ $\cos \varphi_{AB} = \frac{\sqrt{2}}{2} \Rightarrow \varphi_{AB} = \pm \frac{\pi}{4}$.

Do $|\varphi_{AB}| > |\varphi_{AM}|$ và từ M đến B chỉ còn tụ điện C nên chỉ có thể lấy $\varphi_{AB} = -\frac{\pi}{4}$. Giải đồ vectơ của mạch điện như hình vẽ.

Vì $\varphi_{AB} = \varphi_{u_{AB}} - \varphi_i$ nên $\varphi_{u_{AB}} - \varphi_i = -\frac{\pi}{4}$

$\Rightarrow \varphi_{u_{AB}} = \varphi_i - \frac{\pi}{4} = 15^\circ - 45^\circ = -30^\circ$

$\Rightarrow$ Đáp án B.

Ví dụ 10: Đặt điện áp giữa hai đầu mạch AB là $u = 120\sqrt{2} \cos \omega t$ (V).

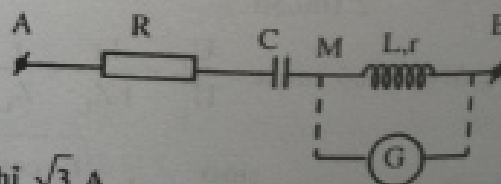
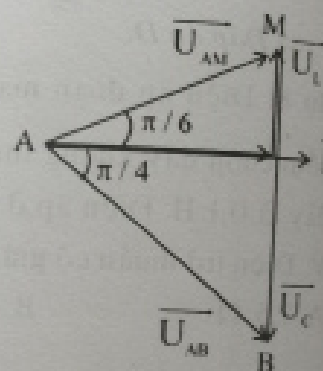
Khi G là ampe kế lí tưởng thì nó chỉ $\sqrt{3}$ A.

Khi thay G bằng vôn kế lí tưởng thì nó chỉ 60 V, lúc đó điện áp giữa hai đầu MB lệch pha 60° so với điện áp giữa hai đầu AB. Tổng trở của cuộn dây là

- A. 40Ω . B. $40\sqrt{3} \Omega$. C. $20\sqrt{3} \Omega$. D. 60Ω .

Giải

+ Khi G là ampe kế lí tưởng thì cuộn dây bị nối tắt, mạch chỉ còn RC nên



$$\sqrt{R^2 + Z_C^2} = \frac{U}{I} = \frac{120}{\sqrt{3}} = 40\sqrt{3} \Omega$$

+ Khi G là vôn kế lí tưởng, mạch có đầy đủ 3 phần tử RLC

Từ giản đồ, áp dụng định lí hàm số cosin ta có

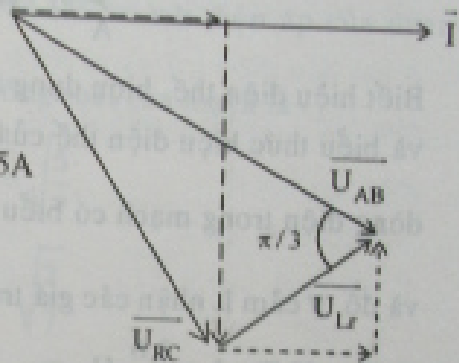
$$U_{RC}^2 = U_{AB}^2 + U_{Lr}^2 - 2U_{AB}U_{Lr}\cos 60^\circ$$

$$\Rightarrow U_{RC} = 60\sqrt{3}$$

$$\text{Dòng điện lúc này } I = \frac{U_{RC}}{Z_{RC}} = \frac{60\sqrt{3}}{40\sqrt{3}} = 1,5 \text{ A}$$

$$\Rightarrow Z_{Lr} = \frac{U_{Lr}}{I} = \frac{60}{1,5} = 40\Omega$$

$\Rightarrow$ Đáp án A.



Ví dụ 11: Cho một đoạn mạch điện xoay chiều như hình vẽ. Biết điện áp trên các đoạn mạch

$$u_{AN} = 100\sqrt{2} \cos\left(100\pi t - \frac{\pi}{6}\right) \text{ (V)}.$$

$$u_{MB} = 100\sqrt{2} \cos\left(100\pi t + \frac{\pi}{2}\right) \text{ (V)}.$$

$$u_{AB} = U_0 \cos(100\pi t + \varphi_u) \text{ (V)}. \text{ Hãy chọn giá trị đúng của } \varphi_u.$$

A. 0.

B. $-\frac{\pi}{3}$.

C. $\frac{\pi}{3}$.

D. $\frac{\pi}{6}$.

Giải

Biểu thức của u_{AN} và u_{MB} cho ta biết:

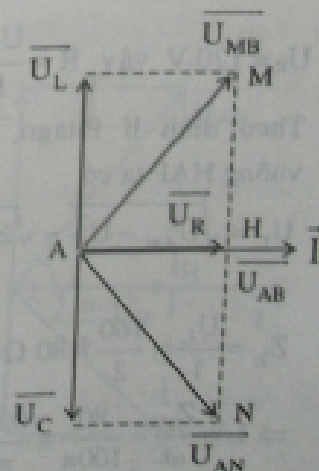
+ Độ lệch pha giữa chúng là $\frac{\pi}{2} - \left(-\frac{\pi}{6}\right) = \frac{2\pi}{3}$

nên $\overline{U_{MB}}$ hợp với $\overline{U_{AN}}$ góc $\frac{2\pi}{3}$

+ Chúng có cùng biên độ, chúng đều chứa phần tử R nên $U_L = U_C \Rightarrow \overline{U_{AB}}$ trùng với $\overline{U_R}$.

Giản đồ vectơ của mạch điện như hình vẽ.

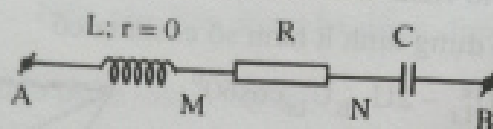
Nhận thấy $\overline{U_{AB}}$ là phân giác của $\widehat{NAM}$



$$\Rightarrow \widehat{HAM} = \frac{\pi}{3} \Rightarrow \varphi_{u_{MB}} - \varphi_{u_{AB}} = \frac{\pi}{3} \Rightarrow \varphi_{u_{AB}} = \varphi_{u_{MB}} - \frac{\pi}{3} = \frac{\pi}{2} - \frac{\pi}{3} = \frac{\pi}{6}$$

$\Rightarrow$ Đáp án D.

Ví dụ 12: Cho đoạn mạch điện xoay chiều như hình vẽ:



Biết hiệu điện thế hiệu dụng trên các đoạn mạch $U_{AN} = 200V$, $U_{MB} = 150V$ và biểu thức hiệu điện thế của hai đoạn mạch này lệch nhau 90° . Cường độ dòng điện trong mạch có biểu thức $i = 2\sqrt{2} \cos\left(100\pi t - \frac{\pi}{6}\right) (A)$. Điện trở R và độ tự cảm L nhận các giá trị là

A. $R = 60 \Omega$; $L = \frac{1,6}{\pi} H$.

B. $R = 60 \Omega$; $L = \frac{0,8}{\pi} H$.

C. $R = 120 \Omega$; $L = \frac{1,6}{\pi} H$.

D. $R = 120 \Omega$; $L = \frac{0,8}{\pi} H$.

Giải

Khi R nằm giữa đoạn mạch và có sự vuông pha giữa hai hiệu điện thế, để bài toán đơn giản, ta biểu diễn giản đồ vectơ chung gốc như hình vẽ. Lúc đó, sử dụng tính

chất $\frac{1}{h^2} = \frac{1}{a^2} + \frac{1}{b^2}$ trong tam giác vuông APQ ta có $\frac{1}{U_R^2} = \frac{1}{U_{AN}^2} + \frac{1}{U_{MB}^2}$

Thay số $\frac{1}{U_R^2} = \frac{1}{150^2} + \frac{1}{200^2}$ ta được

$U_R = 120 V$ vậy $R = \frac{U_R}{I} = \frac{120}{2} = 60 \Omega$ (1)

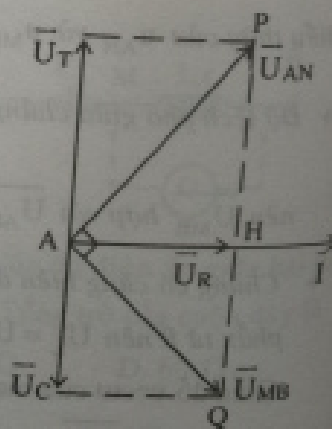
Theo định lí Pitago, trong tam giác vuông HAP ta có

$U_L = \sqrt{U_{AN}^2 - U_R^2} = \sqrt{200^2 - 120^2} = 160 V$

$Z_L = \frac{U_L}{I} = \frac{160}{2} = 80 \Omega$

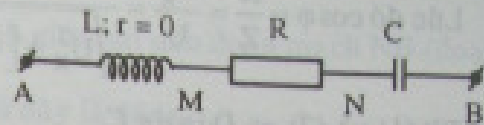
$\Rightarrow L = \frac{Z_L}{\omega} = \frac{80}{100\pi} = \frac{0,8}{\pi} H$ (2)

Từ (1) và (2) $\Rightarrow$ Đáp án B.



Ví dụ 13: Cho đoạn mạch xoay chiều như

hình vẽ. Biết cường độ dòng điện trong mạch có biểu thức $i = I_0 \cos 100\pi t$ (A).



Điện áp trên đoạn mạch AN có dạng

$u_{AN} = 100\sqrt{2} \cos\left(100\pi t + \frac{\pi}{3}\right)$ (V) và lệch pha 90° so với điện áp của đoạn mạch MB. Biểu thức điện áp u_{MB} và hệ số công suất của mạch là

A. $u_{MB} = 100\sqrt{\frac{2}{3}} \cos\left(100\pi t - \frac{\pi}{6}\right)$ (V); $\cos\varphi = \sqrt{\frac{5}{7}}$.

B. $u_{MB} = 100\sqrt{3} \cos\left(100\pi t + \frac{\pi}{3}\right)$ (V); $\cos\varphi = \sqrt{\frac{2}{7}}$.

C. $u_{MB} = 100\sqrt{\frac{2}{3}} \cos\left(100\pi t - \frac{\pi}{6}\right)$ (V); $\cos\varphi = \sqrt{\frac{3}{7}}$.

D. $u_{MB} = 100\sqrt{2} \cos\left(100\pi t + \frac{\pi}{3}\right)$ (V); $\cos\varphi = \sqrt{\frac{6}{7}}$.

Giải

Vì điện áp trên đoạn mạch MB lệch pha 90° so với điện áp của đoạn mạch AN nên biểu thức có dạng:

$$u_{MB} = U_{0MB} \cos\left(100\pi t + \frac{\pi}{3} - \frac{\pi}{2}\right) = U_{0MB} \cos\left(100\pi t - \frac{\pi}{6}\right)$$

Trong tam giác vuông APQ có

$$U_{0MB} = U_{0AN} \cdot \tan \hat{P} = 100\sqrt{2} \cdot \tan \frac{\pi}{6} = 100\sqrt{\frac{2}{3}} \text{ V}$$

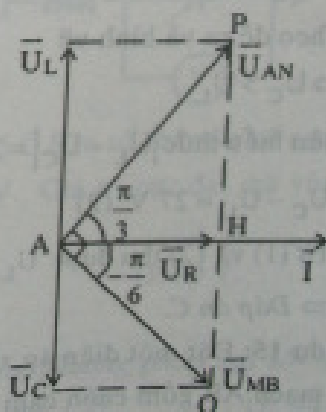
$$\text{Vậy } u_{MB} = 100\sqrt{\frac{2}{3}} \cos\left(100\pi t - \frac{\pi}{6}\right) \text{ V} \quad (1)$$

Cũng từ giản đồ vectơ, dễ dàng tính được:

$$U_R = U_{AN} \cdot \cos \frac{\pi}{3} = 100 \cdot \frac{1}{2} = 50 \text{ V}$$

$$U_L = U_R \cdot \tan \frac{\pi}{3} = 50\sqrt{3} \text{ V};$$

$$U_C = U_{MB} \cdot \sin \frac{\pi}{6} = \frac{50}{\sqrt{3}} \text{ V}$$



$$\text{Lúc đó } \cos \varphi = \frac{R}{Z} = \frac{U_R}{U} = \frac{U_R}{\sqrt{U_R^2 + [U_L - U_C]^2}} = \sqrt{\frac{3}{7}} \quad (2)$$

Từ (1) và (2) $\Rightarrow$ Đáp án C.

Ví dụ 14: Mạch điện xoay chiều gồm cuộn dây thuần cảm, điện trở thuần và tụ điện mắc nối tiếp. Điện áp ở hai đầu cuộn dây và điện trở là 100 V. Điện áp ở hai đầu điện trở và tụ điện là $100\sqrt{2}$ V. Giữa hai điện áp đó có độ lệch pha 105° . Ngoài ra còn có $|U_L - U_C| = 27$ V. Điện áp ở hai đầu cuộn dây và tụ điện lần lượt là

A. 110 V và 83 V.

B. 100 V và 127 V.

C. 83 V và 110 V.

D. 127 V và 100 V.

Giải

Vì bài toán cho độ lệch pha giữa các hiệu điện thế nên ta giải quyết theo phương pháp giản đồ vectơ. Do có sự bất chéo của 2 điện áp qua R vậy ta vẽ chung gốc.

Giản đồ vectơ của mạch điện như hình vẽ.

Áp dụng định lí hàm số cosin cho $\triangle APQ$ có:

$$(U_L + U_C)^2 = U_{L,R}^2 + U_{C,R}^2 - 2U_{L,R}U_{C,R} \cdot \cos \alpha$$

Thay số:

$$\begin{aligned} (U_L + U_C)^2 &= 100^2 + (100\sqrt{2})^2 - 2 \cdot 100 \cdot 100\sqrt{2} \cdot \cos 105^\circ \\ \Rightarrow U_L + U_C &= 193 \text{ V} \quad (1) \end{aligned}$$

Theo đề ra và hình vẽ

$$\Rightarrow U_C > U_L$$

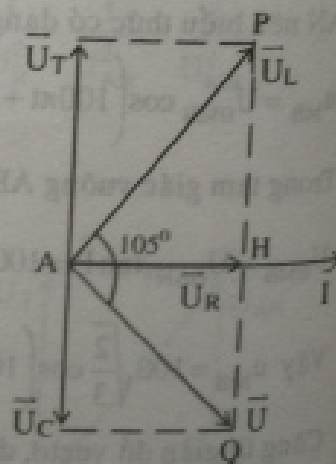
nên biểu thức $|U_L - U_C| = 27$ V trở thành

$$U_C - U_L = 27 \text{ V} \quad (2)$$

Từ (1) và (2) thu được $U_L = 83$ V và $U_C = 110$ V

$\Rightarrow$ Đáp án C.

Ví dụ 15: Đặt một điện áp xoay chiều có giá trị hiệu dụng U vào hai đầu đoạn mạch AB gồm cuộn cảm thuần có độ tự cảm L, điện trở thuần R và tụ điện có điện dung C mắc nối tiếp theo thứ tự trên. Gọi U_L , U_R và U_C lần lượt là



các điện áp hiệu dụng giữa hai đầu mỗi phần tử. Biết điện áp giữa hai đầu đoạn mạch AB lệch pha $\frac{\pi}{2}$ so với điện áp giữa hai đầu đoạn mạch NB (đoạn mạch NB gồm R và C). Hệ thức nào dưới đây là đúng?

A. $U^2 = U_R^2 + U_C^2 + U_L^2$.

B. $U_C^2 = U_R^2 + U_L^2 + U^2$.

C. $U_L^2 = U_R^2 + U_C^2 + U^2$.

D. $U_R^2 = U_C^2 + U_L^2 + U^2$.

Giải

Vì bài toán cho độ lệch pha giữa các hiệu điện thế nên ta giải quyết theo phương pháp giản đồ vectơ.

Giản đồ vectơ theo cách vẽ nối tiếp cho đoạn mạch LRC với các dữ kiện bài toán như hình vẽ.

Theo định lí Pitago cho tam giác vuông BAN

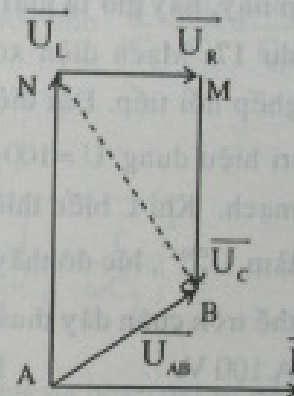
ta có: $U_L^2 = U^2 + U_{NB}^2$ (1)

Cũng từ định lí Pitago áp dụng cho tam giác vuông MNB ta lại có:

$U_{NB}^2 = U_R^2 + U_C^2$ (2)

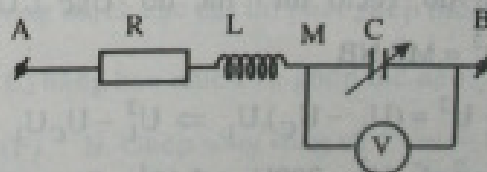
Từ (1) và (2) ta được: $U_L^2 = U^2 + U_R^2 + U_C^2$

⇒ Đáp án C.



Ví dụ 16: Cho đoạn mạch xoay chiều như hình vẽ. Cuộn dây thuần cảm. Điện áp đặt vào hai đầu đoạn mạch AB có dạng :

$u = 30\sqrt{2} \cos(\omega t + \varphi)(V)$.



Khi cho tụ điện C biến thiên, thấy có một giá trị C làm số chỉ vôn kế cực đại và lúc đó thấy điện áp trên cuộn dây $U_L = 32 V$. Giá trị cực đại mà vôn kế chỉ là

A. 30 V.

B. 40 V.

C. 50 V.

D. 60 V.

Giải

Đây là bài toán C biến thiên cho U_{Cmax} sử dụng phương pháp đại số hoặc

phương pháp giản đồ vectơ đều cho kết quả $Z_C = \frac{R^2 + Z_L^2}{Z_L} \Rightarrow U_C = \frac{U_R^2 + U_L^2}{U_L}$.

Để khử U_R trong phương trình này, ta sử dụng thêm phương trình quen thuộc:

$$U^2 = U_R^2 + (U_L - U_C)^2$$

Sau một vài phép biến đổi $\Rightarrow U_C^2 - U_L U_C - U^2 = 0$

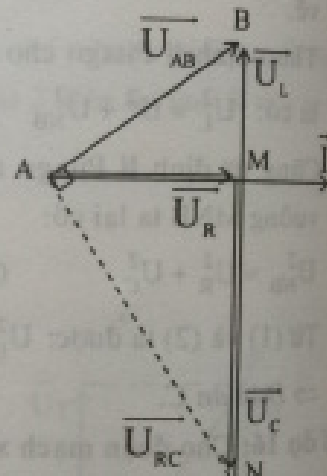
$$\Rightarrow U_C^2 - 32U_C - 30^2 = 0 \Rightarrow \begin{cases} U_C = -18 \\ U_C = 50 \end{cases} \Rightarrow U_C = 50 \text{ V}$$

$\Rightarrow$ Đáp án C.

Như vậy bài toán trên ta đã giải theo PP đại số, cũng thuộc thể loại bài toán này, bây giờ ta giải theo PP giản đồ xem có gì hay hơn?

Ví dụ 17: Mạch điện xoay chiều gồm R, C, L ghép nối tiếp. Đặt điện áp xoay chiều có giá trị hiệu dụng $U = 100\sqrt{3}$ V vào hai đầu đoạn mạch. Khi L biến thiên, có một giá trị của L làm $U_L^{\max}$, lúc đó thấy $U_C = 200$ V. Hiệu điện thế trên cuộn dây thuần cảm đạt cực đại bằng

A. 100 V. B. 200 V.
C. 300 V. D. $200\sqrt{3}$ V.



Giải

Đây là bài toán L biến thiên cho $U_L^{\max}$, theo

giản đồ vectơ thì lúc đó $\vec{U}_{RC} \perp \vec{U}$ nên

$$AB^2 = MB \cdot NB$$

$$\Rightarrow U^2 = (U_L - U_C) \cdot U_L \Rightarrow U_L^2 - U_C U_L - U^2 = 0$$

Thay số: $U_L^2 - 200U_L - 3 \cdot 10^4 = 0$

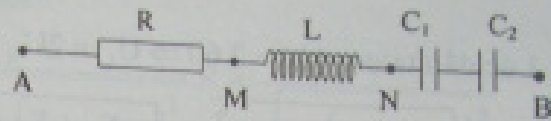
$$\Rightarrow \begin{cases} U_L = -1 \\ U_L = 300 \end{cases} \Rightarrow U_L^{\max} = 300 \text{ V}$$

$\Rightarrow$ Đáp án C.

Tóm lại, phương pháp giản đồ vectơ là rất hữu ích và ngắn gọn khi chúng ta phải đối mặt với các bài toán có sự lệch pha của các điện áp với nhau, nhưng với những bài toán khác, phương pháp đại số lại chiếm ưu thế hơn, chúng ta sẽ xem tiếp các ví dụ sau:

Ví dụ 18: Cho đoạn mạch như hình vẽ.

Tổng trở của đoạn mạch là



A. $Z = \sqrt{R^2 + \left(\omega L - \frac{C_2}{\omega C_1} \right)^2}$

B. $Z = \sqrt{R^2 + \left(\omega L - \frac{1}{\omega C_1} + \frac{1}{\omega C_2} \right)^2}$

C. $Z = \sqrt{R^2 + \left(\omega L - \frac{1}{\omega C_1} - \frac{1}{\omega C_2} \right)^2}$

D. $Z = \sqrt{R^2 + \left(\omega L - \frac{1}{\omega(C_1 + C_2)} \right)^2}$

Giải

Vì 2 tụ ghép nối tiếp nên điện dung tương đương được tính: $\frac{1}{C} = \frac{1}{C_1} + \frac{1}{C_2}$

$\Rightarrow$ Dung kháng tương đương $Z_C = \frac{1}{\omega C} = \frac{1}{\omega} \left(\frac{1}{C_1} + \frac{1}{C_2} \right)$

$\Rightarrow$ Tổng trở: $Z = \sqrt{R^2 + (Z_L - Z_C)^2} = \sqrt{R^2 + \left(\omega L - \frac{1}{\omega C_1} - \frac{1}{\omega C_2} \right)^2}$

$\Rightarrow$ Chọn B.

Chúng ta sẽ dùng phương pháp giản đồ vectơ hay phương pháp đại số để giải bài toán sau? Một đoạn mạch xoay chiều RLC, mắc nối tiếp (cuộn dây thuần cảm). Biết tần số dòng điện là 50 Hz, $R = 40 (\Omega)$, $L = \frac{1}{5\pi} (H)$.

$C_1 = \frac{10^{-3}}{5\pi} (F)$. Muốn dòng điện trong mạch cực đại thì phải ghép thêm với tụ

điện C_1 một tụ điện có điện dung C_2 bằng bao nhiêu và ghép thế nào?

A. Ghép nối tiếp và $C_2 = \frac{3}{\pi} \cdot 10^{-4} (F)$ B. Ghép song song và $C_2 = \frac{5}{\pi} \cdot 10^{-4} (F)$

C. Ghép nối tiếp và $C_2 = \frac{5}{\pi} \cdot 10^{-4} (F)$ D. Ghép song song và $C_2 = \frac{3}{\pi} \cdot 10^{-4} (F)$

Ví dụ 19: Đoạn mạch xoay chiều nối tiếp gồm điện trở thuần R , tụ điện C và cuộn cảm thuần L . Đặt vào hai đầu đoạn mạch một điện áp xoay chiều ổn định thì điện áp hiệu dụng trên R , L và C lần lượt là 60 V, 120 V và 60 V. Thay C bởi tụ điện C' thì điện áp hiệu dụng trên tụ là 40 V, khi đó điện áp hiệu dụng trên R là

A. 53,09 V.

B. 13,33 V.

C. 40 V.

D. $20\sqrt{2}$ V.

Giải

Lúc đầu ta có: $120 = 2.60 \Rightarrow U_L = 2U_R$ và điện áp toàn mạch

$$U = \sqrt{U_R^2 + (U_L - U_C)^2} = \sqrt{60^2 + (120 - 60)^2} = 60\sqrt{2}V$$

Về sau vẫn có $U'_L = 2U'_R$ (Do Z_L và R không đổi). Ngoài ra còn có $U' = U$

$$\text{nên } U = \sqrt{(U_R)^2 + (U'_L - U'_C)^2} \text{ được viết thành } U = \sqrt{(U'_R)^2 + (2U'_R - U'_C)^2}$$

$$\text{Thay số: } 60\sqrt{2} = \sqrt{(U'_R)^2 + (2U'_R - 40)^2} \Rightarrow U'_R = 53,09V$$

$\Rightarrow$ Chọn A.

Sửa sai: Trong thực tế một số bạn đã chọn đáp án D hoặc C, để làm đúng, chúng ta chỉ cần nắm một nguyên tắc cơ bản, đó là điện áp toàn mạch không đổi, nếu có một sự thay đổi nào đó của R , L , C hay ω thì tổng trở Z thay đổi, làm cho cường độ dòng điện thay đổi và kéo theo điện áp trên từng phần tử cũng thay đổi, song với những phần tử không biến thiên, dù điện áp của chúng có thay đổi thì tỉ lệ điện áp giữa chúng vẫn không đổi.

Vận dụng: Đặt vào mạch điện R , L , C mắc nối tiếp một hiệu điện thế xoay chiều có hiệu điện thế hiệu dụng không đổi. Thấy rằng hiệu điện thế hiệu dụng trên các phần tử R , L , C đều bằng nhau và bằng 100 V. Nếu làm ngắn mạch tụ điện (nối tắt hai bản cực của nó) thì hiệu điện thế hiệu dụng trên điện trở thuần R là

- A. $50\sqrt{2}$ V. B. 100 V. C. $100\sqrt{2}$ V. D. 200 V.

Ví dụ 20: Đặt điện áp xoay chiều có giá trị hiệu dụng 200V và tần số không đổi vào hai đầu A và B của đoạn mạch mắc nối tiếp theo thứ tự gồm biến trở R , cuộn cảm thuần có độ tự cảm L và tụ điện có điện dung C thay đổi. Gọi N là điểm nối giữa cuộn cảm thuần và tụ điện. Các giá trị R , L , C hữu hạn và khác không. Với $C = C_1$ thì điện áp hiệu dụng giữa hai đầu biến trở R có giá trị không đổi và khác không khi thay đổi giá trị R của biến trở. Với $C = \frac{C_1}{2}$ thì điện áp hiệu dụng giữa A và N bằng

- A. 200 V. B. $100\sqrt{2}$ V. C. 100 V. D. $200\sqrt{2}$ V.

(Trích ĐTTS vào các trường Đại học, 2010)

Giải

$$+ \text{ Với } C = C_1 \text{ ta có } U_R = IR = \frac{U}{\sqrt{R^2 + (Z_L - Z_{C_1})^2}} \cdot R = \frac{U}{\sqrt{1 + \frac{(Z_L - Z_{C_1})^2}{R^2}}}$$

U_R không phụ thuộc R khi $Z_L - Z_{C_1} = 0 \Rightarrow Z_L = Z_{C_1}$

$$+ \text{ Khi } C = C_1/2 \Rightarrow Z_C = 2Z_L \Rightarrow U_C = 2U_L$$

$$\Rightarrow U = \sqrt{U_R^2 + (U_L - U_C)^2} = \sqrt{U_R^2 + U_L^2} = U_{AN} = 200V$$

$\Rightarrow$ Đáp án C

Vận dụng: Đặt điện áp xoay chiều có giá trị hiệu dụng và tần số không đổi vào hai đầu đoạn mạch gồm biến trở R mắc nối tiếp với tụ điện có điện dung C . Gọi điện áp hiệu dụng giữa hai đầu tụ điện, giữa hai đầu biến trở và hệ số công suất của đoạn mạch khi biến trở có giá trị R_1 lần lượt là U_{C1} , U_{R1} và $\cos\varphi_1$; khi biến trở có giá trị R_2 thì các giá trị tương ứng nói trên là U_{C2} , U_{R2} và $\cos\varphi_2$. Biết $U_{C1} = 2U_{C2}$, $U_{R2} = 2U_{R1}$. Giá trị của $\cos\varphi_1$ và $\cos\varphi_2$ là

$$A. \cos\varphi_1 = \frac{1}{\sqrt{3}}, \cos\varphi_2 = \frac{2}{\sqrt{5}}$$

$$B. \cos\varphi_1 = \frac{1}{\sqrt{5}}, \cos\varphi_2 = \frac{1}{\sqrt{3}}$$

$$C. \cos\varphi_1 = \frac{1}{\sqrt{5}}, \cos\varphi_2 = \frac{2}{\sqrt{5}}$$

$$D. \cos\varphi_1 = \frac{1}{2\sqrt{2}}, \cos\varphi_2 = \frac{1}{\sqrt{2}}$$

Ví dụ 21: Mạch gồm điện trở $R = 100 \Omega$ mắc nối tiếp với cuộn dây thuần cảm

$L = \frac{1}{\pi} H$. Điện áp đặt vào hai đầu đoạn mạch có dạng $u = 400 \cos^2(50\pi t) (V)$.

Cường độ dòng điện hiệu dụng qua mạch có giá trị bằng

$$A. 1 A.$$

$$B. 3,26 A.$$

$$C. (2 + \sqrt{2}) A.$$

$$D. \sqrt{5} A.$$

Giải

$$+ \text{ Viết } u = 400 \cos^2(50\pi t) = 200 + 200 \cos(100\pi t)$$

Vậy có thể coi hai đầu đoạn mạch RL được nối đồng thời vào hai nguồn điện: Nguồn điện không đổi có hiệu điện thế $U_0 = 200V$ và nguồn điện xoay chiều có biểu thức $u = 200 \cos(100\pi t) V$. Dòng điện trong mạch sẽ gồm 2 thành phần:

$$+ \text{ Thành phần dòng xoay chiều } I_* = \frac{U_*}{Z_*} = \frac{U_*}{\sqrt{R^2 + Z_L^2}} = \frac{100\sqrt{2}}{\sqrt{100^2 + 100^2}} = 1A$$

+ Thành phần dòng một chiều $I_- = \frac{U_-}{Z_-} = \frac{U_-}{\sqrt{R^2 + Z_L^2}} = \frac{200}{\sqrt{100^2 + 0^2}} = 2A$

+ Gọi I là cường độ hiệu dụng của dòng điện chạy qua mạch thì nhiệt lượng tỏa ra trong thời gian t thỏa mãn: $Q = I^2 R t = I_-^2 R t + I_+^2 R t$

Suy ra cường độ dòng điện hiệu dụng là $I = \sqrt{I_+^2 + I_-^2} = \sqrt{1^2 + 2^2} = \sqrt{5}A$

$\Rightarrow$ Đáp án D.

Vận dụng: Mạch gồm điện trở $R = 100 \Omega$ mắc nối tiếp với tụ điện $C = \frac{10^{-4}}{\pi} F$.

Điện áp đặt vào hai đầu đoạn mạch có dạng $u = 400 \cos^2(50\pi t) (V)$. Cường độ dòng điện hiệu dụng qua mạch có giá trị bằng

- A. 1 A. B. 3,26 A. C. $(2 + \sqrt{2}) A$. D. 0

Ví dụ 22: Coi nhiệt lượng tỏa ra ở dây chì tỉ lệ với diện tích xung quanh của dây.

Nếu một dây chì có đường kính d_1 chỉ chịu được dòng điện có cường độ tối đa là I_1 thì dây chì có đường kính d_2 sẽ chịu được cường độ dòng điện tối đa là

- A. $I_2 = I_1(d_2/d_1)^{1,5}$. B. $I_2 = I_1(d_2/d_1)^{0,5}$.
C. $I_2 = I_1(d_1/d_2)^{1,5}$. D. $I_2 = I_1(d_1/d_2)^{0,5}$.

Giải

Theo đề ra, ta có thể viết:

$$\begin{cases} Q = k\pi d_1 l = R_1 I_1^2 t = \rho \frac{4l}{\pi d_1^2} I_1^2 t \\ Q = k\pi d_2 l = R_2 I_2^2 t = \rho \frac{4l}{\pi d_2^2} I_2^2 t \end{cases} \Rightarrow \frac{d_2}{d_1} = \frac{d_1^2}{d_2^2} \frac{I_2^2}{I_1^2} \Rightarrow I_2 = I_1 \left(\frac{d_2}{d_1} \right)^{1,5}$$

$\Rightarrow$ Chọn A

Ví dụ 23: Cho mạch điện xoay chiều gồm diốt lý tưởng, điện trở R và ampe kế có điện trở không đáng kể mắc nối tiếp theo thứ tự. Khóa K mắc ở 2 đầu diốt. Khi K ngắt ampe kế chỉ $\sqrt{2} A$ thì khi K đóng ampe kế chỉ

- A. 1A B. 2A C. 1,5A D. $\sqrt{2} A$

Giải:

Ta phải so sánh công nhiệt lượng khi thời gian thực t_0 chạy qua R như nhau.

+ Khi K ngắt, mạch có cả diốt. Dòng qua R chỉ một nửa chu kì nên muốn có t_0 cần phải dùng khoảng thời gian là $2t_0$, nhiệt lượng sẽ là $Q_1 = I_1^2 R \cdot 2t_0$

- + Khi K đóng, mạch không còn đứt chặn dòng nên dòng qua R cả chu kì vì vậy muốn có t_0 thì chỉ cần dùng khoảng thời gian là t_0 , nhiệt lượng tương ứng là $Q_2 = I_2^2 R t_0$
 Vì $Q_1 = Q_2 \Rightarrow I_1^2 R \cdot 2t_0 = I_2^2 R t_0 \Rightarrow I_2 = I_1 \cdot \sqrt{2} = \sqrt{2} \cdot \sqrt{2} = 2A$
 $\Rightarrow$ Đáp án B.

Ví dụ 24: Đặt điện áp xoay chiều $u = U_0 \cos\left(100\pi t + \frac{\pi}{3}\right)$ (V) vào hai đầu một cuộn dây thuần cảm có độ tự cảm $L = \frac{1}{2\pi}$ (H). Ở thời điểm điện áp giữa hai đầu cuộn cảm là $100\sqrt{2}$ V thì cường độ dòng điện qua cuộn cảm là 2A. Biểu thức của cường độ dòng điện qua cuộn cảm là

- A. $i = 2\sqrt{3} \cos\left(100\pi t - \frac{\pi}{6}\right)$ (A) B. $i = 2\sqrt{3} \cos\left(100\pi t + \frac{\pi}{6}\right)$ (A)
 C. $i = 2\sqrt{2} \cos\left(100\pi t + \frac{\pi}{6}\right)$ (A) D. $i = 2\sqrt{2} \cos\left(100\pi t - \frac{\pi}{6}\right)$ (A)

Giải

- Ta biết rằng trên đoạn mạch chứa cuộn dây thuần cảm, cường độ dòng điện i chậm pha $\frac{\pi}{2}$ so với hiệu điện thế nên biểu thức cường độ dòng điện i có dạng:

$$i = I_0 \cos\left(100\pi t + \frac{\pi}{3} - \frac{\pi}{2}\right) = I_0 \cos\left(100\pi t - \frac{\pi}{6}\right)$$

- Vì đoạn mạch có u và i vuông pha nên ta có thêm công thức độc lập thời

gian: $\left(\frac{i}{I_0}\right)^2 + \left(\frac{u}{U_0}\right)^2 = 1$ (*) từ đây ta sẽ tìm được I_0 khi thay

$$\begin{cases} i = 2 \text{ A} \\ u = 100\sqrt{2} \text{ V} \\ U_0 = I_0 \cdot Z_L = I_0 \cdot \omega L = I_0 \cdot 100\pi \frac{1}{2\pi} = 50I_0 \end{cases}$$

vào (*) và thu được $I_0 = 2\sqrt{3}$ A

Vậy $i = 2\sqrt{3} \cos\left(100\pi t - \frac{\pi}{6}\right)$ (A)

$\Rightarrow$ Chọn A.

Kinh nghiệm: Ở những đoạn mạch không có điện trở thuần (R hay r) thì u và i vuông pha, ngoài các công thức điện thông thường, còn có thêm biểu thức

$$\text{độc lập thời gian } \left(\frac{i}{I_0}\right)^2 + \left(\frac{u}{U_0}\right)^2 = 1 \text{ để giải quyết nhanh bài toán.}$$

Vận dụng: Đặt điện áp xoay chiều $u = U_0 \cos\left(2\pi ft + \frac{\pi}{4}\right)$ vào hai đầu một cuộn

dây thuần cảm có độ tự cảm $L = \frac{1}{\pi} \text{ H}$. Ở thời điểm t_1 điện áp giữa hai đầu

cuộn cảm là $50\sqrt{2} \text{ V}$ thì cường độ dòng điện qua cuộn dây là $\frac{\sqrt{2}}{2} \text{ A}$. Còn ở

thời điểm t_2 khi điện áp giữa hai đầu cuộn dây là 80 V thì cường độ dòng điện qua nó là $0,6 \text{ A}$. Tần số f của dòng điện xoay chiều bằng

- A. 40 Hz . B. 50 Hz . C. 60 Hz . D. 120 Hz .

Ví dụ 25: Cho mạch điện xoay chiều R, L, C mắc nối tiếp theo thứ tự đó (cuộn cảm thuần). Điện áp hiệu dụng ở hai đầu điện trở R là 200 V . Khi điện áp tức thời ở hai đầu đoạn mạch là $100\sqrt{2} \text{ V}$ thì điện áp tức thời giữa hai đầu điện trở và cuộn cảm đều là $-100\sqrt{6} \text{ V}$. Hiệu điện thế hiệu dụng ở hai đầu đoạn mạch AB là

- A. $100\sqrt{2} \text{ V}$. B. 582 V . C. 615 V . D. 200 V .

Giải

Ở đoạn mạch L thì u và i vuông pha nên ta có $\left(\frac{i_L}{I_{0L}}\right)^2 + \left(\frac{u_L}{U_{0L}}\right)^2 = 1$

Vì $i_L = i_R = \frac{u_R}{R}$ và $I_{0L} = I_{0R} = \frac{U_{0R}}{R}$ nên biểu thức trên trở thành

$$\left(\frac{u_R}{U_R \sqrt{2}}\right)^2 + \left(\frac{u_L}{U_L \sqrt{2}}\right)^2 = 1$$

$$\text{Thay số } \left(\frac{-100\sqrt{6}}{200\sqrt{2}}\right)^2 + \left(\frac{-100\sqrt{6}}{U_L \sqrt{2}}\right)^2 = 1$$

$$\Rightarrow U_L = 200\sqrt{3} \text{ V}$$

$$\text{Từ } u = u_R + u_L + u_C \Rightarrow u_C = 100(\sqrt{2} + 2\sqrt{6}) \text{ V}$$

Với tụ C, tương tự ta có $\left(\frac{u_R}{U_R\sqrt{2}}\right)^2 + \left(\frac{u_C}{U_C\sqrt{2}}\right)^2 = 1$

Thay số: $\left(\frac{-100\sqrt{6}}{200\sqrt{2}}\right)^2 + \left(\frac{100(\sqrt{2} + 2\sqrt{6})}{U_C\sqrt{2}}\right)^2 = 1 \Rightarrow U_C = 200(1 + 2\sqrt{3})V$

Khi đó $U = \sqrt{U_R^2 + (U_L - U_C)^2} \approx 582(V) \Rightarrow \text{Chọn B}$

Vận dụng: Mạch RLC với $Z_C = 2Z_L$. Biết các giá trị tức thời $u_R = 60V$, $u_C = 30V$. Tìm điện áp tức thời toàn mạch lúc đó? (Đáp số: 75V)

Ví dụ 26: Mạch điện RLC mắc nối tiếp, trong đó $R = 100\sqrt{3}\Omega$, cuộn dây thuần cảm, tụ điện có điện dung C thay đổi được. Đặt vào hai đầu đoạn mạch điện áp $u = 100\sqrt{6}\cos\left(100\pi t - \frac{\pi}{6}\right)V$. Khi điện dung của tụ điện $C = \frac{10^{-4}}{4\pi}F$ thì

hiệu điện thế trên tụ điện đạt cực đại. Thay đổi điện dung C cho đến khi điện áp hiệu dụng ở hai đầu cuộn dây đạt giá trị cực đại thì biểu thức hiệu điện thế hai đầu cuộn cảm khi đó là

A. $u_L = 400\sqrt{2}\cos\left(100\pi t + \frac{\pi}{3}\right)V$. B. $u_L = 100\sqrt{2}\cos\left(100\pi t + \frac{\pi}{3}\right)V$.
C. $u_L = 400\sqrt{2}\cos\left(100\pi t - \frac{2\pi}{3}\right)V$. D. $u_L = 100\sqrt{2}\cos\left(100\pi t - \frac{2\pi}{3}\right)V$.

Giải

+ Mạch RLC, khi thay đổi C để $U_C^{\max}$ thì:

$$\begin{cases} Z_C = \frac{1}{\frac{10^{-4}}{4\pi} \cdot 100\pi} = 400\Omega \\ Z_C = \frac{R^2 + Z_L^2}{Z_L} = \frac{(100\sqrt{3})^2 + Z_L^2}{Z_L} \end{cases} \Rightarrow Z_L = 100\Omega$$

+ Thay đổi C để $U_L^{\max}$ thì trong mạch lúc đó xảy ra cộng hưởng điện, nên:

$$Z_C = Z_L = 100\Omega \Rightarrow Z = R = 100\sqrt{3}\Omega$$

$$\text{và } U_L^{\max} = I_{\max} \cdot Z_L = \frac{U}{Z} \cdot Z_L = \frac{100\sqrt{3}}{100\sqrt{3}} \cdot 100 = 100V$$

Do trong mạch đang xảy ra cộng hưởng nên hiệu điện thế toàn mạch cùng pha so với i , mặt khác u_L lại nhanh pha hơn i góc $\frac{\pi}{2}$, cuối cùng ta có:

$$u_L = 100\sqrt{2} \cos\left(100\pi t - \frac{\pi}{6} + \frac{\pi}{2}\right) = 100\sqrt{2} \cos\left(100\pi t + \frac{\pi}{3}\right) \text{ V.} \Rightarrow \text{Chọn B.}$$

Ví dụ 27: Đặt điện áp $u = 400\cos 100\pi t$ (u tính bằng V, t tính bằng s) vào hai đầu đoạn mạch AB gồm điện trở thuần 50Ω mắc nối tiếp với đoạn mạch X. Cường độ dòng điện hiệu dụng qua đoạn mạch là 2 A. Biết ở thời điểm t , điện áp tức thời giữa hai đầu AB có giá trị 400 V; ở thời điểm $t + \frac{1}{400}$ (s), cường độ dòng điện tức thời qua đoạn mạch bằng không và đang giảm. Công suất tiêu thụ điện của đoạn mạch X là

- A. 400 W. B. 200 W. C. 160 W. D. 100 W

Giải:

- + Công suất tính riêng trên điện trở R là: $P_R = R.I^2 = 50.2^2 = 200\text{W}$
- + Theo đề ra, tại thời điểm t thì $u = 400 = U_0$, sau thời điểm này một khoảng $\frac{1}{400}$ s bán kính điện áp đã quét được một

góc $\alpha = \omega.\Delta t = 100\pi.\frac{1}{400} = \frac{\pi}{4}$ nên tại thời

điểm $t + \frac{1}{400}$ s này bán kính M_u đang ở vị trí

như trên hình vẽ.

Cũng tại thời điểm $t + \frac{1}{400}$ s này, theo đề ra,

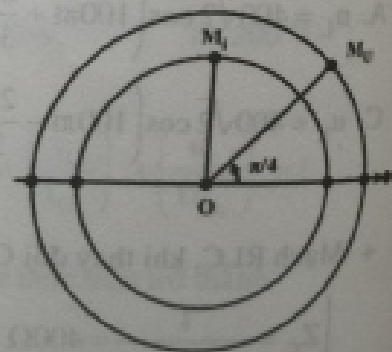
cường độ dòng điện tức thời qua đoạn mạch bằng không và đang giảm. Vì vậy bắt buộc bán kính M_i phải như hình vẽ.

Qua hình vẽ, dễ dàng tính được 2 bán kính M_u và M_i lệch nhau góc $\frac{\pi}{2} - \frac{\pi}{4} = \frac{\pi}{4}$, nói cách khác, độ lệch pha giữa u và i là $\varphi = -\frac{\pi}{4}$. Vậy công suất

toàn mạch: $P = U.I.\cos\varphi = 200\sqrt{2} .2.\cos(-\pi/4) = 400\text{W}$

- + Vậy công suất của riêng mạch X là: $P_X = P - P_R = 400 - 200 = 200\text{W}$

Có em làm theo cách khác:



Nhìn vào đường tròn dễ thấy i sớm pha hơn u là $\frac{\pi}{4}$ nên

$$\begin{cases} u_R = 100\sqrt{2}\cos(100\pi t + \frac{\pi}{4}) \text{ (V)} \\ i = i_X = 2\sqrt{2}\cos(100\pi t + \frac{\pi}{4}) \text{ (A)} \end{cases}$$

Do đó $u_X = u_{AB} - u_R = 316,2\cos(100\pi t - 18,43^\circ)$ Vậy công suất tiêu thụ

$$\text{mạch X: } P_X = 2 \cdot \left(\frac{316,2}{\sqrt{2}} \right) \cdot \cos(-18,43^\circ - 45^\circ) = 200 \text{ W}$$

Ví dụ 28: Xét mạch điện AB gồm các phần tử mắc nối tiếp theo thứ tự là cuộn dây thuần cảm có độ tự cảm L , điện trở thuần R , tụ điện có điện dung C . Gọi M là điểm nối giữa L và R , N là điểm nối giữa R và C . Đặt vào A, B một điện áp xoay chiều có giá trị hiệu dụng U không đổi và tần số góc thay đổi được. Khi lần lượt cho $\omega = \omega_1, \omega = \omega_2, \omega = \omega_3$ thì lần lượt điện áp hiệu dụng hai đầu MN , giữa hai đầu AN , giữa hai đầu MB đều bằng U . Khi đó, hệ thức đúng là

A. $\omega_3 = \frac{\omega_2}{\sqrt{2}} = \frac{\omega_1}{2}$

B. $\omega_3 = \sqrt{2}\omega_2 = 2\omega_1$

C. $\omega_3 = \frac{\omega_2}{2} = \frac{\omega_1}{\sqrt{2}}$

D. $\omega_3 = 2\omega_2 = \omega_1\sqrt{2}$

Giải

* ω_1 xảy ra cộng hưởng điện nên $\omega_1 = \frac{1}{\sqrt{LC}}$

* ω_2 làm cho $U_{RL} = U$ nên $Z_{C2} = 2Z_{L2} \Rightarrow \omega_2 = \frac{1}{\sqrt{2}\sqrt{LC}}$

* ω_3 làm cho $U_{RC} = U$ nên $Z_{L3} = 2Z_{C3} \Rightarrow \omega_3 = \frac{\sqrt{2}}{\sqrt{LC}}$

Suy ra $\omega_3 = 2\omega_2 = \omega_1\sqrt{2}$ nên chọn D

Ví dụ 29: Có 3 phần tử gồm điện trở thuần R , cuộn cảm có điện trở thuần r và tụ điện C với $R = 1,5r$. Khi mắc song song 3 phần tử trên vào một điện áp U thì dòng điện trong mạch có cường độ là I . Khi mắc nối tiếp 3 phần

từ trên vào điện áp xoay chiều có giá trị hiệu dụng U thì điện áp hiệu dụng ở hai đầu mỗi phần tử đều bằng nhau. Khi đó, trong dòng điện trong mạch có giá trị hiệu dụng là:

- A. 0,237I B. 3,256I C. 4,282I D. 2,2I

Giải

$$\text{Lúc đầu: } R_{\text{td}} = \frac{3}{5}r \Rightarrow I = \frac{5U}{3r} \Rightarrow \frac{U}{r} = \frac{3I}{5}$$

$$\text{Về sau: } R = Z_C = Z_{\text{cd}} = 1,5r \text{ nên } Z_L = \frac{\sqrt{5}r}{2}$$

$$\text{Lúc đó: } I' = \frac{U}{Z} = \frac{U}{r \cdot 2,529} = 0,237I$$

Ví dụ 30: Một đoạn mạch gồm ba phần tử R, L, C mắc nối tiếp. Biết cường độ dòng điện qua mạch có biểu thức $i = I_0 \cos\left(100\pi t + \frac{\pi}{6}\right)$ (A). Tính từ thời điểm cường độ dòng điện qua mạch triệt tiêu, sau khoảng thời gian $\frac{1}{4}$ chu kỳ thì điện lượng chuyển qua tiết diện thẳng của mạch là

- A. 0. B. $\frac{I_0}{100\pi}$ C. C. $\frac{I_0}{25\pi}$ C. D. $\frac{I_0}{50\pi}$ C.

Giải

+ Gọi t_1 là thời điểm cường độ dòng điện qua mạch triệt tiêu, ta có:

$$0 = I_0 \cos\left(100\pi t_1 + \frac{\pi}{6}\right) \Rightarrow \left(100\pi t_1 + \frac{\pi}{6}\right) = \frac{\pi}{2} \Rightarrow t_1 = \frac{1}{300} \text{ s}$$

+ Thời điểm t_2 sau t_1 là: $t_2 = t_1 + \frac{1}{4}T = \frac{1}{300} + \frac{1}{4} \cdot \frac{2\pi}{100\pi} = \frac{1}{120} \text{ s}$

+ Điện lượng chuyển qua tiết diện thẳng của mạch từ thời điểm t_1 đến t_2 là

$$\Delta q = \int_{t_1}^{t_2} i \cdot dt = \int_{t_1}^{t_2} I_0 \cos\left(100\pi t + \frac{\pi}{6}\right) dt = I_0 \frac{1}{100\pi} \sin\left(100\pi t + \frac{\pi}{6}\right) \Big|_{t_1}^{t_2}$$

$$\Delta q = \frac{I_0}{100\pi} \left[\sin\left(100\pi \cdot \frac{1}{120} + \frac{\pi}{6}\right) - \sin\left(100\pi \cdot \frac{1}{300} + \frac{\pi}{6}\right) \right]$$

$$\Delta q = \frac{I_0}{100\pi} \left[\sin(\pi) - \sin\left(\frac{\pi}{2}\right) \right] = -\frac{I_0}{100\pi} \text{ C}$$

$\Rightarrow$ Chọn B.

Chú ý: Bài toán thể loại tìm điện lượng có thể giải nhanh thông qua biểu thức

$\Delta q = q_2 - q_1$ nếu biết được các giá trị $q_1; q_2$ ứng với từng thời điểm $t_1; t_2$

đặc biệt. Dưới đây là một số trường hợp minh họa:

+ Sau 1T hoặc số nguyên lần chu kỳ thì $\Delta q = q_2 - q_1 = q_1 - q_1 = 0$

+ Thời điểm t_1 ứng với $i_1 = 0$ (hoặc $q_1 = -Q_0$)

Sau $\frac{T}{4}$ hoặc $\frac{3T}{4}$ thì $\Delta q = Q_0 = \frac{I_0}{\omega}$

Sau $\frac{T}{2}$ thì $\Delta q = 2Q_0 = 2 \frac{I_0}{\omega}$

+ Thời điểm t_1 ứng với $i_1 = I_0$ (hoặc $q_1 = 0$)

Sau $\frac{T}{4}$ hoặc $\frac{3T}{4}$ thì $\Delta q = Q_0 = \frac{I_0}{\omega}$

Sau $\frac{T}{2}$ thì $\Delta q = 0$

Với bài toán trên, do $i_1 = 0$ nên sau $\frac{T}{4}$ thì điện lượng $\Delta q = Q_0 = \frac{I_0}{\omega} = \frac{I_0}{100\pi}$

Với bài toán khác: Dòng điện $i = 0,2\pi \cos\left(100\pi t - \frac{\pi}{2}\right)$ A qua mạch RLC, sau

nửa chu kỳ, điện lượng qua R bằng bao nhiêu?

Trả lời: Thấy rằng tại $t = 0$ thì $i = 0$ nên sau nửa chu kỳ

$$\Delta q = 2Q_0 = 2 \frac{I_0}{\omega} = 2 \frac{0,2\pi}{100\pi} = 4 \cdot 10^{-3} \text{ C}$$

Ví dụ 31: Cho dòng điện xoay chiều $i = \pi \sin(100\pi t)$ (A) (t đo bằng giây) chạy qua bình điện phân chứa dung dịch H_2SO_4 với các điện cực trơ. Tính thể tích khí O_2 (ở điều kiện tiêu chuẩn) thoát ra trong khoảng thời gian 16 phút 5 giây ở mỗi điện cực?

Giải

Tương tự bài toán trên, điện lượng qua bình điện phân ứng với mỗi nửa chu

$$\text{ kỳ là: } Q_{1/2} = 2 \frac{I_0}{\omega} = 2 \frac{\pi}{100\pi} = 0,02 \text{ (C)}$$

Theo định luật Faraday ta có:

$$V_{\text{O}_2} = \frac{1}{T} \frac{Q_{1/2}}{96500} \cdot \frac{22,4}{4} = \frac{965}{0,02 \cdot 96500} \cdot 0,02 \cdot 5,6 = 0,056 \text{ (lít)}$$

Ví dụ 32: Một đoạn mạch gồm điện trở thuần $R = 200\Omega$ mắc nối tiếp với tụ điện C . Nối 2 đầu đoạn mạch với 2 cực của một máy phát điện xoay chiều một pha, bỏ qua điện trở các cuộn dây trong máy phát. Khi rôto của máy quay đều với tốc độ 200 vòng/phút thì cường độ dòng điện hiệu dụng trong đoạn mạch là 1. Khi rôto của máy quay đều với tốc độ 400 vòng/phút thì cường độ dòng điện hiệu dụng trong đoạn mạch là $2\sqrt{2}$ I. Nếu rôto của máy quay đều với tốc độ 800 vòng/phút thì tổng trở mạch RC lúc đó bằng

A. 400Ω . B. $270,7\Omega$. C. $370,3\Omega$. D. $212,1\Omega$.

Giải

$$+ \text{ Như đã biết } U = \frac{NBS\omega}{\sqrt{2}} = \frac{NBS2\pi f}{\sqrt{2}} = \frac{\sqrt{2}\pi NBSp}{60}n \Rightarrow U \text{ tỉ lệ với } n$$

$$\text{và } Z_C = \frac{1}{2\pi f.C} = \frac{1}{2\pi \frac{np}{60}.C} = \frac{30}{\pi npC} \Rightarrow Z_C \text{ tỉ lệ với } \frac{1}{n}$$

nên cả U và Z_C đều phụ thuộc vào tốc độ quay n .

$$+ \text{ Khi quay với tốc độ } n = 200 \text{ ta có: } U_1^2 = I_1^2 (R^2 + Z_{C1}^2) = I^2 (R^2 + Z_{C1}^2) \quad (1)$$

$$+ \text{ Khi quay với tốc độ } 400 = 2n \text{ thì } U_2^2 = I_2^2 (R^2 + Z_{C2}^2), \text{ với } U_2 = 2U_1,$$

$$Z_{C2} = \frac{Z_{C1}}{2} \text{ và theo đề ra } I_2 = 2\sqrt{2}I \text{ nên } 4U_1^2 = 8I^2 (R^2 + \frac{Z_{C1}^2}{4}) \quad (2)$$

Từ (1) và (2) suy ra dung kháng ở tốc độ 200 vòng/phút:

$$Z_{C1} = R\sqrt{2} = 200\sqrt{2}\Omega$$

+ Khi quay với tốc độ 800 vòng/phút, gấp 4 lần so với 200 vòng/phút thì

$$\text{dung kháng phải nhỏ hơn 4 lần nên } Z_{C3} = \frac{Z_{C1}}{4} = \frac{200\sqrt{2}}{4} = 50\sqrt{2}\Omega$$

+ Tổng trở của mạch R, C lúc đó:

$$Z = \sqrt{R^2 + Z_{C3}^2} = \sqrt{200^2 + (50\sqrt{2})^2} = 212,13\Omega \Rightarrow \text{Chọn D.}$$

Ví dụ 33: Nếu tốc độ quay của rôto tăng thêm 60 vòng/phút thì tần số dòng điện do máy phát tạo ra tăng từ 50Hz đến 60Hz và suất điện động hiệu dụng thay đổi 40V so với ban đầu. Nếu tiếp tục tăng tốc độ của rôto thêm 60vòng/phút thì suất điện động hiệu dụng bằng:

A. 240V B. 280V. C. 320V. D. 400V.

Giải

Vì tần số f lần điện áp U đều tỉ lệ thuận với tốc độ quay n nên lúc đầu ta có

$$\frac{n_0 + 60}{n_0} = \frac{60}{50} = \frac{U_0 + 40}{U_0} \text{ suy ra } n_0 = 300 \text{ v/ph và } U_0 = 200 \text{ V}$$

$$\text{Về sau: } \frac{U'}{U_0} = \frac{n_0 + 120}{n_0} = \frac{7}{5} \text{ nên } U' = \frac{7}{5} U_0 = 280 \text{ V} \Rightarrow \text{Chọn B.}$$

Ví dụ 34: Máy biến thế có 110 vòng ở cuộn sơ cấp và 220 vòng ở cuộn thứ cấp. Cuộn dây sơ cấp có điện trở thuần $r = 3 \Omega$ và cảm kháng $Z_L = 4 \Omega$. Cuộn thứ cấp để hở. Nối hai đầu cuộn sơ cấp với hiệu điện thế 40 V thì hiệu điện thế hai đầu cuộn thứ cấp là

- A. 80 V. B. 72 V. C. 64 V. D. 32 V.

Giải

$$\text{Tổng trở của cuộn sơ cấp } Z_1 = \sqrt{r^2 + Z_L^2} = \sqrt{3^2 + 4^2} = 5 \Omega$$

Phân tích điện áp hiệu dụng ở cuộn sơ cấp làm hai thành phần U_{L1} và U_{r1} .

Chính U_{L1} là suất điện động tự cảm e_1 xuất hiện ở cuộn sơ cấp.

$$E_1 = I_1 \cdot Z_L = \frac{U_1}{Z} \cdot Z_L = \frac{40}{5} \cdot 4 = 32 \text{ V}$$

$$\text{Do cuộn thứ cấp để hở nên } U_2 = E_2 = E_1 \frac{N_2}{N_1} = 32 \cdot \frac{220}{110} = 64 \text{ V}$$

$\Rightarrow$ Chọn C.

Ví dụ 35: (Trích ĐTTS vào các trường Đại học khối A, 2011) Một học sinh quấn một máy biến áp với dự định số vòng dây của cuộn sơ cấp gấp hai lần số vòng dây của cuộn thứ cấp. Do sơ suất nên cuộn thứ cấp bị thiếu một số vòng dây. Muốn xác định số vòng dây thiếu để quấn tiếp thêm vào cuộn thứ cấp cho đủ, học sinh này đặt vào hai đầu cuộn sơ cấp một điện áp xoay chiều có giá trị hiệu dụng không đổi, rồi dùng vôn kế xác định tỉ số điện áp ở cuộn thứ cấp để hở và cuộn sơ cấp. Lúc đầu tỉ số điện áp bằng 0,43. Sau khi quấn thêm vào cuộn thứ cấp 24 vòng dây thì tỉ số điện áp bằng 0,45. Bỏ qua mọi hao phí trong máy biến áp. Để được máy biến áp đúng như dự định, học sinh này phải tiếp tục quấn thêm vào cuộn thứ cấp

- A. 40 vòng dây. B. 84 vòng dây. C. 100 vòng dây. D. 60 vòng dây.

Giải

Gọi số vòng cuộn sơ cấp là N_s , số vòng cuộn thứ cấp ban đầu là N_2 , số vòng cần tìm của bài toán là x , theo đề ra ta có:

$$N_1 = \frac{N_2}{0,43} = \frac{N_2 + 24}{0,45} = \frac{N_2 + 24 + x}{0,5}$$

Từ đó ta có hệ phương trình:
$$\begin{cases} 0,45N_2 = 0,43N_2 + 10,32 \\ 0,5N_2 = 0,43N_2 + 10,32 + 0,43x \end{cases}$$

Giải ra ta được $x = 60$.

$\Rightarrow$ Đáp án D.

Ví dụ 36: Một máy biến áp lí tưởng lúc mới sản xuất có tỉ số điện áp hiệu dụng cuộn sơ cấp và thứ cấp bằng 2. Sau một thời gian sử dụng do lớp cách điện kém nên có x vòng dây cuộn thứ cấp bị nối tắt; vì vậy tỉ số điện áp hiệu dụng cuộn sơ cấp và thứ cấp bằng 2,5. Để xác định x người ta cuốn thêm vào cuộn thứ cấp 90 vòng dây thì thấy tỉ số điện áp hiệu dụng cuộn sơ cấp và thứ cấp bằng 1,6. Số vòng dây bị nối tắt

- A. 80vòng. B. 40vòng. C. 50vòng. D. 60vòng.

Giải:

Có
$$\begin{cases} \frac{U_2}{U_1} = \frac{N_2}{N_1} = \frac{1}{2} \\ \frac{U'_2}{U_1} = \frac{N_2 - x}{N_1} = \frac{1}{2,5} \\ \frac{U''_2}{U_1} = \frac{N_2 - x + 90}{N_1} = \frac{1}{1,6} \end{cases} \quad \text{suy ra} \quad \begin{cases} \frac{N_2}{N_1} = \frac{1}{2} \\ \frac{N_2 - x}{N_1} = \frac{1}{2,5} \\ \frac{N_2 - x + 90}{N_1} = \frac{1}{1,6} \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} \frac{x}{N_1} = \frac{1}{10} \\ \frac{90}{N_1} = \frac{9}{40} \end{cases}$$

$\Rightarrow x = 40 \Rightarrow$ Đáp án B.

Ví dụ 37: Một người định cuốn một máy tăng thế để đưa điện áp từ 110V lên 220V với lõi không phân nhánh, không mất mát năng lượng và các cuộn dây có điện trở rất nhỏ, với số vòng các cuộn ứng với 1,2 vòng/V. Người đó cuốn đúng hoàn toàn cuộn thứ cấp, nhưng do sai sót lại cuốn ngược chiều những vòng cuối của cuộn sơ cấp. Cho nên khi thử máy thấy điện áp cuộn thứ là 264 V. Số vòng bị cuốn ngược chiều là

- A. 20 B. 10 C. 22 D. 11

Giải

- + Gọi N_1 và N_2 là số vòng ở các cuộn dây của máy biến áp theo đúng yêu cầu vậy phải có: $N_1 = 110 \times 1,2 = 132$ vòng và $N_2 = 220 \times 1,2 = 264$ vòng
- + Gọi n là số vòng dây bị cuốn ngược ở cuộn sơ cấp. Khi đó số vòng thực ở cuộn sơ cấp để tạo ra từ thông cấp cho cuộn thứ chỉ là $N_1 - 2n$, áp dụng công thức máy biến thế cho trường hợp này ta được

$$\frac{N_1 - 2n}{N_2} = \frac{110}{264} \Rightarrow \frac{132 - 2n}{264} = \frac{110}{264} \Rightarrow n = 11 \text{ vòng}$$

⇒ Đáp án D

Ví dụ 38: Một máy biến thế lý tưởng có lõi đối xứng gồm ba nhánh có tiết diện bằng nhau, hai nhánh được cuốn hai cuộn dây. Khi mắc một điện áp xoay chiều vào một cuộn thì các đường sức do nó sinh ra được chia đều cho hai nhánh còn lại. Khi mắc cuộn 1 vào một điện áp xoay chiều có giá trị hiệu dụng là 220V thì cuộn 2 để hở có điện áp hiệu dụng U_2 . Khi mắc vào cuộn 2 một điện áp hiệu dụng U_2 thì ở cuộn 1 để hở có điện áp hiệu dụng là

A. 110V

B. 55V

C. 440V

D. 220V

Giải

• Lúc đầu $\frac{U_2}{U_1} = \frac{1}{2} \frac{n_2}{n_1}$ (ta thấy bài toán này có giá trị $\frac{1}{2}$ vì ở cuộn thứ chỉ nhận được $\frac{1}{2}$ từ thông từ sơ cấp gửi tới)

• Tương tự, về sau $\frac{U_3}{U_2} = \frac{1}{2} \frac{n_1}{n_2}$

$$\text{Suy ra } U_3 = \frac{1}{4} U_1 = 55V$$

Ví dụ 39: Điện năng cần truyền tải từ nơi phát điện đến nơi tiêu thụ điện. Coi rằng trên đường dây truyền tải chỉ có điện trở R không đổi, tải tiêu thụ là một biến trở có hệ số công suất bằng 1 và công suất trước khi truyền tải không đổi. Lúc đầu, điện áp đưa lên là U_1 thì hiệu suất truyền tải là H_1 . Để hiệu suất truyền tải điện năng là H_2 thì tỉ số điện áp trong hai trường hợp phải là

A. $\frac{U_2}{U_1} = \sqrt{\frac{H_2(1-H_2)}{H_1(1-H_1)}}$

B. $\frac{U_2}{U_1} = \sqrt{\frac{1-H_2}{1-H_1}}$

C. $\frac{U_2}{U_1} = \sqrt{\frac{H_1(1-H_2)}{H_2(1-H_1)}}$

D. $\frac{U_2}{U_1} = \sqrt{\frac{1-H_1}{1-H_2}}$

Giải

Gọi P là công suất trước khi truyền tải ($P = \text{const}$), P' là công suất tại tải tiêu thụ, ΔP là công suất hao phí trên đường dây.

$$+ \text{ Ta có: } H = \frac{P'}{P} = \frac{P - \Delta P}{P} = 1 - \frac{\Delta P}{P} = 1 - \frac{\frac{P^2}{U^2} R}{P} = 1 - \frac{P}{U^2} R.$$

$$\text{Suy ra } U^2 = \frac{P_{tp} \cdot R}{(1 - H)}$$

+ Viết cho 2 trường hợp ta được:

$$\begin{cases} U_1^2 = \frac{P \cdot R}{(1 - H_1)} \\ U_2^2 = \frac{P \cdot R}{(1 - H_2)} \end{cases} \Rightarrow \frac{U_2^2}{U_1^2} = \frac{(1 - H_1)}{(1 - H_2)} \Rightarrow \frac{U_2}{U_1} = \sqrt{\frac{(1 - H_1)}{(1 - H_2)}} \Rightarrow \text{Đáp án D.}$$

Bài toán trên đã xây dựng được biểu thức tổng quát, chúng ta sẽ áp dụng biểu thức này cho các bài toán bằng số cụ thể, chẳng hạn:

Bài toán 1: Điện năng được truyền đi xa với công suất không đổi P và hiệu điện thế hiệu dụng $U = 10\text{kV}$, hiệu suất của quá trình truyền tải $H = 80\%$. Để hiệu suất của quá trình truyền tải đạt được là 95% , thì phải tăng hiệu điện thế lên đến giá trị

- A. 20kV . B. 25kV . C. 30kV . D. 25kV .

Bài toán 2: Điện năng được truyền đi xa với công suất không đổi P , lúc đầu điện áp trước khi truyền tải là $U = 2\text{kV}$, hiệu suất của quá trình truyền tải $H = 80\%$. Nếu ta tăng điện áp trước khi truyền tải thêm 2kV nữa thì hiệu suất của quá trình truyền tải sẽ tăng thêm

- A. 5% . B. 10% . C. 12% . D. 15% .

Qua những bài toán trên, ta thấy phương pháp đại số và kỹ năng biến đổi cũng là rất quan trọng, nó sẽ giúp ta xây dựng được các biểu thức tổng quát từ đó vận dụng cho những bài toán trắc nghiệm cụ thể.

Ví dụ 40: Điện năng cần truyền tải từ nơi phát điện đến nơi tiêu thụ điện. Coi rằng trên đường dây truyền tải chỉ có điện trở R không đổi, tải tiêu thụ là một biến trở có hệ số công suất bằng 1 và công suất tiêu thụ không đổi. Lúc đầu, điện áp đưa lên là U_1 thì hiệu suất truyền tải là H_1 . Để hiệu suất truyền tải điện năng là H_2 thì tỉ số điện áp trong hai trường hợp phải là

$$\text{A. } \frac{U_2}{U_1} = \sqrt{\frac{H_2(1 - H_2)}{H_1(1 - H_1)}} \quad \text{B. } \frac{U_2}{U_1} = \sqrt{\frac{H_1(1 - H_1)}{H_2(1 - H_2)}}$$

$$C. \frac{U_2}{U_1} = \sqrt{\frac{H_1(1-H_2)}{H_2(1-H_1)}}$$

$$D. \frac{U_2}{U_1} = \sqrt{\frac{1-H_1}{1-H_2}}$$

Giải

Gọi P là công suất trước khi truyền tải, P' là công suất tại tải tiêu thụ ($P' = \text{const}$), ΔP là công suất hao phí trên đường dây, từ $H = \frac{P'}{P} \Rightarrow P = \frac{P'}{H}$

$$\text{Ta có: } \begin{cases} \Delta P = I^2 R = \frac{P^2}{U^2} \cdot R = \frac{P'^2}{H^2 \cdot U^2} \cdot R \\ \Delta P = P - P' = \frac{P'}{H} - P' = \frac{P'(1-H)}{H} \end{cases} \Rightarrow \frac{P'^2}{H^2 \cdot U^2} \cdot R = \frac{P'(1-H)}{H}$$

$$\Rightarrow U^2 = \frac{P' \cdot R}{H(1-H)}$$

Viết cho 2 trường hợp ta có:

$$\begin{cases} U_1^2 = \frac{P' \cdot R}{H_1(1-H_1)} \\ U_2^2 = \frac{P' \cdot R}{H_2(1-H_2)} \end{cases} \Rightarrow \frac{U_2^2}{U_1^2} = \frac{H_1(1-H_1)}{H_2(1-H_2)} \Rightarrow \frac{U_2}{U_1} = \sqrt{\frac{H_1(1-H_1)}{H_2(1-H_2)}}$$

$\Rightarrow$ Đáp án B.

Ví dụ 41: Điện năng cần truyền tải từ nơi phát điện đến nơi tiêu thụ điện. Coi rằng trên đường dây truyền tải chỉ có điện trở R không đổi, tải tiêu thụ là một biến trở có hệ số công suất bằng 1 và công suất tiêu thụ không đổi. Lúc đầu, cường độ dòng điện trên đường dây truyền tải là I_1 thì hiệu suất truyền tải là H_1 . Để hiệu suất truyền tải điện năng là H_2 thì tỉ số cường độ dòng điện trong hai trường hợp phải là

$$A. \frac{I_2}{I_1} = \sqrt{\frac{H_2(1-H_2)}{H_1(1-H_1)}}$$

$$B. \frac{I_2}{I_1} = \sqrt{\frac{1-H_2}{1-H_1}}$$

$$C. \frac{I_2}{I_1} = \sqrt{\frac{H_1(1-H_2)}{H_2(1-H_1)}}$$

$$D. \frac{I_2}{I_1} = \sqrt{\frac{1-H_1}{1-H_2}}$$

Giải

Gọi P là công suất trước khi truyền tải, P' là công suất tại tải tiêu thụ ($P' = \text{const}$), ΔP là công suất hao phí trên đường dây, từ $H = \frac{P'}{P} \Rightarrow P = \frac{P'}{H}$

$$\Delta P = I^2 R = P - P' = \frac{P'}{H} - P' = \frac{P'(1-H)}{H} \Rightarrow I = \sqrt{\frac{P'(1-H)}{R.H}}$$

Viết cho 2 trường hợp ta được:
$$\begin{cases} I_1 = \sqrt{\frac{P'(1-H_1)}{R.H_1}} \\ I_2 = \sqrt{\frac{P'(1-H_2)}{R.H_2}} \end{cases} \Rightarrow \frac{I_2}{I_1} = \sqrt{\frac{H_1(1-H_2)}{H_2(1-H_1)}}$$

Ví dụ 42: Điện năng cần truyền tải từ nơi phát điện đến nơi tiêu thụ điện. Coi rằng trên đường dây truyền tải chỉ có điện trở R không đổi, tải tiêu thụ là một biến trở có hệ số công suất bằng 1 và công suất trước khi truyền tải không đổi. Lúc đầu, cường độ dòng điện trên đường dây truyền tải là I_1 thì hiệu suất truyền tải là H_1 . Để hiệu suất truyền tải điện năng là H_2 thì tỉ số cường độ dòng điện trong hai trường hợp phải là

A. $\frac{I_2}{I_1} = \sqrt{\frac{H_2(1-H_2)}{H_1(1-H_1)}}$

B. $\frac{I_2}{I_1} = \sqrt{\frac{1-H_2}{1-H_1}}$

C. $\frac{I_2}{I_1} = \sqrt{\frac{H_1(1-H_2)}{H_2(1-H_1)}}$

D. $\frac{I_2}{I_1} = \sqrt{\frac{1-H_1}{1-H_2}}$

Giải

Gọi P là công suất trước khi truyền tải ($P = \text{const}$), P' là công suất tại tải tiêu thụ, ΔP là công suất hao phí trên đường dây, từ $H = \frac{P'}{P} \Rightarrow P' = H.P$

$$\Delta P = I^2 R = P - P' = P - H.P = P(1-H) \Rightarrow I = \sqrt{\frac{P(1-H)}{R}}$$

Viết cho 2 trường hợp ta được:
$$\begin{cases} I_1 = \sqrt{\frac{P(1-H_1)}{R}} \\ I_2 = \sqrt{\frac{P(1-H_2)}{R}} \end{cases} \Rightarrow \frac{I_2}{I_1} = \sqrt{\frac{1-H_2}{1-H_1}}$$

Ví dụ 43: Điện năng cần truyền tải từ nơi phát điện đến nơi tiêu thụ điện. Coi rằng trên đường dây truyền tải chỉ có điện trở R không đổi, tải tiêu thụ là một biến trở có hệ số công suất bằng 1. Lúc đầu hiệu điện thế trước khi truyền tải là U_1 thì độ giảm áp trên đường dây bằng n lần hiệu điện thế tại tải tiêu thụ. Để giảm công suất hao phí đi m lần trong khi công suất tại tải tiêu thụ không đổi thì tỉ số hiệu điện thế trước khi truyền tải trong hai trường hợp phải là

$$A. \frac{U_2}{U_1} = \frac{n.m}{(n+1)\sqrt{m}}$$

$$B. \frac{U_2}{U_1} = \frac{n+m-m.n}{\sqrt{m}}$$

$$C. \frac{U_2}{U_1} = \frac{n+m}{(n+1)\sqrt{m}}$$

$$D. \frac{U_2}{U_1} = \frac{n+m}{\sqrt{m(n+1)}}$$

Giải

Gọi hiệu điện thế và công suất tại tải tiêu thụ lần lượt là U' , P' , hiệu điện thế và công suất hao phí trên đường dây lần lượt là ΔU , ΔP .

• Theo đề ra ta có: $\frac{\Delta P_2}{\Delta P_1} = \left(\frac{I_2}{I_1}\right)^2 = \frac{1}{m} \Rightarrow \frac{I_2}{I_1} = \frac{1}{\sqrt{m}} \Rightarrow \frac{\Delta U_2}{\Delta U_1} = \frac{1}{\sqrt{m}}$

$$\text{Do } \Delta U_1 = n.U'_1 \Rightarrow \Delta U_2 = \frac{\Delta U_1}{\sqrt{m}} = \frac{n.U'_1}{\sqrt{m}}$$

• Vì u và i cùng pha và công suất nơi tiêu thụ nhận được không đổi nên:

$$U'_1.I_1 = U'_2.I_2 \Rightarrow \frac{U'_2}{U'_1} = \frac{I_1}{I_2} = \sqrt{m} \Rightarrow U'_2 = \sqrt{m}.U'_1$$

• Tổng hợp lại, có:
$$\begin{cases} U_1 = U'_1 + \Delta U_1 = (1+n).U'_1 \\ U_2 = U'_2 + \Delta U_2 = \left(\sqrt{m} + \frac{n}{\sqrt{m}}\right).U'_1 \end{cases}$$

$$\Rightarrow \frac{U_2}{U_1} = \frac{\left(\sqrt{m} + \frac{n}{\sqrt{m}}\right)}{(1+n)} = \frac{m+n}{(1+n)\sqrt{m}}$$

Vấn dụng: Trong quá trình truyền tải điện năng đi xa cần tăng điện áp của nguồn lên bao nhiêu lần để giảm công suất hao phí trên đường dây đi 100 lần? Giả thiết công suất nơi tiêu thụ nhận được không đổi, điện áp tức thời u cùng pha với dòng điện tức thời i . Biết ban đầu độ giảm điện thế trên đường dây bằng 15% điện áp của tải tiêu thụ.

A. 10 lần.

B. 9,2 lần.

C. 8,7 lần.

D. 7,8 lần.

Cần chú ý rằng, nếu bài toán cho đủ kiện công suất trước khi truyền tải không đổi thì sẽ chọn ngay đáp án A, tuy nhiên, đây là bài toán công suất tại tải tiêu thụ không đổi nên các em phải chọn đáp án C vì dựa vào biểu thức đã xác lập ở trên

$$\text{lập ở trên } \frac{U_2}{U_1} = \frac{m+n}{(1+n)\sqrt{m}} = \frac{100+0,15}{(1+0,15)\sqrt{100}} = 8,7$$

Còn với bài toán: Điện năng cần truyền tải từ nơi phát điện đến nơi tiêu thụ điện. Coi rằng trên đường dây truyền tải chỉ có điện trở R không đổi, tải tiêu thụ là một biến trở có hệ số công suất bằng 1. Lúc đầu hiệu điện thế trước khi truyền tải là U_1 thì độ giảm áp trên đường dây bằng n lần hiệu điện thế trước khi truyền tải. Để giảm công suất hao phí đi m lần trong khi công suất tại tải tiêu thụ không đổi thì tỉ số hiệu điện thế trước khi truyền tải trong hai trường hợp phải nhận đáp án nào?

A. $\frac{U_2}{U_1} = \frac{n.m}{(n+1)\sqrt{m}}$

B. $\frac{U_2}{U_1} = \frac{n+m-m.n}{\sqrt{m}}$

C. $\frac{U_2}{U_1} = \frac{n+m}{(n+1)\sqrt{m}}$

D. $\frac{U_2}{U_1} = \frac{n+m}{\sqrt{m(n+1)}}$

Một cách tương tự, biến đổi đại số ta sẽ thu được đáp án B.

Ví dụ 44: Bằng một đường dây truyền tải, điện năng từ một nhà máy phát điện nhỏ có công suất không đổi được đưa đến một xưởng sản xuất. Nếu tại nhà máy điện, dùng máy biến áp có tỉ số vòng dây của cuộn thứ cấp và cuộn sơ cấp là 5 thì tại nơi sử dụng sẽ cung cấp đủ điện năng cho 80 máy hoạt động. Nếu dùng máy biến áp có tỉ số vòng dây của cuộn thứ cấp và cuộn sơ cấp là 10 thì tại nơi sử dụng cung cấp đủ điện năng cho 95 máy hoạt động. Nếu đặt xưởng sản xuất tại nhà máy điện thì cung cấp đủ điện năng cho bao nhiêu máy?

A. 90.

B. 100.

C. 85.

D. 105.

Giải

Gọi P là công suất nhà máy điện

ΔP là công suất hao phí khi chưa dùng máy biến thế

P_1 là công suất tiêu thụ của mỗi máy

Theo đề ra ta có:
$$\begin{cases} P - \frac{\Delta P}{25} = 80P_1 \\ P - \frac{\Delta P}{100} = 95P_1 \end{cases} \quad \text{suy ra} \quad \frac{P}{P_1} = 100$$

Ví dụ 45: Bằng đường dây truyền tải một pha, điện năng từ một nhà máy phát điện nhỏ được đưa đến một khu tái định cư. Các kỹ sư tính toán được rằng: nếu tăng điện áp truyền đi từ U lên $2U$ thì số hộ dân được nhà máy cung cấp đủ điện năng tăng từ 36 lên 144. Biết rằng chỉ có hao phí trên đường dây là

đáng kể; các hộ dân tiêu thụ điện năng như nhau. Điện áp truyền đi là $3U$, nhà máy này cung cấp đủ điện năng cho

- A. 164 hộ dân. B. 324 hộ dân. C. 252 hộ dân. D. 180 hộ dân

Giải

Cách 1: Theo đề ra ta có:
$$\begin{cases} P - \Delta P = 36P_1 \\ P - \frac{\Delta P}{4} = 144P_1 \end{cases} \text{ suy ra } \begin{cases} P = 180P_1 \\ \Delta P = 144P_1 \end{cases}$$

Nếu là $3U$ ta có $P - \frac{\Delta P}{9} = 180P_1 - 16P_1 = 164P_1$

$\Rightarrow$ chọn A

Cách 2:
$$\begin{cases} U: 36P_1 + RI_1^2 = P \\ 2U: 144P_1 + RI_2^2 = P \\ 3U: nP_1 + RI_3^2 = P \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} 36P_1 + R \frac{P^2}{U^2} = P \\ 144P_1 + R \frac{P^2}{4U^2} = P \\ nP_1 + R \frac{P^2}{9U^2} = P \end{cases} \Rightarrow n = 164.$$

Cách 3: Công suất hao phí khi truyền tải là $\Delta P = R \frac{P^2}{U^2}$

+ Khi tăng $2U$ thì hao phí giảm 4 lần và số hộ tăng thêm $144 - 36 = 108$ hộ.

Vậy phần giảm hao phí này là phần công suất cung cấp để có 108 hộ tăng

thêm, do đó ta có: $\Delta P - \frac{\Delta P}{4} = 108P_1$ suy ra $\Delta P = 144P_1$

+ Khi tăng $3U$ thì hao phí giảm 9 lần thì số hộ tăng thêm m hộ, và phần hao

phí giảm lúc này cũng là công suất cung cấp cho m hộ: $\Delta P - \frac{\Delta P}{9} = mP_1$

Thay $\Delta P = 144P_1$ vào ta được $144P_1 - \frac{144P_1}{9} = mP_1$ ta tính được $m = 128$

Vậy trạm cung cấp đủ điện năng cho: $36 + 128 = 164$ hộ

Ví dụ 46: Để truyền tải dòng xoay chiều một pha từ nhà máy điện A đến nơi tiêu thụ B cách nhau 180 km người ta dùng dây dẫn với điện trở tổng cộng 200Ω (coi trên dây chỉ có điện trở thuần). Do sự cố nên tại một điểm C nào đó trên đường dây có hiện tượng rò điện. Để phát hiện vị trí điểm C, trước tiên người ta ngắt các cầu dao để tách đường dây khỏi máy phát và tải tiêu thụ, sau đó dùng nguồn điện có suất điện động 12 V, điện trở trong không

đáng kể để nối vào hai đầu của hai sợi dây tại A. Thấy rằng, khi đầu B hở thì cường độ dòng điện qua nguồn là 0,16 A còn khi làm đoản mạch đầu B thì cường độ dòng điện qua nguồn là 0,168 A. Điểm C cách đầu A một đoạn

A. 55 km B. 65 km C. 45 km D. 75 km

Giải

Khi B hở:

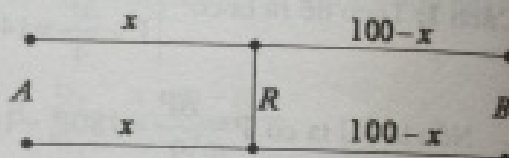
$$2x + R = \frac{E}{I} = 75\Omega \Rightarrow R = 75 - 2x$$

Khi B nối tắt:

$$2x + \frac{R \cdot (200 - 2x)}{R + (200 - 2x)} = \frac{E}{I'} = \frac{500}{7}\Omega$$

$$\Rightarrow 2x + \frac{(75 - 2x)(200 - 2x)}{275 - 4x} = \frac{500}{7} \Rightarrow x = 25\Omega$$

$$\Rightarrow AC = \frac{x}{100} AB = 45\text{km}$$



Sau khi nắm vững từng phương pháp, các em phải tự nhận thấy bài toán nào thì nên giải theo PP đại số, bài nào nên giải theo PP giản đồ vectơ, và bài nào nên phối hợp cả hai PP đó, các em hãy vận dụng chúng một linh hoạt như những ví dụ tiếp sau đây:

Ví dụ 47: (Trích ĐTTS vào các trường Đại học khối A, 2011) Một đoạn mạch AB gồm hai đoạn mạch AM và MB mắc nối tiếp. Đoạn mạch AM gồm điện trở thuần R_1 mắc nối tiếp với tụ điện có điện dung C, đoạn mạch MB gồm điện trở thuần R_2 mắc nối tiếp với cuộn cảm thuần có độ tự cảm L. Đặt điện áp xoay chiều có tần số và giá trị hiệu dụng không đổi vào hai đầu đoạn mạch AB. Khi đó đoạn mạch AB tiêu thụ công suất bằng 120 W và có hệ số công suất bằng 1. Nếu nối tắt hai đầu tụ điện thì điện áp hai đầu đoạn mạch AM và MB có cùng giá trị hiệu dụng nhưng lệch pha nhau $\frac{\pi}{3}$, công suất tiêu thụ trên đoạn mạch AB trong trường hợp này bằng

- A. 180 W. B. 160 W. C. 90 W. D. 75 W.

Giải

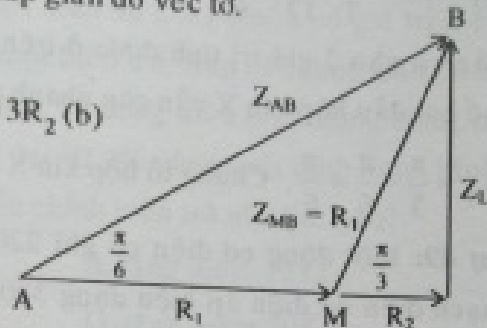
Khi chưa nối tắt hai đầu tụ điện, mạch có cộng hưởng điện nên:

$$P_{\max} = \frac{U^2}{R_1 + R_2} = 120 \Leftrightarrow U^2 = 120(R_1 + R_2) \quad (a)$$

Khi nối tắt hai đầu tụ điện, vì bài toán có thông tin là độ lệch pha giữa hai điện áp nên ta xử lý theo phương pháp giản đồ véc tơ.
Căn cứ vào hình vẽ ta có:

$$R_2 = Z_{MB} \cdot \cos \frac{\pi}{3} = \frac{R_1}{2} \Rightarrow (R_1 + R_2) = 3R_2 \text{ (b)}$$

$$Z_{AB} = \frac{R_1 + R_2}{\cos \frac{\pi}{6}} = \frac{6R_2}{\sqrt{3}} \text{ (c)}$$



Thay (a); (b); (c) vào biểu thức tính công suất tiêu thụ trên toàn mạch AB khi này ta được: $P = \frac{U^2}{Z} \cdot \cos \varphi = \frac{120 \cdot 3R_2}{6R_2} \cdot \frac{\sqrt{3}}{2} = 90 \text{ (W)}$

Ví dụ 48: Cuộn dây không thuần cảm $Z_{L_0} = 100\sqrt{3} \Omega$, $r_0 = 100 \Omega$. Đặt vào AB

điện áp xoay chiều. Tại thời điểm t_1 thì u_{AM} cực đại, tại thời điểm

$t_2 = t_1 + \frac{T}{12}$ thì u_{MB} đạt cực đại. Hộp kín X chứa những phần tử nào?

A. L và C.

B. R và C.

C. R và L.

D. L.

Giải

Bài toán này thuộc thể loại bài toán hộp đen, muốn biết trong hộp đen chứa gì thì có thể dựa vào nhiều yếu tố, trong đó có yếu tố xem độ lệch pha của điện áp đoạn mạch chứa hộp đen so với dòng điện qua nó. Nhưng để bài mới chỉ đề cập đến sự lệch về thời gian (cũng tức là pha) của 2 điện áp, vì vậy ta sẽ nháp nhàng giải quyết theo cả 2 PP.

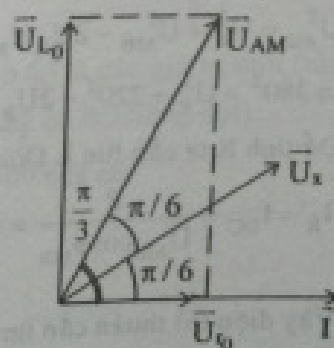
Trên đoạn mạch AM, có

$$\tan \varphi_{AM} = \frac{Z_{L_0}}{r_0} = \frac{100\sqrt{3}}{100} = \sqrt{3}$$

$\Rightarrow$ đoạn mạch này có hiệu điện thế nhanh pha

so với cường độ dòng điện một góc $\varphi_{AM} = \frac{\pi}{3}$.

Hiệu điện thế trên đoạn mạch AM cực đại trước hiệu điện thế hai đầu hộp kín X nên hiệu điện thế trên hộp kín X chậm pha với hiệu điện thế AM một góc



$$\Delta\varphi = \omega t = \frac{2\pi}{T} \cdot \frac{T}{12} = \frac{\pi}{6}$$

Căn cứ vào 2 giá trị tính được ở trên, theo giản đồ vectơ, ta thấy hiệu điện thế hai đầu hộp kín X vẫn còn nhanh pha so với cường độ dòng điện một góc

$$\varphi_X = \frac{\pi}{3} - \frac{\pi}{6} = \frac{\pi}{6}. \text{ Chứng tỏ hộp kín X phải chứa các phần tử thuộc đáp án C.}$$

Ví dụ 49: Một động cơ điện có ghi 220V – 176W, $\cos\varphi = 0,8$ được mắc vào mạch điện có điện áp hiệu dụng 380V. Để động cơ hoạt động bình thường, phải mắc nối tiếp động cơ với một điện trở thuần có giá trị là

- A. 180 Ω . B. 300 Ω . C. 220 Ω . D. 176 Ω .

Giải

Giản đồ véc tơ cho mạch điện gồm điện trở R mắc nối tiếp với động cơ (L,r) như hình vẽ.

Chú ý trên hình vẽ :

+ U_{AB} là điện áp đặt vào mạch nên $U_{AB} = 380V$

+ U_{MB} là điện áp đặt vào động cơ, để động cơ hoạt động bình thường thì $U_{MB} = 220V$

+ Góc α và φ_{MB} bù nhau

$$\Rightarrow \cos\alpha = -\cos\varphi_{MB}$$

Như vậy, theo giản đồ véc tơ này thì trong tam giác AMB đã biết hai cạnh U_{AB} , U_{MB} và góc α .

Áp dụng định lí hàm số cosin cho ΔAMB ta có:

$$U_{AB}^2 = U_R^2 + U_{MB}^2 - 2U_R U_{MB} \cdot \cos\alpha$$

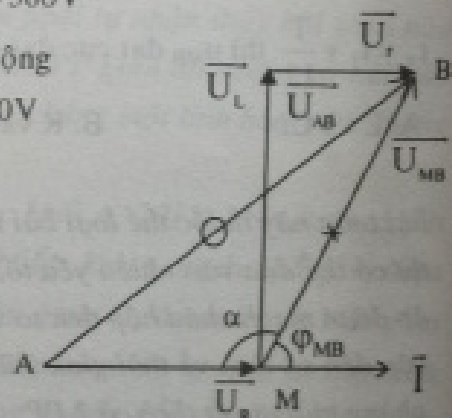
$$\Rightarrow 380^2 = U_R^2 + 220^2 - 2U_R \cdot 220 \cdot (-0,8) \Rightarrow U_R = 180V$$

Để tính R ta cần tìm I. Dòng điện qua R cũng là dòng qua động cơ nên

$$I_R = I_{DC} = \frac{P}{U_{MB} \cos\varphi_{MB}} = \frac{176}{220 \cdot 0,8} = 1A$$

$$\text{Vậy điện trở thuần cần tìm } R = \frac{U_R}{I_R} = \frac{180}{1} = 180 \Omega$$

$\Rightarrow$ Chọn A.



Ví dụ 50: Trong một giờ thực hành, một học sinh muốn một quạt điện loại 180V - 120W hoạt động bình thường dưới điện áp xoay chiều có giá trị hiệu dụng 220 V nên mắc nối tiếp với quạt một biến trở. Ban đầu, học sinh đó để biến trở có giá trị 70Ω thì đo thấy cường độ dòng điện hiệu dụng trong mạch là 0,75A và công suất của quạt điện đạt 92,8% công suất định mức. Muốn quạt hoạt động bình thường thì phải điều chỉnh biến trở như thế nào?

A. giảm đi 12Ω

B. tăng thêm 12Ω

C. giảm đi 20Ω

D. tăng thêm 20Ω

Giải

Cách 1: Bài toán này ta phải phối hợp cả PP giản đồ lẫn PP đại số.

+ Lúc đầu là R, ta cần phải xác định được hệ số công suất $\cos\varphi_{DC}$ của động cơ:

$$\text{Có: } P_{DC} = U_{DC} \cdot I \cdot \cos\varphi_{DC} = \frac{92,8}{100} \cdot 120 = 111,36 \text{ W}$$

Giản đồ vectơ cho trường hợp R như hình vẽ, từ hình vẽ ta có:

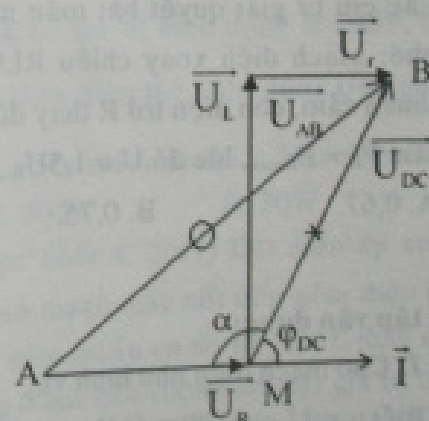
$$U_{DC} \cdot \cos\varphi_{DC} = \frac{111,36}{1} = 148,48 = U_r$$

$$U_{R+r} = U_R + U_r = 52,5 + 148,48 = 201 \text{ V}$$

$$U_L = \sqrt{220^2 - 201^2} = 89,5 \text{ V}$$

$$U_{DC} = \sqrt{148,48^2 + 89,5^2} = 173,3 \text{ V}$$

$$\cos\varphi_{DC} = \frac{U_r}{U_{DC}} = 0,856$$



+ Về sau, với R' , dạng của giản đồ vectơ

tương tự như trường hợp trước, nhưng thay vào đó là các giá trị mới (chỉ trừ điện áp toàn mạch và hệ số công suất của động cơ là không đổi).

Động cơ hoạt động bình thường nên $U'_{DC} = 180 \text{ V}$ ta có:

$$\cos\varphi_{DC} = \frac{U'_r}{U'_{DC}} = 0,856 = \frac{U'_r}{180}$$

Từ đó ta lần lượt tính được:

$$U'_r = 154,2 \text{ V}; U'_L = 93 \text{ V}; U'_{R+r} = 199,5 \text{ V}; U'_R = 45,25 \text{ V}; I = 0,7783 \text{ A}$$

$$R' = 58,1\Omega \text{ nên giảm đi } 12\Omega$$

Cách 2: Gọi R_0 , Z_L , Z_C là điện trở thuần, cảm kháng và dung kháng của quạt điện.

+ Khi biến trở có giá trị $R_1 = 70\Omega$ thì $I_1 = 0,75A$, $P_1 = 0,928P = 111,36W$

$$P_1 = I_1^2 R_0 \Rightarrow R_0 = P_1 / I_1^2 \approx 198\Omega$$

$$I_1 = \frac{U}{Z_1} = \frac{U}{\sqrt{(R_0 + R_1)^2 + (Z_L - Z_C)^2}} = \frac{220}{\sqrt{268^2 + (Z_L - Z_C)^2}}$$

$$\text{Suy ra: } (Z_L - Z_C)^2 = (220/0,75)^2 - 268^2$$

$$\Rightarrow |Z_L - Z_C| \approx 119\Omega$$

$$+ \text{ Khi biến trở có giá trị } R_2 \text{ thì } I = \frac{U}{Z} = \frac{U}{\sqrt{(R_0 + R_2)^2 + (Z_L - Z_C)^2}}$$

$$\text{nên } P = \frac{U^2 R_0}{(R_0 + R_2)^2 + (Z_L - Z_C)^2} = 120$$

$$\Rightarrow R_0 + R_2 \approx 256\Omega \Rightarrow R_2 \approx 58\Omega$$

$$R_2 < R_1 \Rightarrow \Delta R = R_2 - R_1 = -12\Omega$$

Các em tự giải quyết bài toán này để thấy sự thú vị khi phối hợp cả 2 PP nhé: Mạch điện xoay chiều RLC mắc nối tiếp, trong đó cuộn dây không thuần cảm, còn điện trở R thay đổi được. Khi R biến thiên thấy có một giá trị làm $P_R = P_{R_{\max}}$, lúc đó $U = 1,5U_R$. Hệ số công suất của mạch bằng

- A. 0,67. B. 0,75. C. 0,5. D. 0,71.

Bài tập vận dụng:

Bài 1: Cho mạch điện như hình vẽ.

$$\text{Biết } u = U_0 \cos 100\pi t \text{ (V),}$$

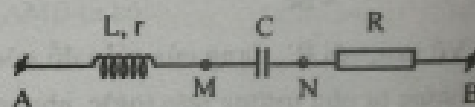
$$U_{MN} = 120V,$$

$$u_{AM} \text{ lệch pha so với } u_{MN} \text{ là } 140^\circ,$$

$$u_{AM} \text{ lệch pha so với } u_{MB} \text{ là } 110^\circ, u_{AM} \text{ lệch pha so với } u_{AB} \text{ là } 90^\circ.$$

Cho $R = 40\sqrt{3}\Omega$. Hãy viết biểu thức hiệu điện thế tức thời giữa hai điểm NB và tính r , L , C .

Bài 2: Một đoạn mạch AB gồm hai đoạn mạch AM và MB mắc nối tiếp. Đoạn mạch AM có điện trở thuần 50Ω mắc nối tiếp với cuộn cảm thuần có độ tự cảm $\frac{1}{\pi}$ H, đoạn mạch MB chỉ có tụ điện với điện dung thay đổi được. Đặt



điện áp $u = U_0 \cos 100\pi t$ (V) vào hai đầu đoạn mạch AB. Điều chỉnh điện dung của tụ điện đến giá trị C_1 sao cho điện áp hai đầu đoạn mạch AB lệch pha $\frac{\pi}{2}$ so với điện áp hai đầu đoạn mạch AM. Giá trị của C_1 bằng

- A. $\frac{4 \cdot 10^{-5}}{\pi}$ F. B. $\frac{8 \cdot 10^{-5}}{\pi}$ F. C. $\frac{2 \cdot 10^{-5}}{\pi}$ F. D. $\frac{10^{-5}}{\pi}$ F.

(Trích ĐTTT vào các trường Đại học khối A, 2010)

Bài 3: Đặt điện áp xoay chiều có giá trị hiệu dụng $U = 30\sqrt{2}$ V vào hai đầu đoạn mạch RLC mắc nối tiếp. Biết cuộn dây thuần cảm, có độ tự cảm L thay đổi được. Khi điện áp hiệu dụng hai đầu cuộn dây đạt giá trị cực đại thì hiệu điện thế hiệu dụng hai đầu tụ điện là 30V. Giá trị hiệu điện thế cực đại hai đầu cuộn dây là

- A. 100V. B. 150V. C. 60V. D. 200V.

Bài 11: Cho mạch điện xoay chiều RLC mắc nối tiếp. Tụ điện có điện dung

$C = \frac{10^{-4}}{\pi}$ F, cuộn dây thuần cảm có độ tự cảm L thay đổi được. Hiệu điện

thế xoay chiều đặt vào hai đầu đoạn mạch có giá trị hiệu dụng là 100V, tần số dòng điện $f = 50$ Hz. Khi $L = \frac{5}{4\pi}$ H thì hiệu điện thế hiệu dụng trên cuộn

dây đạt giá trị cực đại. Hỏi khi L thay đổi, công suất cực đại là bao nhiêu?

- A. 100W. B. 200W. C. 400W. D. 50W.

Bài 12: (Trích ĐTTT vào các trường Đại học khối A, 2011) Đặt điện áp xoay

chiều $u = U\sqrt{2} \cos 100\pi t$ vào hai đầu đoạn mạch mắc nối tiếp gồm điện trở thuần R , tụ điện có điện dung C và cuộn cảm thuần có độ tự cảm L thay đổi được. Điều chỉnh L để điện áp hiệu dụng ở hai đầu cuộn cảm đạt giá trị cực đại thì thấy giá trị cực đại đó bằng 100 V và điện áp hiệu dụng ở hai đầu tụ điện bằng 36 V. Giá trị của U là

- A. 80 V. B. 136 V. C. 64 V. D. 48 V.

VIII. PHƯƠNG PHÁP KHANG VIỆT

Hay còn gọi là PP ĐÁNH GIÁ LOẠI HÀM SỐ

Trong phần điện xoay chiều, có một loạt bài toán mà khi đi tìm lời giải, chúng ta phải trải qua nhiều phép biến đổi dài dòng, phức tạp, cách làm như vậy là không phù hợp đối với bài thi trắc nghiệm và đòi hỏi chúng ta phải tìm kiếm một phương pháp mới thật hay và sáng tạo để thay thế.

Trước thời điểm cuốn sách **Giải một bài toán bằng nhiều cách & Một cách cho nhiều loại bài toán vật lý** được ấn hành, chưa có cuốn sách nào, chưa có tài liệu nào chỉ ra phương pháp này cho các em, và chúng tôi - công ty Khang Việt vinh dự được đi đầu trong việc giới thiệu tới quý độc giả phương pháp tối ưu này và gọi là phương pháp Khang Việt – hay tạm gọi là phương pháp đánh giá loại hàm số.

Cơ sở toán học của phương pháp đánh giá loại (kiểu) hàm số:

Chúng ta biết rằng:

♣ Hàm số bậc 2 : $y = f(x) = ax^2 + bx + c$

- Giá trị của x làm y cực trị ứng với tọa độ đỉnh $x_{CT} = \frac{-b}{2a}$ (1)

- Hai giá trị x_1, x_2 cho cùng một giá trị của hàm y , theo Viet thì thỏa mãn

$$x_1 + x_2 = \frac{-b}{a} \quad (2)$$

Từ (1) và (2) ta suy ra giữa x_1, x_2 và x_{CT} có mối liên hệ:

$$\boxed{x_{CT} = \frac{1}{2}(x_1 + x_2)} \text{ và tạm gọi nó là quan hệ hàm bậc 2.}$$

♣ Hàm số kiểu phân thức: $y = f(x) = ax + \frac{b}{x}$

- Cực trị của y ứng với $ax = \frac{b}{x}$ hay là $x_{CT} = \sqrt{\frac{b}{a}}$ (3)

- Hai giá trị x_1, x_2 cho cùng một giá trị của hàm y thì thỏa mãn $x_1 \cdot x_2 = \frac{b}{a}$ (4)

Từ (3) và (4) ta suy ra giữa x_1, x_2 và x_{CT} có mối liên hệ:

$$\boxed{x_{CT} = \sqrt{x_1 \cdot x_2}} \text{ và tạm gọi nó là quan hệ hàm phân thức.}$$

Trong các bài toán điện xoay chiều, mặc dù các đại lượng như cường độ dòng điện I , công suất P , hiệu điện thế trên tụ điện U_C , ... không phụ thuộc vào các đại lượng tần số góc ω , dung kháng Z_C , ... tưởng chừng là hàm bậc 2 hay là hàm phân thức chính tắc như trong toán học, nhưng nó có biểu thức dạng "tương tự" theo một hàm mũ hoặc kèm một vài hằng số nào đó. Lúc đó chúng ta vẫn có thể quan niệm nó thuộc một trong hai loại hàm trên.

Vì sau khi viết phương trình, nếu ta thấy chúng phụ thuộc nhau theo kiểu "hàm bậc 2" thì chúng phải có quan hệ hàm bậc 2:
$$x_{CT} = \frac{1}{2}(x_1 + x_2)$$

còn nếu ta thấy chúng phụ thuộc nhau theo kiểu "hàm phân thức" thì chúng phải có quan hệ hàm phân thức:
$$x_{CT} = \sqrt{x_1 \cdot x_2}$$

Trong đó: x_1, x_2 là các giá trị cho cùng một giá trị của hàm y .

x_{CT} là giá trị cho hàm y cực trị.

Ngay sau đây chúng ta sẽ tìm hiểu cách vận dụng

Ví dụ 1: Đặt điện áp xoay chiều $u = U_0 \cos \omega t$ (U_0 không đổi và ω thay đổi được) vào hai đầu đoạn mạch gồm điện trở thuần R , cuộn cảm thuần có độ tự cảm L và tụ điện có điện dung C mắc nối tiếp, với $CR^2 < 2L$. Khi $\omega = \omega_1$ hoặc $\omega = \omega_2$ thì điện áp hiệu dụng giữa hai bản tụ điện có cùng một giá trị. Khi $\omega = \omega_0$ thì điện áp hiệu dụng giữa hai bản tụ điện đạt cực đại. Hệ thức liên hệ giữa ω_1, ω_2 và ω_0 là

A. $\omega_0 = \frac{1}{2}(\omega_1 + \omega_2)$

B. $\omega_0^2 = \frac{1}{2}(\omega_1^2 + \omega_2^2)$

C. $\omega_0 = \sqrt{\omega_1 \omega_2}$

D. $\frac{1}{\omega_0^2} = \frac{1}{2} \left(\frac{1}{\omega_1^2} + \frac{1}{\omega_2^2} \right)$

(Trích ĐTTT vào các trường Đại học khối A, 2011)

Giải

Cách 1: Làm theo kiểu tự luận cổ điển

+ Việc thứ nhất, từ dữ kiện điện áp trên tụ như nhau $U_{1C} = U_{2C}$ ta biến đổi nhằm thu được biểu thức rút gọn.

Ta có:
$$\frac{1}{C\omega_1} \cdot \frac{U}{\sqrt{R^2 + \left(L\omega_1 - \frac{1}{C\omega_1}\right)^2}} = \frac{1}{C\omega_2} \cdot \frac{U}{\sqrt{R^2 + \left(L\omega_2 - \frac{1}{C\omega_2}\right)^2}}$$

$$\Rightarrow C^2 \omega_1^2 R^2 + (CL\omega_1^2 - 1)^2 = C^2 \omega_2^2 R^2 + (CL\omega_2^2 - 1)^2$$

$$\Rightarrow (\omega_1^2 - \omega_2^2) C^2 R^2 = (CL\omega_2^2 - 1)^2 - (CL\omega_1^2 - 1)^2$$

$$\Rightarrow (\omega_1^2 - \omega_2^2) C^2 R^2 = [CL(\omega_2^2 + \omega_1^2) - 2] \cdot [CL(\omega_2^2 - \omega_1^2)]$$

$$\Rightarrow CR^2 = 2L - CL^2(\omega_2^2 + \omega_1^2) \Rightarrow L^2(\omega_2^2 + \omega_1^2) = \frac{2L - CR^2}{C} \quad (a)$$

+ Việc thứ hai, xem điện áp trên tụ đạt cực đại khi nào.

$$\text{Ta có: } U_C = I \cdot Z_C = \frac{U \cdot Z_C}{\sqrt{R^2 + (Z_L - Z_C)^2}} = \frac{U}{C \omega \sqrt{R^2 + L^2 \omega^2 + \frac{1}{C^2 \omega^2} - \frac{2L}{C}}}$$

$$U_C = \frac{U}{C \sqrt{L^2 \omega^4 + (R^2 - 2\frac{L}{C})\omega^2 + \frac{1}{C^2}}} = \frac{U}{C \sqrt{y}}$$

$$\text{Đặt } \omega^2 = x \Rightarrow y = ax^2 + bx + d$$

$$\text{Để thấy } U_{C\max} \text{ khi } y_{\min}. \text{ Vì } a > 0 \text{ nên } y_{\min} = \frac{-\Delta}{4a} \text{ khi } x = \frac{-b}{2a}$$

$$\text{Tức là khi } \omega_0 = \frac{1}{L} \sqrt{\frac{L}{C} - \frac{R^2}{2}} \Leftrightarrow 2L^2 \omega_0^2 = \frac{2L - CR^2}{C} \quad (b)$$

$$\text{So sánh (a) và (b) ta được } 2\omega_0^2 = (\omega_1^2 + \omega_2^2)$$

$\Rightarrow$ Đáp án B.

Cách 2: Phương pháp đánh giá loại hàm số của Khang Việt

Vì bài toán này xét về sự phụ thuộc của U_C theo ω nên ta viết:

$$U_C = I Z_C = \frac{U \cdot Z_C}{\sqrt{R^2 + (Z_L - Z_C)^2}} = \frac{U}{C \sqrt{L^2 \omega^4 + \left(R^2 - 2\frac{L}{C}\right)\omega^2 + \frac{1}{C^2}}}$$

Thấy ngay U_C thuộc kiểu "hàm bậc 2" đối với ω^2 vì vậy phải có quan hệ

$$\text{hàm bậc 2: } x_{CT} = \frac{1}{2}(x_1 + x_2) \text{ tức là } \omega_0^2 = \frac{1}{2}(\omega_1^2 + \omega_2^2)$$

$\Rightarrow$ Đáp án B.

Chú ý: Với bài toán có 2 giá trị của ω là ω_1 và ω_2 làm điện áp hiệu dụng giữa hai đầu cuộn dây thuần cảm có cùng một giá trị. Còn khi $\omega = \omega_0$ thì điện áp

hiệu dụng giữa hai đầu cuộn đạt cực đại. Nếu chúng ta cũng giải theo phương pháp đánh giá kiểu hàm số, thì chúng ta sẽ viết

$$U_L = I Z_L = \frac{U Z_L}{\sqrt{R^2 + (Z_L - Z_C)^2}} = \frac{U L}{\sqrt{\frac{1}{C^2} \left(\frac{1}{\omega^2} \right)^2 + \left(R^2 - 2 \frac{L}{C} \right) \left(\frac{1}{\omega^2} \right) + L^2}}$$

(a) và thấy U_L thuộc kiểu "hàm bậc 2" đối với $\frac{1}{\omega^2}$ nên CÓ NGAY mối liên hệ

giữa ω_1 , ω_2 và ω_0 là $\frac{1}{\omega_0^2} = \frac{1}{2} \left(\frac{1}{\omega_1^2} + \frac{1}{\omega_2^2} \right)$ một cách nhanh chóng.

Ví dụ 2: Cho đoạn mạch RLC có L thay đổi được. Đặt vào hai đầu đoạn mạch hiệu điện thế xoay chiều có tần số f. Khi $L = L_1 = \frac{2}{\pi}$ H hoặc $L = L_2 = \frac{3}{\pi}$ H thì hiệu điện thế trên cuộn dây thuần cảm này là như nhau. Muốn hiệu điện thế trên cuộn dây đạt cực đại thì L phải bằng

A. $L = \frac{2,4}{\pi}$ H. B. $L = \frac{2,5}{\pi}$ H. C. $L = \frac{1}{\pi}$ H D. $L = \frac{5}{\pi}$ H

Giải

Cách 1: Làm theo kiểu tự luận cổ điển

+ Đây là bài toán L biến thiên, để hiệu điện thế trên cuộn dây thuần cảm

đạt cực đại thì $Z_L = \frac{R^2 + Z_C^2}{Z_C}$ (chỉ xin trình bày kết quả mà không lập

luận vì bài toán L biến thiên cho $U_L^{\max}$ đã quá quen thuộc!)

Từ đó suy ra L cần tìm là: $L = \frac{R^2 + Z_C^2}{\omega \cdot Z_C} = \frac{R^2 + Z_C^2}{\omega \cdot \frac{1}{\omega C}} = [R^2 + Z_C^2] C \quad (1).$

+ Tiếp theo, từ đề ra ta có:

$$U_{L_1} = U_{L_2} \Rightarrow I_1 \cdot Z_{L_1} = I_2 \cdot Z_{L_2} \Rightarrow \frac{U}{Z_1} Z_{L_1} = \frac{U}{Z_2} Z_{L_2}$$

$$\text{Loại bỏ } U \Rightarrow \frac{\omega L_1}{\sqrt{R^2 + (\omega L_1 - Z_C)^2}} = \frac{\omega L_2}{\sqrt{R^2 + (\omega L_2 - Z_C)^2}}$$

Loại bỏ ω , bình phương 2 vế

$$\Rightarrow \frac{L_1^2}{R^2 + \omega^2 L_1^2 - 2 \frac{L_1}{C} + Z_C^2} = \frac{L_2^2}{R^2 + \omega^2 L_2^2 - 2 \frac{L_2}{C} + Z_C^2}$$

Biến đổi ta được $L_1^2 \left[R^2 + \omega^2 L_2^2 - 2 \frac{L_2}{C} + Z_C^2 \right] = L_2^2 \left[R^2 + \omega^2 L_1^2 - 2 \frac{L_1}{C} + Z_C^2 \right]$

$$\Rightarrow (L_1^2 - L_2^2) \left[R^2 + Z_C^2 \right] = \frac{2}{C} (L_1^2 L_2 - L_2^2 L_1)$$

$$\Rightarrow (L_1 + L_2)(L_1 - L_2) \left[R^2 + Z_C^2 \right] = \frac{2}{C} L_2 L_1 (L_1 - L_2)$$

$$\Rightarrow (L_1 + L_2) \left[R^2 + Z_C^2 \right] = \frac{2}{C} L_2 L_1$$

$$\Rightarrow \left[R^2 + Z_C^2 \right] C = \frac{2 L_1 L_2}{(L_1 + L_2)} \quad (2)$$

+ Đối chiếu (2) và (1) ta được $L = \frac{2 L_1 L_2}{(L_1 + L_2)}$

Thay số ta được $L = \frac{2 \cdot \frac{2}{\pi} \cdot \frac{3}{\pi}}{\left(\frac{2}{\pi} + \frac{3}{\pi} \right)} = \frac{2,4}{\pi} \text{ H} \Rightarrow \text{Đáp án A.}$

Cách 2: Phương pháp đánh giá loại hàm số của Khang Việt

Vì bài toán này xét về sự phụ thuộc của U_L theo L nên ta viết:

$$U_L = I Z_L = \frac{U \cdot Z_L}{\sqrt{R^2 + (Z_L - Z_C)^2}} = \frac{U}{\sqrt{(R^2 + Z_C^2) \left(\frac{1}{Z_L} \right)^2 - 2 Z_C \left(\frac{1}{Z_L} \right) + 1}}$$

Thấy ngay U_L phụ thuộc kiểu "hàm bậc 2" đối với $\frac{1}{Z_L}$ vì vậy phải có quan

hệ hàm bậc 2: $x_{CT} = \frac{1}{2}(x_1 + x_2)$ tức là

$$\frac{1}{Z_L} = \frac{1}{2} \left(\frac{1}{Z_{L_1}} + \frac{1}{Z_{L_2}} \right) \Rightarrow L = \frac{2 L_1 L_2}{(L_1 + L_2)} = \frac{2 \cdot \frac{2}{\pi} \cdot \frac{3}{\pi}}{\left(\frac{2}{\pi} + \frac{3}{\pi} \right)} = \frac{2,4}{\pi} \text{ H} \Rightarrow \text{Đáp án A.}$$

Chú ý: Khi gặp bài toán C biến thiên, có 2 giá trị C_1, C_2 làm cho hiệu điện thế trên tụ trong hai trường hợp bằng nhau. Tìm C để hiệu điện thế trên tụ đạt cực đại, nếu làm theo phương pháp Khang Việt sẽ cho cách giải cực kỳ ngắn gọn, thực vậy, sau khi viết:

$$U_C = I Z_C = \frac{U Z_C}{\sqrt{R^2 + (Z_L - Z_C)^2}} = \frac{U}{\sqrt{(R^2 + Z_L^2) \left(\frac{1}{Z_C}\right)^2 - 2Z_L \left(\frac{1}{Z_C}\right) + 1}}$$

Ta thấy ngay U_C phụ thuộc kiểu "hàm bậc 2" đối với $\frac{1}{Z_C}$ nên

$$\frac{1}{Z_C} = \frac{1}{2} \left(\frac{1}{Z_{C1}} + \frac{1}{Z_{C2}} \right) \text{ từ đây sẽ suy ra } C = \frac{C_1 + C_2}{2} !$$

Vận dụng: Cho mạch điện RLC nối tiếp, tụ có điện dung C thay đổi được. Khi

$$C_1 = \frac{10^{-4}}{\pi} \text{ F hoặc } C_2 = \frac{3 \cdot 10^{-4}}{\pi} \text{ F thì hiệu điện thế hiệu dụng hai đầu tụ điện}$$

có giá trị bằng nhau. Để hiệu điện thế hiệu dụng ở hai đầu tụ điện đạt giá trị cực đại thì điện dung của tụ điện phải bằng

A. $\frac{2,5 \cdot 10^{-4}}{\pi} \text{ F}$ B. $\frac{2 \cdot 10^{-4}}{\pi} \text{ F}$ C. $\frac{1,5 \cdot 10^{-4}}{\pi} \text{ F}$ D. $\frac{4 \cdot 10^{-4}}{\pi} \text{ F}$

Ví dụ 3: Đoạn mạch xoay chiều gồm điện trở thuần R, cuộn thuần cảm L và tụ điện C nối tiếp. Đặt vào mạch điện một điện áp xoay chiều có hiệu điện thế hiệu dụng không đổi còn tần số góc ω thay đổi được. Khi $\omega = \omega_1 = 200\pi \text{ rad/s}$ hoặc $\omega = \omega_2 = 50\pi \text{ rad/s}$ thì công suất của đoạn mạch bằng nhau. Để công suất của đoạn mạch cực đại thì tần số góc ω phải bằng

A. $125\pi \text{ rad/s}$ B. $40\pi \text{ rad/s}$ C. $100\pi \text{ rad/s}$ D. $200\pi \text{ rad/s}$

Giải

Cách 1: Làm theo kiểu tự luận cổ điển

• Theo đề ra $P_1 = P_2$

$$\Rightarrow I_1^2 R = I_2^2 R \Rightarrow I_1^2 = I_2^2 \Rightarrow Z_1^2 = Z_2^2$$

$$\Rightarrow R^2 + (Z_{L1} - Z_{C1})^2 = R^2 + (Z_{L2} - Z_{C2})^2$$

$$\Rightarrow (Z_{L1} - Z_{C1})^2 = (Z_{L2} - Z_{C2})^2$$

Vậy xảy ra 2 khả năng, biến đổi chi tiết ta được

$$\begin{aligned} & \begin{cases} \left(\omega_1 L - \frac{1}{\omega_1 C} \right) = \left(\omega_2 L - \frac{1}{\omega_2 C} \right) \\ \left(\omega_1 L - \frac{1}{\omega_1 C} \right) = - \left(\omega_2 L - \frac{1}{\omega_2 C} \right) \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} \left(\omega_1 L - \omega_2 L \right) = \left(\frac{1}{\omega_1 C} - \frac{1}{\omega_2 C} \right) \\ \left(\omega_1 L + \omega_2 L \right) = \left(\frac{1}{\omega_1 C} + \frac{1}{\omega_2 C} \right) \end{cases} \\ & \Rightarrow \begin{cases} L(\omega_1 - \omega_2) = \frac{1}{C} \left(\frac{1}{\omega_1} - \frac{1}{\omega_2} \right) \\ L(\omega_1 + \omega_2) = \frac{1}{C} \left(\frac{1}{\omega_1} + \frac{1}{\omega_2} \right) \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} L(\omega_1 - \omega_2) = \frac{1}{C} \left(\frac{\omega_2 - \omega_1}{\omega_1 \omega_2} \right) \\ L(\omega_1 + \omega_2) = \frac{1}{C} \left(\frac{\omega_1 + \omega_2}{\omega_1 \omega_2} \right) \end{cases} \\ & \Rightarrow \begin{cases} LC = - \frac{1}{\omega_1 \omega_2} \\ LC = \frac{1}{\omega_1 \omega_2} \end{cases} \end{aligned}$$

Chỉ có trường hợp $LC = \frac{1}{\omega_1 \omega_2}$ (1) là thỏa mãn

- Vì $R = \text{const}$, muốn công suất $P = I^2 R$ đạt cực đại thì $I_{\max}$ tức là trong mạch phải xảy ra cộng hưởng điện, lúc đó $Z_L = Z_C$

$$\Rightarrow \omega L = \frac{1}{\omega C} \text{ hay } \omega^2 = \frac{1}{LC} \quad (2)$$

- Từ (2) và (1) có $\omega^2 = \omega_1 \omega_2 \Rightarrow \boxed{\omega = \sqrt{\omega_1 \omega_2}}$

$$\text{Thay số } \omega = \sqrt{\omega_1 \omega_2} = \sqrt{200\pi \cdot 50\pi} = 100\pi \text{ rad/s}$$

$\Rightarrow$ Đáp án C.

Cách 2: Phương pháp đánh giá loại hàm số của Khang Việt

Vì bài toán này xét về sự phụ thuộc của P theo ω nên ta viết:

$$P = I^2 R = \frac{U^2 R}{R^2 + \left(\omega L - \frac{1}{\omega C} \right)^2}$$

Thấy ngay P phụ thuộc kiểu “hàm phân thức” đối với ω vì vậy phải có quan hệ hàm phân thức: $x_{CT} = \sqrt{x_1 \cdot x_2}$ tức là $\omega = \sqrt{\omega_1 \omega_2}$

$$\text{Thay số } \omega = \sqrt{\omega_1 \omega_2} = \sqrt{200\pi \cdot 50\pi} = 100\pi \text{ rad/s}$$

$\Rightarrow$ Đáp án C.

Chú ý : Sau này khi gặp bài toán ω biến thiên, thấy có 2 giá trị ω_1, ω_2 cũng cho cùng một cường độ dòng điện, hoặc cho cùng độ lớn của sự lệch pha giữa u và i , hoặc cùng $U_R \dots$ Tìm ω để có cộng hưởng điện (hay nói cách khác là $I = I_{\max}$ $\varphi_u = \varphi_i$; $\varphi = \varphi_u - \varphi_i = 0$; $(\cos\varphi)_{\max} = 1$; $P = P_{\max}$; $U_R = U_{R \max}$; ...) thì ta nên làm theo PP đánh giá kiểu hàm số để có mối liên hệ $\omega = \sqrt{\omega_1 \omega_2}$ cho nhanh.

Ví dụ 4: Đặt hiệu điện thế xoay chiều vào hai đầu đoạn mạch RLC, biết cuộn dây thuần cảm và giá trị L thay đổi được. Khi $L = L_1 = \frac{2,5}{\pi}$ H hoặc $L = L_2 = \frac{1,5}{\pi}$ H thì cường độ dòng điện trong mạch trong hai trường hợp bằng nhau. Để công suất tiêu thụ trong mạch đạt cực đại thì L phải bằng

A. $L = \frac{4}{\pi}$ H B. $L = \frac{2}{\pi}$ H C. $L = \frac{1}{\pi}$ H D. $L = \frac{0,5}{\pi}$ H

Giải

Cách 1: Làm theo kiểu tự luận cổ điển

• Theo đề ra $I_1 = I_2 \Rightarrow I_1^2 = I_2^2 \Rightarrow Z_1^2 = Z_2^2$

$\Rightarrow R^2 + (Z_{L_1} - Z_C)^2 = R^2 + (Z_{L_2} - Z_C)^2$

$\Rightarrow (Z_{L_1} - Z_C)^2 = (Z_{L_2} - Z_C)^2$

Vì $Z_{L_1} \neq Z_{L_2}$ nên: $Z_{L_1} - Z_C = -(Z_{L_2} - Z_C) \Rightarrow Z_C = \frac{Z_{L_1} + Z_{L_2}}{2}$ (1)

• Do đây là bài toán L biến thiên cho công suất của mạch cực đại nên trong mạch lúc đó xảy ra cộng hưởng điện $\Rightarrow Z_L = Z_C$ (2)

Đối chiếu (2) và (1) ta được $Z_L = \frac{Z_{L_1} + Z_{L_2}}{2} \Rightarrow L = \frac{L_1 + L_2}{2}$

Thay số ta có $L = \frac{\frac{2,5}{\pi} + \frac{1,5}{\pi}}{2} = \frac{2}{\pi}$ H $\Rightarrow$ Đáp án B.

Cách 2: Phương pháp đánh giá loại hàm số của Khang Việt

Ngoại trừ R biến thiên, còn đối với các trường hợp L hay C hay ω mà cho cùng I , cùng $P, \dots$ thì đều tương tự nhau, vì vậy, mặc dù bài toán này nói là có

hai giá trị của L cho cùng I nhưng tìm L để $P_{\max}$ thì ta chỉ cần làm một trong hai cách quan niệm sau :

Có 2 giá trị của L cho cùng I , tìm L để $I_{\max}$.

Có 2 giá trị của L cho cùng P , tìm L để $P_{\max}$.

sau đây là lời giải theo quan niệm thứ nhất

$$\text{Ta có: } I = \frac{U}{\sqrt{R^2 + (Z_L - Z_C)^2}} = \frac{U}{\sqrt{Z_L^2 - 2Z_C \cdot Z_L + (R^2 + Z_C^2)}}$$

Để thấy I phụ thuộc kiểu "hàm bậc 2" đối với Z_L vì vậy phải có quan hệ

$$\text{hàm bậc 2: } x_{CT} = \frac{1}{2}(x_1 + x_2) \text{ tức là } Z_L = \frac{Z_{L1} + Z_{L2}}{2} \Rightarrow L = \frac{L_1 + L_2}{2}$$

Các bạn cũng có thể tự giải theo quan điểm thứ hai!

Chú ý: Khi gặp bài toán C biến thiên, có 2 giá trị C_1, C_2 làm cho hoặc là $I_1 = I_2$ hoặc $P_1 = P_2$ hay hoặc là $|\varphi_1| = |\varphi_2|$. Tìm C để có cộng hưởng điện thì nên

làm theo cách thứ 2 để nhanh chóng thu được kết quả $Z_C = \frac{Z_{C1} + Z_{C2}}{2}$ rồi suy

$$\text{ra } \frac{1}{C} = \frac{1}{2} \left(\frac{1}{C_1} + \frac{1}{C_2} \right) \text{ hay } C = \frac{2C_1 C_2}{C_1 + C_2}$$

Vận dụng: Cho đoạn mạch RLC mắc nối tiếp, tụ có điện dung C thay đổi được.

Khi $C_1 = \frac{2 \cdot 10^{-4}}{\pi} \text{ F}$ hoặc $C_2 = \frac{10^{-4}}{1,5\pi} \text{ F}$ thì công suất của mạch có giá trị bằng

nhau. Để công suất trong mạch cực đại thì giá trị của C phải bằng

$$\text{A. } \frac{2 \cdot 10^{-4}}{3\pi} \text{ F} \quad \text{B. } \frac{10^{-4}}{2\pi} \text{ F} \quad \text{C. } \frac{3 \cdot 10^{-4}}{2\pi} \text{ F} \quad \text{D. } \frac{10^{-4}}{\pi} \text{ F}$$

Ví dụ 5: Cho mạch điện xoay chiều RLC mắc nối tiếp. Cuộn dây không thuần cảm có điện trở thuần r , điện trở R thay đổi được. Khi $R = R_1$ hoặc $R = R_2$ thì mạch tiêu thụ công suất bằng nhau. Điều kiện của R để công suất trong mạch đạt giá trị cực đại là:

$$\begin{aligned} \text{A. } R &= \sqrt{(R_1 - r)(R_2 - r)} - r. & \text{B. } R &= \sqrt{(R_1 + r)(R_2 + r)} - r. \\ \text{C. } R &= \sqrt{2(R_1 + R_2)r} - r. & \text{D. } R &= \sqrt{(R_1 - r)(R_2 - r)} + r. \end{aligned}$$

Giải

Cách 1: Làm theo kiểu tự luận cổ điển

$$+ \text{ Công suất của mạch } P = I^2 (R + r) = \frac{U^2}{(R + r)^2 + (Z_L - Z_C)^2} (R + r)$$

$$\Rightarrow P(R + r)^2 - U^2 (R + r) + P(Z_L - Z_C)^2 = 0$$

Theo định lý Vi-ét thì:

$$(R_1 + r) \cdot (R_2 + r) = \frac{c}{a} = \frac{P(Z_L - Z_C)^2}{P} = (Z_L - Z_C)^2 \quad (1)$$

$$+ \text{ Mặt khác theo bất đẳng thức Côsi: } P = \frac{U^2}{(R + r) + \frac{(Z_L - Z_C)^2}{(R + r)}} \leq \frac{U^2}{2|Z_L - Z_C|}$$

$$\Rightarrow P = P_{\max} \Leftrightarrow (R + r) = \frac{(Z_L - Z_C)^2}{(R + r)} \Rightarrow (R + r)^2 = (Z_L - Z_C)^2 \quad (2)$$

$$+ \text{ Từ (1) và (2) ta có } (R + r)^2 = (R_1 + r) \cdot (R_2 + r)$$

$$\Rightarrow R = \sqrt{(R_1 + r) \cdot (R_2 + r)} - r \Rightarrow \text{Đáp án B.}$$

Cách 2: Phương pháp đánh giá loại hàm số của Khang Việt

$$\text{Công suất của mạch } P = I^2 (R + r) = \frac{U^2}{(R + r)^2 + (Z_L - Z_C)^2} (R + r)$$

$$\text{Hay } P = \frac{U^2}{(R + r) + \frac{(Z_L - Z_C)^2}{(R + r)}}$$

Thấy ngay P phụ thuộc kiểu "hàm phân thức" đối với $(R + r)$ vì vậy phải có quan hệ hàm phân thức: $x_{CT} = \sqrt{x_1 \cdot x_2}$ tức là $(R + r) = \sqrt{(R_1 + r)(R_2 + r)}$

$$\text{Suy ra } R = \sqrt{(R_1 + r)(R_2 + r)} - r \Rightarrow \text{Đáp án B.}$$

Ví dụ 6: Một máy phát điện xoay chiều một pha có điện trở không đáng kể, được mắc với mạch ngoài là một đoạn mạch mắc nối tiếp gồm điện trở thuần R, tụ điện C và cuộn cảm thuần L. Khi tốc độ quay của roto là n_1 và n_2 thì cường độ dòng điện hiệu dụng trong mạch có cùng giá trị. Khi tốc độ

quay là n_0 thì cường độ dòng điện hiệu dụng trong mạch đạt cực đại. Mối liên hệ giữa n_1 , n_2 và n_0 là

A. $n_0^2 = n_1 \cdot n_2$

B. $n_0^2 = \frac{2 \cdot n_1^2 \cdot n_2^2}{(n_1^2 + n_2^2)}$

C. $n_0^2 = \frac{(n_1^2 + n_2^2)}{2}$

D. $n_0^2 = n_1^2 + n_2^2$

Giải

Cách 1:

- Làm theo kiểu tự luận cổ điển 1

Suất điện động của nguồn điện $E = \sqrt{2} \omega NBS = \sqrt{2} 2\pi f NBS = U$ (do $r = 0$)

Với $f = np$ và n là tốc độ quay của roto, p là số cặp cực từ

- + Do $I_1 = I_2$ ta có:

$$\frac{f_1^2}{R^2 + \left(2\pi f_1 L - \frac{1}{2\pi f_1 C}\right)^2} = \frac{f_2^2}{R^2 + \left(2\pi f_2 L - \frac{1}{2\pi f_2 C}\right)^2}$$

$$\Rightarrow \frac{1}{4\pi^2 C^2} \left(\frac{f_1^2}{f_2^2} - \frac{f_2^2}{f_1^2} \right) = \left(2\frac{L}{C} - R^2 \right) (f_1^2 - f_2^2)$$

$$\Rightarrow \frac{1}{f_1^2} + \frac{1}{f_2^2} = 4\pi^2 C^2 \left(2\frac{L}{C} - R^2 \right) (*)$$

- + Dòng điện hiệu dụng qua mạch : $I = \frac{U}{Z} = \frac{E}{Z}$

$$I = I_{\max} \text{ khi } I^2 = \left(\frac{U}{Z} \right)^2 \text{ có giá trị lớn nhất hay khi } y = \frac{f^2}{R^2 + \left(2\pi Lf - \frac{1}{2\pi Cf} \right)^2}$$

đạt lớn nhất

$$\text{Ta có } y = \frac{1}{R^2 + 4\pi^2 L^2 f^2 + \frac{1}{4\pi^2 C^2 f^2} - 2\frac{L}{C}} = \frac{1}{\frac{1}{4\pi^2 C^2 f^4} + \frac{R^2 - 2\frac{L}{C}}{f^2} + 4\pi^2 L^2}$$

Để $y = y_{\max}$ thì mẫu số bé nhất

Đặt $x = \frac{1}{f^2}$. Lấy đạo hàm mẫu số, cho bằng 0 ta được kết quả

$$x_0 = 2\pi^2 C^2 (2 \frac{L}{C} - R^2)$$

$$\text{nếu là } \frac{1}{f_0^2} = 2\pi^2 C^2 (2 \frac{L}{C} - R^2) \quad (**)$$

Từ (*) và (**) ta suy ra

$$\frac{1}{f_1^2} + \frac{1}{f_2^2} = \frac{2}{f_0^2} \quad \text{hay} \quad \frac{1}{n_1^2} + \frac{1}{n_2^2} = \frac{2}{n_0^2} \Rightarrow n_0^2 = \frac{2n_1^2 \cdot n_2^2}{n_1^2 + n_2^2} \Rightarrow \text{Chọn B}$$

• Làm theo kiểu tự luận cổ điển 2

$$\begin{cases} f = np \Rightarrow \omega = 2\pi f = 2\pi np \\ E = \frac{E_0}{\sqrt{2}} = \frac{N\Phi_0}{\sqrt{2}} \omega \end{cases} \Rightarrow I = \frac{E}{Z} = \frac{N\Phi_0}{\sqrt{2}} \frac{\omega}{\sqrt{R^2 + \left(\omega L - \frac{1}{\omega C}\right)^2}}$$

$$I = \frac{N\Phi_0}{\sqrt{2}} \frac{\omega}{\sqrt{\frac{1}{C^2} \frac{1}{\omega^4} - 2\left(\frac{L}{C} - \frac{R^2}{2}\right) \frac{1}{\omega^2} + 1}}$$

$$\Rightarrow \begin{cases} \frac{1}{\omega_1^2} + \frac{1}{\omega_2^2} = \frac{-b}{a} \\ \frac{1}{\omega_0^2} = \frac{-b}{2a} \end{cases} \Rightarrow \frac{1}{\omega_0^2} = \frac{1}{2} \left(\frac{1}{\omega_1^2} + \frac{1}{\omega_2^2} \right) \Rightarrow \frac{1}{n_0^2} = \frac{1}{2} \left(\frac{1}{n_1^2} + \frac{1}{n_2^2} \right)$$

$\Rightarrow$ Đáp án B.

Cách 2: Phương pháp đánh giá loại hàm số của Khang Việt

$$\text{Ta có: } I = \frac{nU}{\sqrt{R^2 + \left(nL - \frac{1}{nC}\right)^2}} = \frac{U}{\sqrt{\frac{R^2}{n^2} + \left(L - \frac{1}{n^2 C}\right)^2}}$$

Để thấy I là "hàm bậc hai" đối với $\frac{1}{n^2}$ nên suy ra B ngay.

Thiết nghĩ 6 ví dụ nhỏ như vậy là quá đủ để các em thấy được ưu điểm của phương pháp đánh giá kiểu hàm số này. các em hãy tin tưởng và vận dụng nó cho những bài toán tương tự khác và các bài tập sau:

Bài tập 1: Cho đoạn mạch RLC nối tiếp, R thay đổi được, cuộn dây không thuần cảm có điện trở r. Khi $R_1 = 20\Omega$ hoặc $R_2 = 110\Omega$ thì công suất trong mạch như nhau. Khi $R = 50\Omega$ thì công suất mạch cực đại. Điện trở thuần r của cuộn dây

là

A. 15Ω

B. 20Ω

C. 10Ω

D. 8Ω

Bài tập 2: Cho $u_{AB} = 220\sqrt{2}\cos 100\pi t$ (V) đặt vào mạch gồm ba phần tử R , $L = \frac{2}{\pi}$ (H), $C = \frac{10^{-4}}{\pi}$ (F). Khi $R = R_1$ thì công suất tiêu thụ là $P_1 = P_{\max}$. Khi $R = R_2$ hoặc $R = R_3$ thì $P_{AB} = P_2 = P_3 < P_1$. Tìm quan hệ R_1, R_2, R_3

- A. $R_1 = R_2 + R_3$ B. $R_1 = \frac{R_2 \cdot R_3}{R_2 + R_3}$ C. $R_1^2 = R_2 \cdot R_3$ D. $R_1^2 = 2R_2 \cdot R_3$

Bài tập 3: Cho mạch điện RLC mắc nối tiếp. Điện áp xoay chiều hai đầu đoạn mạch có dạng $u = U\sqrt{2}\cos(\omega t)$ V, tần số f có thể thay đổi được. Khi tần số $f_1 = 20\text{Hz}$ hoặc $f_2 = 125\text{Hz}$ thì thấy điện áp hiệu dụng hai đầu điện trở R có giá trị bằng nhau. Để xảy ra cộng hưởng điện trong mạch thì tần số f phải bằng

- A. 145Hz. B. 50Hz. C. 105Hz. D. 100Hz.

Bài tập 4: Đặt điện áp xoay chiều $u = U_0\cos\omega t$ có U_0 không đổi và ω thay đổi được vào hai đầu đoạn mạch có R, L, C mắc nối tiếp. Thay đổi ω thì cường độ dòng điện hiệu dụng trong mạch khi $\omega = \omega_1$ bằng cường độ dòng điện hiệu dụng trong mạch khi $\omega = \omega_2$. Hệ thức đúng là

- A. $\omega_1 + \omega_2 = \frac{2}{LC}$ B. $\omega_1 \cdot \omega_2 = \frac{1}{LC}$ C. $\omega_1 + \omega_2 = \frac{2}{\sqrt{LC}}$ D. $\omega_1 \cdot \omega_2 = \frac{1}{\sqrt{LC}}$

Bài tập 5: Cho đoạn mạch RLC mắc nối tiếp, cuộn dây thuần cảm, hiệu điện thế hiệu dụng hai đầu đoạn mạch là U và tần số góc của dòng điện thay đổi được. Thay đổi tần số, người ta thấy khi $\omega = \omega_1 = 30\pi \text{ rad/s}$ hoặc $\omega = \omega_2 = 40\pi \text{ rad/s}$ thì hiệu điện thế hiệu dụng hai đầu tụ điện có giá trị bằng nhau. Muốn hiệu điện thế hiệu dụng hai đầu tụ điện đạt giá trị cực đại thì tần số góc phải bằng

- A. $25\pi \text{ rad/s}$. B. $25\sqrt{2}\pi \text{ rad/s}$. C. $50\pi \text{ rad/s}$. D. $24\sqrt{2}\pi \text{ rad/s}$.

Bài tập 6: Cho đoạn mạch RLC mắc nối tiếp, hiệu điện thế hiệu dụng hai đầu đoạn mạch là U và tần số góc của dòng điện thay đổi được. Thay đổi tần số, người ta thấy khi $\omega = \omega_1$ hoặc $\omega = \omega_2$ thì dòng điện qua mạch có giá trị hiệu dụng bằng nhau. Để cường độ dòng điện hiệu dụng qua đoạn mạch đạt giá trị cực đại thì tần số góc phải bằng

- A. $\omega = \omega_1 + \omega_2$ B. $\omega = \sqrt{\omega_1 \omega_2}$ C. $\omega = |\omega_1 - \omega_2|$ D. $\omega = \frac{\omega_1 + \omega_2}{2}$

Sau khi nắm vững PP đánh giá loại hàm số của Khang Việt, bây giờ chúng ta sẽ sử dụng PP này để xử lý tiếp các bài toán khó hơn và mang tính tổng hợp:

Ví dụ 7: Cho đoạn mạch RLC mắc nối tiếp. Đặt vào hai đầu đoạn mạch một hiệu điện thế xoay chiều có tần số f thay đổi được. Khi tần số góc của dòng điện là ω_1 hoặc ω_2 thì dòng điện hiệu dụng trong mạch có giá trị bằng nhau

$$I_1 = I_2 = \frac{I_{\max}}{n}. \text{ Giá trị của điện trở là}$$

$$A. R = \frac{L|\omega_1 - \omega_2|}{\sqrt{n^2 - 1}}.$$

$$B. R = \frac{L|\omega_1 - \omega_2|}{\sqrt{n^2 + 1}}.$$

$$C. R = \frac{L|\omega_1 - \omega_2|}{n^2 + 1}.$$

$$D. R = \frac{L|\omega_1 - \omega_2|}{n^2 - 1}.$$

Giải

$$+ \text{ Do } I_1 = I_2 = \frac{I_{\max}}{n} \Rightarrow Z_1 = Z_2 = nZ_{\min} = nR$$

$$\Rightarrow Z_1^2 = R^2 + \left(L\omega_1 - \frac{1}{C\omega_1} \right)^2 = n^2 R^2 \Rightarrow (n^2 - 1)R^2 = \left(L\omega_1 - \frac{1}{C\omega_1} \right)^2 \quad (*)$$

+ Theo PP đánh giá loại hàm số, giữa các tần số góc ω_1 , ω_2 và ω_0 có mối liên hệ $\omega_1 \omega_2 = \omega_0^2$

$$\text{mà } \omega_0^2 = \frac{1}{LC} \text{ nên } \omega_1 \omega_2 = \frac{1}{LC} \Rightarrow C = \frac{1}{L\omega_1 \omega_2} \text{ thay vào } (*) \text{ được:}$$

$$(n^2 - 1)R^2 = \left(L\omega_1 - \frac{1}{\frac{1}{L\omega_1 \omega_2} \omega_1} \right)^2 = (L\omega_1 - L\omega_2)^2 = L^2(\omega_1 - \omega_2)^2$$

$$\Rightarrow R^2 = \frac{L^2(\omega_1 - \omega_2)^2}{n^2 - 1} \Rightarrow R = \frac{L|\omega_1 - \omega_2|}{\sqrt{n^2 - 1}}$$

$\Rightarrow$ Đáp án A.

Vận dụng: Mạch điện RLC nối tiếp, biết $C = \frac{10^{-4}}{\pi}$ F. Đặt vào mạch điện áp xoay chiều có tần số góc ω thay đổi được. Khi $\omega_0 = 100\pi$ rad/s thấy cường độ dòng điện hiệu dụng trong mạch đạt giá trị cực đại là $I_{\max}$. Nhưng khi

$\omega_1 = 200\pi \text{ rad/s}$ hoặc ω_2 thì dòng điện hiệu dụng trong mạch $I_1 = I_2 = \frac{1}{\sqrt{2}}$.

Điện trở thuần R của mạch có giá trị là

A. 50Ω .

B. 150Ω .

C. 75Ω .

D. 100Ω .

Ví dụ 8: Cho mạch điện xoay chiều RLC mắc nối tiếp, cuộn dây thuần cảm, biết $L = CR^2$. Đặt vào 2 đầu đoạn mạch điện áp xoay chiều với tần số góc thay đổi được. Khi ω_1 hoặc ω_2 thì thấy hệ số công suất của mạch có giá trị bằng nhau, giá trị bằng nhau đó là

A. $\cos \varphi_1 = \cos \varphi_2 = \frac{\omega_1 \omega_2}{|\omega_1 - \omega_2|}$

B. $\cos \varphi_1 = \cos \varphi_2 = \frac{\omega_1 \omega_2}{\omega_1^2 + \omega_1 \omega_2 + \omega_2^2}$

C. $\cos \varphi_1 = \cos \varphi_2 = \frac{\omega_1 \omega_2}{\omega_1 + \omega_2}$

D. $\cos \varphi_1 = \cos \varphi_2 = \frac{\omega_1 \omega_2}{\omega_1^2 - \omega_1 \omega_2 + \omega_2^2}$

Giải

+ Ta tính $\cos \varphi_1$ ứng với $\omega = \omega_1$, có: $\cos \varphi_1 = \frac{R}{Z_1} = \frac{R}{\sqrt{R^2 + \left(L\omega_1 - \frac{1}{C\omega_1}\right)^2}}$

Hay $\cos^2 \varphi_1 = \frac{R^2}{R^2 + \left(L\omega_1 - \frac{1}{C\omega_1}\right)^2}$

Theo dữ kiện $L = CR^2 \Rightarrow R^2 = \frac{L}{C}$ nên

$\cos^2 \varphi_1 = \frac{\frac{L}{C}}{\frac{L}{C} + L^2 \omega_1^2 - 2 \frac{L}{C} + \frac{1}{C^2 \omega_1^2}} = \frac{\frac{L}{C}}{L^2 \omega_1^2 - \frac{L}{C} + \frac{1}{C^2 \omega_1^2}}$

+ Ngoài ra, sử dụng PP đánh giá loại hàm số, ta còn có $\omega_1 \omega_2 = \omega_0^2$

$\Rightarrow \omega_1 \omega_2 = \frac{1}{LC} \Rightarrow \frac{1}{C} = L\omega_1 \omega_2$ nên:

$\cos^2 \varphi_1 = \frac{L^2 \omega_1 \omega_2}{L^2 \omega_1^2 - L^2 \omega_1 \omega_2 + L^2 \omega_2^2} = \frac{\omega_1 \omega_2}{\omega_1^2 - \omega_1 \omega_2 + \omega_2^2}$

$$\Rightarrow \cos \varphi_1 = \sqrt{\frac{\omega_1 \omega_2}{\omega_1^2 - \omega_1 \omega_2 + \omega_2^2}}$$

$\Rightarrow$ Đáp án D.

Tư duy cho các bài toán tương tự khác:

Kết quả của bài toán trên có thể viết lại thành:

$$\cos \varphi_1 = \sqrt{\frac{\omega_1 \omega_2}{\omega_1^2 - \omega_1 \omega_2 + \omega_2^2}} = \frac{1}{\sqrt{1 + \left(\sqrt{\frac{\omega_1}{\omega_2}} - \sqrt{\frac{\omega_2}{\omega_1}} \right)^2}} = \frac{(\cos \varphi)_{\max}}{\sqrt{1 + \left(\sqrt{\frac{\omega_1}{\omega_2}} - \sqrt{\frac{\omega_2}{\omega_1}} \right)^2}}$$

Từ đó mở rộng cho bài toán có 2 giá trị của ω cho cùng I , cùng U_R , cùng P thì các giá trị đó sẽ có biểu thức tương tự:

$$I = \frac{I_{\max}}{\sqrt{1 + \left(\sqrt{\frac{\omega_1}{\omega_2}} - \sqrt{\frac{\omega_2}{\omega_1}} \right)^2}} \text{ vì } I = \frac{U}{Z} \text{ giống như } \cos \varphi = \frac{R}{Z}$$

$$U_R = \frac{U_{R\max}}{\sqrt{1 + \left(\sqrt{\frac{\omega_1}{\omega_2}} - \sqrt{\frac{\omega_2}{\omega_1}} \right)^2}} \text{ vì } U_R = IR = \frac{U \cdot R}{Z} \text{ giống như } \cos \varphi = \frac{R}{Z}$$

$$\text{Nhưng } P = \frac{P_{\max}}{1 + \left(\sqrt{\frac{\omega_1}{\omega_2}} - \sqrt{\frac{\omega_2}{\omega_1}} \right)^2} \text{ vì } P = I^2 \cdot R = \frac{U^2 \cdot R}{Z^2} \text{ giống như } \cos^2 \varphi = \frac{R^2}{Z^2}$$

Vận dụng 1: Cho mạch điện xoay chiều RLC mắc nối tiếp, cuộn dây thuần cảm.

Biết $L = CR^2$. Đặt vào 2 đầu đoạn mạch điện áp xoay chiều với tần số thay đổi được. Khi $\omega_1 = 50\pi \text{ rad/s}$ hoặc $\omega_2 = 80\pi \text{ rad/s}$ thì hệ số công suất của mạch có giá trị bằng nhau, giá trị bằng nhau đó là

A. $\cos \varphi_1 = \cos \varphi_2 = \frac{2\sqrt{10}}{7}$.

B. $\cos \varphi_1 = \cos \varphi_2 = \frac{\sqrt{10}}{7}$.

C. $\cos \varphi_1 = \cos \varphi_2 = \frac{\sqrt{10}}{9}$.

D. $\cos \varphi_1 = \cos \varphi_2 = \frac{2\sqrt{10}}{9}$.

Vận dụng 2: Cho mạch điện xoay chiều RLC mắc nối tiếp, cuộn dây thuần cảm.

Biết $L = CR^2$. Đặt vào 2 đầu đoạn mạch điện áp xoay chiều với tần số thay đổi được. Khi tần số góc là ω_0 thì điện áp trên điện trở đạt lớn nhất và bằng

100V. Khi $\omega_1 = 60\pi(\text{rad/s})$ hoặc $\omega_1 = 90\pi(\text{rad/s})$ thì điện áp trên điện trở có giá trị bằng nhau, giá trị bằng nhau đó là

- A. 63,84V. B. 92,58V. C. 76,53V. D. 96,88V.

Vận dụng 3: Cho mạch điện LRC nối tiếp, cuộn dây thuần cảm và $L = CR^2$.

Hiệu điện thế hai đầu mạch có biểu thức $u = 100\sqrt{2} \cos(2\pi ft + \varphi)(\text{V})$. Thay đổi tần số của mạch thấy tồn tại $f_1 = 20\text{Hz}$ hoặc $f_2 = 50\text{Hz}$ thì công suất tiêu thụ trên mạch có giá trị bằng nhau và bằng 200W. Cường độ dòng điện hiệu dụng qua mạch lúc đó là

- A. $2\sqrt{1,2}\text{A}$. B. $2\sqrt{1,9}\text{A}$. C. $2\sqrt{1,7}\text{A}$. D. $2\sqrt{1,6}\text{A}$.

Ví dụ 9: Cho mạch điện RLC mắc nối tiếp, cuộn dây thuần cảm có $L = \frac{6,25}{\pi}\text{H}$,

tụ điện có $C = \frac{10^{-3}}{4,8\pi}\text{F}$. Đặt vào hai đầu mạch điện áp xoay chiều

$U = 220\sqrt{2} \cos\left(\omega t - \frac{\pi}{6}\right)\text{V}$, tần số ω thay đổi được. Khi thay đổi tần số, thấy

tồn tại $\omega_1 = 60\pi\sqrt{2}\text{ rad/s}$ hoặc $\omega_2 = 80\pi\sqrt{2}\text{ rad/s}$ thì điện áp hiệu dụng trên cuộn dây có giá trị bằng nhau. Thay đổi tiếp tần số, thấy $U_L^{\max}$, giá trị cực đại này bằng

- A. 200V. B. 220,77V. C. 180,68V. D. $150\sqrt{2}\text{V}$.

Giải

+ Thay đổi tần số ω thấy tồn tại ω_1 và ω_2 thì hiệu điện thế hiệu dụng hai đầu U_L có giá trị bằng nhau, theo PP đánh giá loại hàm số thì U_L sẽ đạt lớn nhất khi:

$$\frac{1}{\omega^2} = \frac{1}{2} \left(\frac{1}{\omega_1^2} + \frac{1}{\omega_2^2} \right) \Rightarrow \omega = \sqrt{\frac{2\omega_1^2\omega_2^2}{\omega_1^2 + \omega_2^2}} = \sqrt{\frac{2 \cdot (60\sqrt{2}\pi)^2 \cdot (80\sqrt{2}\pi)^2}{(60\sqrt{2}\pi)^2 + (80\sqrt{2}\pi)^2}} = 96\pi \text{ rad/s} \quad (1)$$

+ Mặt khác, ta biết rằng, khi thay đổi ω , để $U_L^{\max}$ thì:

$$\omega = \frac{1}{C} \sqrt{\frac{2}{\frac{2L}{C} - R^2}} = \frac{1}{\frac{10^{-3}}{4,8\pi}} \sqrt{\frac{2}{2 \cdot \frac{6,25}{\pi} - R^2}} = 4,8 \cdot 10^3 \pi \sqrt{\frac{2}{6 \cdot 10^4 - R^2}} \quad (2)$$

$$\text{Từ (1) và (2) suy ra } 4,8 \cdot 10^3 \pi \sqrt{\frac{2}{6 \cdot 10^4 - R^2}} = 96\pi \Rightarrow \sqrt{\frac{2}{6 \cdot 10^4 - R^2}} = \frac{1}{50}$$

$$\Rightarrow R = 50\sqrt{22}\Omega$$

Rồi thay vào biểu thức $U_L^{\max} = \frac{2.L.U}{R\sqrt{4LC - C^2R^2}}$ ta được:

$$U_L^{\max} = \frac{2 \cdot \frac{6,25}{\pi} \cdot 220}{50\sqrt{22} \sqrt{4 \cdot \frac{6,25}{\pi} \cdot \frac{10^{-3}}{4,8\pi} - \left(\frac{10^{-3}}{4,8\pi}\right)^2 \cdot (50\sqrt{22})^2}} = 220,77V$$

$\Rightarrow$ Đáp án B.

Vận dụng: Cho mạch điện RLC mắc nối tiếp, cuộn dây thuần cảm có độ tự cảm

$L = \frac{1}{\pi}H$, tụ điện có $C = \frac{10^{-4}}{1,5\pi}F$. Đặt vào hai đầu đoạn mạch điện áp xoay

chiều $u = 150\sqrt{2} \cos\left(\omega t + \frac{\pi}{4}\right)V$, tần số góc ω thay đổi được. Thay đổi tần số

thấy tồn tại $\omega_1 = 60\pi\sqrt{2} \text{ rad/s}$ hoặc $\omega_2 = 80\pi\sqrt{2} \text{ rad/s}$ thì điện áp hiệu dụng trên tụ có giá trị bằng nhau. Thay đổi tiếp tần số ω để điện áp hai đầu tụ điện đạt giá trị cực đại, hãy cho biết độ lớn của giá trị cực đại đó?

Ví dụ 10: Cho đoạn mạch RLC mắc nối tiếp, cuộn dây thuần cảm có độ tự cảm L thay đổi được. Hiệu điện thế xoay chiều hai đầu đoạn mạch có biểu thức

$u = 200\sqrt{2} \cos(100\pi t + \frac{\pi}{8})V$. Khi $L_1 = \frac{1}{\pi}H$ hoặc $L_2 = \frac{3}{\pi}H$ thì thấy cường độ

dòng điện trong mạch có giá trị hiệu dụng bằng nhau và bằng $\sqrt{2}A$. Điều chỉnh L để hiệu điện thế hiệu dụng U_{RL} đạt giá trị cực tiểu, giá trị cực tiểu này bằng

A. $20\sqrt{5}V$.

B. $30\sqrt{5}V$.

C. $40\sqrt{5}V$.

D. $50\sqrt{5}V$.

Giải

Có $Z_{L_1} = \frac{1}{\pi} \cdot 100\pi = 100\Omega$ và $Z_{L_2} = \frac{3}{\pi} \cdot 100\pi = 300\Omega$

Vì tồn tại hai giá trị của L làm cường độ dòng điện qua mạch bằng nhau nên

$$\text{ta có } Z_C = \frac{Z_{L_1} + Z_{L_2}}{2} = \frac{100 + 300}{2} = 200\Omega.$$

$$\text{Mặt khác: } I = \frac{U}{\sqrt{R^2 + (Z_L^2 - Z_C^2)}} = \frac{200}{\sqrt{R^2 + 100^2}} = \sqrt{2} \Rightarrow R = 100\Omega$$

$$\text{Khi thay đổi } L \text{ để } U_{RL}^{\min} \text{ thì ta lại có: } U_{RL}^{\min} = \frac{U \cdot R}{\sqrt{R^2 + Z_C^2}}$$

$$\text{Thay số được: } U_{RL}^{\min} = \frac{200 \cdot 100}{\sqrt{100^2 + 200^2}} = 40\sqrt{5}V \Rightarrow \text{Đáp án C}$$

Ví dụ 11: Đặt điện áp xoay chiều $u = U_0 \cos(100\pi t)$ V vào hai đầu đoạn mạch

RLC. Biết $R = 25\sqrt{3}\Omega$, cuộn dây thuần cảm, tụ điện có điện dung C thay đổi

được. Khi điện dung của tụ điện là $C_1 = \frac{10^{-4}}{2\pi}$ F hoặc $C_2 = \frac{3 \cdot 10^{-4}}{2\pi}$ F thì điện

áp hiệu dụng trên tụ có cùng một giá trị. Muốn điện áp hiệu dụng trên điện trở R đạt lớn nhất thì giá trị của C phải là

$$A. C = \frac{10^{-4}}{5\pi} \text{ F hoặc } C = \frac{10^{-4}}{7,5\pi} \text{ F.}$$

$$B. C = \frac{10^{-4}}{0,5\pi} \text{ F hoặc } C = \frac{10^{-4}}{1,5\pi} \text{ F.}$$

$$C. C = \frac{10^{-4}}{2,5\pi} \text{ F hoặc } C = \frac{10^{-4}}{7,5\pi} \text{ F}$$

$$D. C = \frac{10^{-4}}{0,25\pi} \text{ F hoặc } C = \frac{10^{-4}}{0,75\pi} \text{ F.}$$

Giải

+ Có 2 giá trị của C cho cùng U_C , vậy theo phương pháp đánh giá loại hàm số, để $U_C^{\max}$ thì C phải là:

$$C = \frac{1}{2}(C_1 + C_2) = \frac{1}{2} \left(\frac{10^{-4}}{2\pi} + \frac{3 \cdot 10^{-4}}{2\pi} \right) = \frac{10^{-4}}{\pi} \text{ F tức là } Z_C = \frac{1}{\frac{10^{-4}}{\pi} \cdot 100\pi} = 100\Omega$$

$$\text{Mặt khác } Z_C = \frac{R^2 + Z_L^2}{Z_L} \text{ nên } 100 = \frac{(25\sqrt{3})^2 + Z_L^2}{Z_L} \text{ từ đây suy ra: } \begin{cases} Z_L = 25\Omega \\ Z_L = 75\Omega \end{cases}$$

+ Thay đổi C để điện áp trên điện trở đạt lớn nhất, tức là I lớn nhất thì mạch phải xảy ra cộng hưởng điện, lúc đó $Z_C = Z_L$

$$\text{Vậy có hai giá trị của } C \text{ đó là } \begin{cases} C = \frac{1}{25 \cdot 100\pi} = \frac{10^{-4}}{0,25\pi} \text{ F} \\ C = \frac{1}{75 \cdot 100\pi} = \frac{10^{-4}}{0,75\pi} \text{ F.} \end{cases}$$

$\Rightarrow$ Đáp án D.

Ví dụ 12: Mạch điện xoay chiều RLC mắc nối tiếp. Điện áp xoay chiều đặt vào hai đầu đoạn mạch có biểu thức $u = 200\cos\left(100\pi t - \frac{\pi}{6}\right)V$. Cuộn dây thuần cảm có độ tự cảm L thay đổi được. Khi $L_1 = \frac{1}{\pi}H$ hoặc $L_2 = \frac{3}{\pi}H$ thì thấy công suất tiêu thụ toàn mạch có giá trị bằng nhau và dòng điện trong hai trường hợp trên vuông pha nhau. Khi $L = L_1$ thì biểu thức cường độ dòng điện trong mạch là

- A. $i_1 = 2\cos\left(100\pi t - \frac{\pi}{12}\right)A$.
 B. $i_1 = \sqrt{2}\cos\left(100\pi t - \frac{\pi}{12}\right)A$.
 C. $i_1 = 2\cos\left(100\pi t + \frac{\pi}{12}\right)A$.
 D. $i_1 = \sqrt{2}\cos\left(100\pi t + \frac{\pi}{12}\right)A$.

Giải

+ Ta có: $Z_{L_1} = 100\Omega$ và $Z_{L_2} = 300\Omega$

Do có 2 giá trị của L cho cùng công suất tiêu thụ nên dung kháng thỏa

$$\text{mãn: } Z_C = \frac{Z_{L_1} + Z_{L_2}}{2} = \frac{100 + 300}{2} = 200\Omega$$

Do hai dòng điện nằm 2 bên đối xứng với trục U nên mỗi dòng điện lệch

$$\text{pha so với } U \text{ một góc chỉ bằng } |\varphi_1| = |\varphi_2| = \frac{\pi}{2} : 2 = \frac{\pi}{4}$$

Lại có $Z_{L_1} = 100\Omega < Z_C = 200\Omega$ nên $\varphi_1 = -\frac{\pi}{4}$ (u trễ hơn i , nói cách

khác i nhanh hơn u):

$$\tan \varphi_1 = \frac{Z_{L_1} - Z_C}{R} \Rightarrow \tan\left(-\frac{\pi}{4}\right) = \frac{100 - 200}{R} \Rightarrow R = 100\Omega$$

$$+ \text{ Khi } L_1 = \frac{1}{\pi}H \text{ thì } I_1 = \frac{U}{Z_1} = \frac{U}{\sqrt{R^2 + (Z_{L_1} - Z_C)^2}} = \frac{100\sqrt{2}}{100\sqrt{2}} = 1A.$$

$$\text{Vậy: } i_1 = \sqrt{2}\cos\left(100\pi t - \frac{\pi}{6} + \frac{\pi}{4}\right) = \sqrt{2}\cos\left(100\pi t - \frac{\pi}{12}\right)A.$$

$\Rightarrow$ Đáp án B.

Ví dụ 13: Đặt điện áp xoay chiều $u = U_0\cos(100\pi t)V$ vào đoạn mạch RLC. Biết

$R = 100\sqrt{2}\Omega$, cuộn dây thuần cảm, tụ điện có điện dung C thay đổi được.

Khi điện dung tụ điện là $C_1 = \frac{2 \cdot 10^{-4}}{\pi} F$ hoặc $C_2 = \frac{2 \cdot 10^{-4}}{3\pi} F$ thì công suất toàn mạch trong hai trường hợp vẫn bằng nhau. Muốn hiệu điện thế giữa hai bản tụ đạt lớn nhất thì giá trị của điện dung C phải là

A. $C = \frac{2 \cdot 10^{-4}}{\pi} F$. B. $C = \frac{10^{-4}}{2\pi} F$. C. $C = \frac{10^{-4}}{4\pi} F$. D. $C = \frac{4 \cdot 10^{-4}}{\pi} F$.

Giải

+ Có 2 giá trị của C cho cùng P , vậy theo phương pháp đánh giá loại hàm

số, để $P_{\max}$ thì C phải là: $\frac{1}{C} = \frac{1}{2} \left(\frac{1}{C_1} + \frac{1}{C_2} \right) = \frac{1}{2} \left(\frac{\pi}{2 \cdot 10^{-4}} + \frac{3\pi}{2 \cdot 10^{-4}} \right) = \frac{\pi}{10^{-4}}$

$\Rightarrow Z_C = 100\Omega$.

+ Vì C biến thiên cho $P_{\max}$ nên trong mạch lúc đó đã xảy ra cộng hưởng điện $\Rightarrow Z_L = Z_C = 100\Omega$.

+ Thay đổi C , để điện áp trên tụ điện đạt lớn nhất thì phải có:

$$Z_C = \frac{R^2 + Z_L^2}{Z_L} \Rightarrow Z_C = \frac{(100\sqrt{3})^2 + 100^2}{100} = 400\Omega \Rightarrow C = \frac{1}{400 \cdot 100\pi} = \frac{10^{-4}}{4\pi} F$$

$\Rightarrow$ Đáp án C.

Bài tập vận dụng

Bài 1: Cho mạch điện RLC mắc nối tiếp, cuộn dây thuần cảm, điện dung C thay

đổi được, hiệu điện thế hai đầu mạch có biểu thức $u = 200\sqrt{2}\cos\left(100\pi t + \frac{\pi}{3}\right)V$.

Khi $C_1 = \frac{10^{-4}}{\pi} F$ hoặc $C_2 = \frac{10^{-4}}{3\pi} F$ thì công suất tiêu thụ điện trên mạch có

giá trị bằng nhau và bằng $200W$. Thay đổi điện dung C đến khi hiệu điện thế hiệu dụng hai đầu tụ C đạt giá trị cực đại, giá trị C khi đó là

A. $\frac{10^{-4}}{2\pi} F$. B. $\frac{2 \cdot 10^{-4}}{3\pi} F$. C. $\frac{3 \cdot 10^{-4}}{2\pi} F$. D. $\frac{10^{-4}}{2,5\pi} F$.

Bài 2: Cho mạch điện RLC mắc nối tiếp, cuộn dây thuần cảm, độ tự cảm L thay đổi được,

hiệu điện thế hai đầu mạch có biểu thức $u = 200\sqrt{2}\cos\left(100\pi t + \frac{5\pi}{9}\right)V$. Khi

$L_1 = \frac{1}{\pi} H$ hoặc $L_2 = \frac{1}{3\pi} H$ thì hiệu điện thế trên cuộn cảm có giá trị bằng

nhau và bằng $\frac{400}{\sqrt{3}}$ V. Thay đổi L để hiệu điện thế hai đầu cuộn cảm đạt giá trị lớn nhất, giá trị lớn nhất đó bằng

A. 400V. B. 300V. C. 245V. D. $200\sqrt{6}$ V.

Bài 3: Cho mạch điện LRC mắc nối tiếp theo đúng trình tự trên, tụ C thay đổi được, hiệu điện thế hai đầu mạch có biểu thức $u = 200\sqrt{2}\cos\left(100\pi t + \frac{\pi}{6}\right)$ V.

Thay đổi điện dung C thấy khi $C = \frac{10^{-4}}{0,75\pi}$ F thì hiệu điện thế U_{RC} đạt giá trị

cực đại. Tiếp tục thay đổi C đến khi U_{RC} đạt giá trị cực tiểu và bằng $50\sqrt{3}$ V.

Giá trị của điện trở thuần R và cảm kháng Z_L của cuộn dây lần lượt là

A. 40Ω; 62,5Ω. B. 30,2Ω; 60Ω. C. 30,2Ω; 62,5Ω. D. 40Ω; 60Ω.

Góc thư giãn: Trong một lớp học, cô giáo hỏi các em học sinh: "Theo các em, 8 chia cho 2 thì bằng mấy?" Cả một rừng cánh tay đưa lên "Dạ, thưa cô, 8/2 bằng 4 ạ". Duy chỉ có một bạn im lặng và rụt rè: "Thưa cô, em nghĩ khác ạ". Mọi người bắt đầu lo sợ cho bạn này vì kiểu gì cũng bị cô giáo mắng hoặc chê. "Ừ, em nói đi nào!". "Theo em, nếu cắt đôi số 8 theo chiều ngang, thì 8/2 bằng 0 ạ. Còn nếu cắt đôi số 8 theo chiều dọc thì 8/2 bằng 3 ạ". Cả lớp ồ lên, và cô giáo khen "Em thật giỏi!", sau đó cô giáo làm động tác lấy 2 bàn tay và giấu ngón cái đi rồi hỏi "Vậy theo em 8/2 bằng mấy?", cậu bé vui mừng "Dạ, em hiểu rồi, 8/2 bằng 4 ạ".

Một bài toán có nhiều cách giải, có cách đúng, cách sai, có cách dài cách ngắn. All roads lead to Rome, tất cả biển chỉ đường ở bìa cuốn sách đã giúp bạn chọn ra con đường tối ưu chưa?

IX. PHƯƠNG PHÁP GIẢI CÁC BÀI TOÁN HỆ GHÉP

Trong chương trình vật lý 12, chúng ta gặp một loại các bài toán về hệ ghép:

- + Một lò xo, ghép với các vật có khối lượng $m_1, m_2, \dots$ khác nhau
- + Một vật, ghép với các lò xo có độ cứng $k_1, k_2, \dots$ khác nhau
- + Vật nặng trong con lắc đơn với chiều dài dây treo khác nhau
- + Mạch dao động điện từ LC thì có thể là

L ghép với (C_1 nt C_2)

L ghép với ($C_1 // C_2$)

C ghép với (L_1 nt L_2)

C ghép với ($L_1 // L_2$)

Với thể loại bài toán này, phương pháp dài dòng thường dùng là viết chu kỳ hay tần số cho từng trường hợp, sau đó rút và thế để ra mối quan hệ. Chúng ta sẽ xét các ví dụ cụ thể và tổng quát sau:

Ví dụ 1: Một lò xo k , khi gắn với vật m_1 thì vật dao động với chu kỳ $0,8$ s và khi gắn với vật m_2 thì chu kỳ là $T_2 = 0,6$ s. Nếu móc hai vật đồng thời vào lò xo thì chu kỳ dao động của chúng là

- A. $0,2$ s. B. $0,7$ s. C. $1,0$ s. D. $1,4$ s.

Giải

Áp dụng công thức tính chu kỳ $T = 2\pi\sqrt{\frac{m}{k}}$ cho 3 trường hợp:

$$\text{Với } m_1, \text{ có: } T_1 = 2\pi\sqrt{\frac{m_1}{k}} \Rightarrow \frac{m_1}{k} = \frac{T_1^2}{4\pi^2}$$

$$\text{Với } m_2: T_2 = 2\pi\sqrt{\frac{m_2}{k}} \Rightarrow \frac{m_2}{k} = \frac{T_2^2}{4\pi^2}$$

Với $m_3 = m_1 + m_2$:

$$T_3 = 2\pi\sqrt{\frac{m_3}{k}} = 2\pi\sqrt{\frac{m_1 + m_2}{k}} = 2\pi\sqrt{\frac{m_1}{k} + \frac{m_2}{k}} = \sqrt{T_1^2 + T_2^2}$$

Thay số ta được: $T_3 = \sqrt{0,8^2 + 0,6^2} = 1 \text{ s} \Rightarrow$ Chọn C.

Chú ý: Nếu vật mới có khối lượng $m_3 = m_1 - m_2$, một cách tương tự ta có:

$$T_3 = 2\pi\sqrt{\frac{m_3}{k}} = 2\pi\sqrt{\frac{m_1 - m_2}{k}} = 2\pi\sqrt{\frac{m_1}{k} - \frac{m_2}{k}} = \sqrt{T_1^2 - T_2^2}$$

Vậy có thể viết tổng quát: $m_3 = m_1 \pm m_2 \rightarrow T_3^2 = |T_1^2 \pm T_2^2|$

Trong biểu thức này có mối liên hệ giữa 3 đại lượng, bài toán có thể cho T_1 , T_2 tìm T_3 như trên, nhưng cũng có thể cho T_1 , T_3 tìm T_2 , vv... Ta nên nhớ biểu thức này để làm bài toán trắc nghiệm cho nhanh.

Ví dụ 2: Hai con lắc đơn có chu kì $T_1 = 2$ s và $T_2 = 2,5$ s, Chu kì của con lắc đơn có dây treo dài bằng hiệu chiều dài dây treo của hai con lắc trên là

- A. 2,25 s. B. 1,5 s. C. 1,0 s. D. 0,5 s.

Giải

Với l_1 ta có: $T_1 = 2\pi\sqrt{\frac{l_1}{g}} \Rightarrow \frac{l_1}{g} = \frac{T_1^2}{4\pi^2}$;

tương tự với l_2 : $T_2 = 2\pi\sqrt{\frac{l_2}{g}} \Rightarrow \frac{l_2}{g} = \frac{T_2^2}{4\pi^2}$

Vì $T_2 > T_1$ nên $l_2 > l_1 \Rightarrow T = 2\pi\sqrt{\frac{l_2 - l_1}{g}} = 2\pi\sqrt{\frac{T_2^2 - T_1^2}{4\pi^2}} = \sqrt{T_2^2 - T_1^2} = 1,5$ s

$\Rightarrow$ Chọn B.

Chú ý: Cần nhớ $l_{\pm} = l_1 \pm l_2 \rightarrow T_3^2 = |T_1^2 \pm T_2^2|$ để làm trắc nghiệm cho

nhANH, ta thấy biểu thức này cũng giống như trường hợp thay đổi khối lượng trong con lắc lò xo. Sở dĩ biểu thức tính của chúng giống nhau là vì

$T = 2\pi\sqrt{\frac{m}{k}}$, $T = 2\pi\sqrt{\frac{\ell}{g}}$ mặt khác khối lượng m và chiều dài ℓ có tính chất

cộng được.

Ví dụ 3: Con lắc lò xo, khi gắn với vật m với từng lò xo $k_1, k_2, \dots, k_n$ thì vật dao động với chu kì lần lượt là $T_1, T_2, \dots, T_n$. Tìm chu kì dao động của vật khi vật m ghép với hệ lò xo nối tiếp hoặc song song?

Giải

Chu kì của vật tính theo $k_{\text{hệ}}$ qua biểu thức $T = 2\pi\sqrt{\frac{m}{k_{\text{hệ}}}}$

Nếu các lò xo mắc nối tiếp: $\frac{1}{k_m} = \frac{1}{k_1} + \frac{1}{k_2} + \dots + \frac{1}{k_n}$

$$\Rightarrow \text{Chu kỳ } T_m = 2\pi \sqrt{m \left(\frac{1}{k_1} + \frac{1}{k_2} + \dots + \frac{1}{k_n} \right)}$$

$$T_m^2 = (2\pi)^2 m \left(\frac{1}{k_1} + \frac{1}{k_2} + \dots + \frac{1}{k_n} \right)$$

$$\Rightarrow T_m^2 = T_1^2 + T_2^2 + \dots + T_n^2$$

Nếu các lò xo mắc song song: $k_{//} = k_1 + k_2 + \dots + k_n$

$$\Rightarrow \text{Chu kỳ } T_{//} = 2\pi \sqrt{\frac{m}{k_{//}}} = 2\pi \sqrt{\frac{m}{k_1 + k_2 + \dots + k_n}}$$

$$\Rightarrow \frac{1}{T_{//}^2} = \frac{1}{T_1^2} + \frac{1}{T_2^2} + \dots + \frac{1}{T_n^2}$$

Ví dụ 4: Mạch dao động LC_1 , dao động với tần số f_1 . Với mạch dao động LC_2 thì tần số là f_2 . Nếu tụ C_1 mắc song song với tụ C_2 rồi mắc với cuộn cảm L thì tần số của mạch dao động được tính theo biểu thức nào?

A. $\frac{1}{f} = \frac{1}{f_1} + \frac{1}{f_2}$

B. $\frac{1}{f^2} = \frac{1}{f_1^2} + \frac{1}{f_2^2}$

C. $f = f_1 + f_2$

D. $f^2 = f_1^2 + f_2^2$

Giải

Với mạch dao động LC_1 ta có: $f_1 = \frac{1}{2\pi\sqrt{LC_1}} \Rightarrow LC_1 = \frac{1}{4\pi^2 f_1^2}$

Với mạch dao động LC_2 ta có: $f_2 = \frac{1}{2\pi\sqrt{LC_2}} \Rightarrow LC_2 = \frac{1}{4\pi^2 f_2^2}$

Với mạch dao động gồm L mắc với bộ tụ $(C_1 // C_2)$ ta có:

$$f_{//} = \frac{1}{2\pi\sqrt{LC_{//}}} = \frac{1}{2\pi\sqrt{L(C_1 + C_2)}} = \frac{1}{2\pi\sqrt{LC_1 + LC_2}} = \frac{1}{2\pi\sqrt{\frac{1}{4\pi^2 f_1^2} + \frac{1}{4\pi^2 f_2^2}}}$$

$$\Rightarrow \frac{1}{f_{//}^2} = \frac{1}{f_1^2} + \frac{1}{f_2^2}$$

$\Rightarrow$ Đáp án B.

Chú ý: + Từ $\frac{1}{f_{//}^2} = \frac{1}{f_1^2} + \frac{1}{f_2^2} \Rightarrow T_{//}^2 = T_1^2 + T_2^2$

Bài toán trên thuộc dạng L ghép với $(C_1 // C_2)$. Khi gặp bài toán L ghép với $(C_1 \text{ nt } C_2)$ một cách tương tự ta có $f_m^2 = f_1^2 + f_2^2$ và $\frac{1}{T_m^2} = \frac{1}{T_1^2} + \frac{1}{T_2^2}$

+ Chúng ta có thể sử dụng các phương trình trên để làm các bài toán ngược, chẳng hạn bài toán cho f_m và f_m cần tìm f_1, f_2 . Chỉ cần giải hệ phương trình

$$2 \text{ ẩn: } \begin{cases} \frac{1}{f_1^2} + \frac{1}{f_2^2} = \frac{1}{f_m^2} \\ f_1^2 + f_2^2 = f_m^2 \end{cases} \text{ thì sẽ thu được } f_1, f_2.$$

Chẳng hạn: Một mạch dao động gồm một cuộn dây thuần cảm có độ tự cảm L và hai tụ điện có điện dung C_1 và C_2 . Khi mắc cuộn dây riêng với từng tụ C_1, C_2 thì chu kỳ dao động của mạch tương ứng là $T_1 = 0,3 \text{ ms}$ và $T_2 = 0,4 \text{ ms}$. Chu kỳ dao động của mạch khi mắc đồng thời cuộn dây với C_1 song song C_2 là

- A. 0,5 ms. B. 0,7 ms. C. 1 ms. D. 0,24 ms.

Theo các biểu thức ở trên ta có ngay: $T_m = \sqrt{T_1^2 + T_2^2} = 0,5 \text{ ms}$

$\Rightarrow$ Đáp án A.

Một ví dụ khác: Trong một mạch dao động điện từ, khi cuộn cảm L ghép với bộ tụ $(C_1 \text{ nt } C_2)$ thì tần số dao động trong mạch $f_m = 10 \text{ kHz}$, khi cuộn cảm L ghép với bộ tụ $(C_1 // C_2)$ thì tần số dao động trong mạch $f_m = 4,8 \text{ kHz}$. Biết $C_1 > C_2$. Hỏi rằng khi cuộn cảm L ghép riêng với tụ C_1 thì tần số dao động trong mạch nhận giá trị nào?

- A. 8 kHz. B. 6 kHz. C. 5,2 kHz. D. 14,8 kHz.

$$\text{Giải hệ } \begin{cases} \frac{1}{f_1^2} + \frac{1}{f_2^2} = \frac{1}{4,8^2} \\ f_1^2 + f_2^2 = 10^2 \end{cases} \text{ ta được: } \begin{cases} f_1 = 6 \text{ kHz}; f_2 = 8 \text{ kHz} \\ f_1 = 8 \text{ kHz}; f_2 = 6 \text{ kHz} \end{cases}$$

Do $C_1 > C_2$ nên $f_1 < f_2$ vậy $f_1 = 6 \text{ kHz}$

$\Rightarrow$ Đáp án B.

Ví dụ 5: Mạch dao động $L_1 C$ có tần số dao động f_1 . Với mạch dao động $L_2 C$ thì tần số dao động là f_2 . Khi mạch dao động gồm bộ cuộn cảm $(L_1 \text{ nối tiếp } L_2)$ mắc với tụ điện C thì tần số dao động sẽ tính theo biểu thức

- A. $f = f_1 + f_2$ B. $\frac{1}{f^2} = \frac{1}{f_1^2} + \frac{1}{f_2^2}$ C. $\frac{1}{f} = \frac{1}{f_1} + \frac{1}{f_2}$ D. $f^2 = f_1^2 + f_2^2$

Giải

Với mạch dao động L_1C có: $L_1C = \frac{1}{4\pi^2 f_1^2}$ và L_2C cũng có: $L_2C = \frac{1}{4\pi^2 f_2^2}$

Với mạch dao động gồm $(L_1$ nối tiếp $L_2)$ mắc với tụ C ta có:

$$f_m = \frac{1}{2\pi\sqrt{L_m C}} = \frac{1}{2\pi\sqrt{(L_1 + L_2)C}} = \frac{1}{2\pi\sqrt{L_1 C + L_2 C}} = \frac{1}{2\pi\sqrt{\frac{1}{4\pi^2 f_1^2} + \frac{1}{4\pi^2 f_2^2}}}$$

$$\Rightarrow \frac{1}{f_m^2} = \frac{1}{f_1^2} + \frac{1}{f_2^2} \Rightarrow \text{Đáp án B.}$$

Chú ý:

+ Theo bài toán trên, khi $C \cdot (L_1 \text{ nt } L_2)$ thì $\frac{1}{f_m^2} = \frac{1}{f_1^2} + \frac{1}{f_2^2} \Rightarrow T_m^2 = T_1^2 + T_2^2$

Vậy khi $C \cdot (L_1 // L_2)$ thì $f_{//}^2 = f_1^2 + f_2^2$ và $\frac{1}{T_{//}^2} = \frac{1}{T_1^2} + \frac{1}{T_2^2}$

+ Sử dụng hệ $\begin{cases} \frac{1}{f_1^2} + \frac{1}{f_2^2} = \frac{1}{f_m^2} \\ f_1^2 + f_2^2 = f_{//}^2 \end{cases}$ khi gặp bài toán cho $f_m, f_{//}$ để tìm f_1 và f_2 .

Chẳng hạn: Trong mạch dao động, khi mắc cuộn dây có độ tự cảm L_1 với tụ điện có điện dung C thì tần số dao động của mạch là $f_1 = 120 \text{ kHz}$. Khi mắc cuộn dây có độ tự cảm L_2 với tụ điện có điện dung C thì tần số dao động của mạch là $f_2 = 160 \text{ kHz}$. Khi mắc L_1 nối tiếp L_2 rồi mắc với tụ điện có điện dung C thì tần số dao động của mạch lúc đó sẽ là

- A. 96 kHz. B. 100 kHz. C. 150 kHz. D. 200 kHz.

Theo biểu thức được thiết lập ở ví dụ trên $\frac{1}{f_m^2} = \frac{1}{f_1^2} + \frac{1}{f_2^2}$ ta có

$$f_m = \sqrt{\frac{f_1^2 f_2^2}{f_1^2 + f_2^2}} = \sqrt{\frac{120^2 \cdot 160^2}{120^2 + 160^2}} = 96 \text{ (kHz)} \Rightarrow \text{Đáp án A.}$$

Ví dụ 6: Khi ghép tụ C_1 với cuộn cảm L thì thu được bước sóng $\lambda_1 = 100 \text{ m}$, khi mắc tụ C_2 thay cho tụ C_1 vào mạch dao động thì thu được $\lambda_2 = 75 \text{ m}$. Vậy nếu mắc C_1 nối tiếp C_2 vào mạch dao động thì thu được bước sóng là

- A. 40 m. B. 60 m. C. 80 m. D. 120 m.

Giải

Như đã biết khi $(C_1 // C_2)$ thì $\frac{1}{f_{//}^2} = \frac{1}{f_1^2} + \frac{1}{f_2^2}$ và $T_{//}^2 = T_1^2 + T_2^2$

khi $(C_1 \text{ nt } C_2)$ thì $f_m^2 = f_1^2 + f_2^2$ và $\frac{1}{T_m^2} = \frac{1}{T_1^2} + \frac{1}{T_2^2}$

Mà $\lambda = cT = \frac{c}{f}$ (λ tỉ lệ thuận với T , tỉ lệ nghịch với f) nên dễ dàng suy ra

$$\lambda_{//}^2 = \lambda_1^2 + \lambda_2^2 \text{ và } \frac{1}{\lambda_m^2} = \frac{1}{\lambda_1^2} + \frac{1}{\lambda_2^2}$$

Với bài toán C_1 nối tiếp C_2 này, áp dụng $\frac{1}{\lambda_m^2} = \frac{1}{\lambda_1^2} + \frac{1}{\lambda_2^2}$ ta được:

$$\lambda_m = \frac{\lambda_1 \lambda_2}{\sqrt{\lambda_1^2 + \lambda_2^2}} = \frac{100.75}{\sqrt{100^2 + 75^2}} = 60 \text{ m} \Rightarrow \text{Đáp án B.}$$

Ví dụ 7: Trong mạch chọn sóng, cùng dùng một tụ điện C , khi mắc nó với cuộn dây có độ tự cảm L_1 thì mạch thu được bước sóng $\lambda_1 = 80 \text{ m}$. Khi mắc nó với cuộn dây có độ tự cảm L_2 thì mạch lại thu được bước sóng $\lambda_2 = 60 \text{ m}$. Nếu mắc tụ đó với bộ cuộn cảm gồm L_1 nối tiếp L_2 nói trên thì mạch thu được bước sóng là

- A. 140 m. B. 100 m. C. 20 m. D. 70 m.

Giải

Như đã biết khi $(L_1 \text{ nt } L_2)$ thì $\frac{1}{f_m^2} = \frac{1}{f_1^2} + \frac{1}{f_2^2}$ và $T_m^2 = T_1^2 + T_2^2$

khi $(L_1 // L_2)$ thì $f_{//}^2 = f_1^2 + f_2^2$ và $\frac{1}{T_{//}^2} = \frac{1}{T_1^2} + \frac{1}{T_2^2}$

Mà $\lambda = cT = \frac{c}{f}$ (λ tỉ lệ thuận với T , tỉ lệ nghịch với f) nên dễ dàng suy ra

$$\lambda_m^2 = \lambda_1^2 + \lambda_2^2 \text{ và } \frac{1}{\lambda_{//}^2} = \frac{1}{\lambda_1^2} + \frac{1}{\lambda_2^2}$$

Với bài toán L_1 nối tiếp L_2 này, áp dụng $\lambda_m^2 = \lambda_1^2 + \lambda_2^2$ ta được:

$$\lambda_m = \sqrt{\lambda_1^2 + \lambda_2^2} = \sqrt{80^2 + 60^2} = 100(\text{m})$$

$\Rightarrow$ Đáp án B.

Ví dụ 8: Một mạch dao động LC gồm cuộn thuần cảm và một tụ điện có điện dung $C = 12 \text{ nF}$. Để bước sóng mà dao động tự do của mạch thu được giảm hai lần thì phải mắc thêm một tụ điện C_0 như thế nào và có điện dung bao nhiêu?

- A. $C_0 = 36 \text{ nF}$, nối tiếp với C.
 B. $C_0 = 4 \text{ nF}$, nối tiếp với C.
 C. $C_0 = 16 \text{ nF}$, song song với C.
 D. $C_0 = 4 \text{ nF}$, song song với C.

Giải

Với tụ C có $\lambda = 2\pi c\sqrt{LC}$ và với bộ tụ C_b cũng có $\lambda_b = 2\pi c\sqrt{LC_b}$

$$\text{Vì } \lambda_b = \frac{\lambda}{2} \Rightarrow C_b = \frac{C}{4} \Rightarrow C_b < C \Rightarrow C_0 \text{ ghép nối tiếp với C}$$

$$\text{Từ } \frac{1}{C_b} = \frac{1}{C} + \frac{1}{C_0} \Rightarrow C_0 = \frac{CC_b}{C - C_b} = 4 \text{ nF}$$

$\Rightarrow$ Đáp án B.

Chú ý: Trong suốt cả 8 ví dụ nêu trên, chúng ta đã dùng cách giải là biến đổi các phương trình để ra được mối liên hệ giữa đại lượng cần tìm với các đại lượng đã cho, hoặc có em khác muốn giải nhanh hơn thì phải nhớ các công thức liên hệ của từng trường hợp rồi áp dụng.

Nhằm giúp các em khi giải toán mà không phải biến đổi nhiều, hoặc là không phải nhớ nhiều công thức vì sẽ nhầm lẫn giữa chúng, sau đây tôi sẽ trình bày cho các em một quy tắc đơn giản để giải quyết các bài toán về hệ ghép, đó là quy tắc thuận - nghịch.

Ta quay về ví dụ 1: Một lò xo k, khi gắn với vật m_1 thì vật dao động với chu kỳ 0,8 s và khi gắn với vật m_2 thì chu kỳ là $T_2 = 0,6 \text{ s}$. Nếu móc hai vật đồng thời vào lò xo thì chu kỳ dao động của chúng là

- A. 0,2 s. B. 0,7 s. C. 1,0 s. D. 1,4 s.

Giải

$$\text{Ta thấy } T = 2\pi\sqrt{\frac{m}{k}} \text{ nên sự tỉ lệ thuận - nghịch ở đây là: } \begin{cases} T \sim \sqrt{m} \\ m \sim T^2 \end{cases}$$

Khi có cả 2 vật thì $m = m_1 + m_2$

Thay các khối lượng bằng bình phương chu kỳ tương ứng ta được:

$$T^2 = T_1^2 + T_2^2 \Rightarrow T = \sqrt{0,8^2 + 0,6^2} = 1 \text{ s} \Rightarrow \text{Chọn C.}$$

Xét thêm ví dụ số 4: Mạch dao động LC_1 , dao động với tần số f_1 . Với mạch dao động LC_2 thì tần số là f_2 . Nếu tụ C_1 mắc song song với tụ C_2 rồi mắc với cuộn cảm L thì tần số của mạch dao động được tính theo biểu thức nào?

A. $\frac{1}{f} = \frac{1}{f_1} + \frac{1}{f_2}$

B. $\frac{1}{f^2} = \frac{1}{f_1^2} + \frac{1}{f_2^2}$

C. $f = f_1 + f_2$

D. $f^2 = f_1^2 + f_2^2$

Giải

$$\text{Ta có } f = \frac{1}{2\pi\sqrt{LC}} \Rightarrow \begin{cases} f \sim \frac{1}{\sqrt{C}} \\ C \sim \frac{1}{f^2} \end{cases}$$

Với mạch dao động gồm L mắc với bộ tụ $(C_1 // C_2)$ ta có: $C_{//} = C_1 + C_2$

$$\Rightarrow \frac{1}{f_{//}^2} = \frac{1}{f_1^2} + \frac{1}{f_2^2} \Rightarrow \text{Đáp án B.}$$

Với các ví dụ còn lại hoặc với bất kỳ bài toán hệ ghép nào, dù xuôi hay ngược, các em nên dùng quy tắc trên để giải cho nhanh, nhưng cần lưu ý rằng nếu gặp quan hệ tích hay thương thì ta phải dùng quan hệ đầy đủ, các em có thể tự suy nghĩ sâu hơn hoặc tham khảo thêm ở tuyển tập **cẩm nang ôn luyện thi đại học môn vật lý**.

GÓC TRAO ĐỔI

NHỮNG ĐIỀU NÊN TRÁNH TRONG QUÁ TRÌNH HỌC VÀ THI

1. Quên đổi đơn vị

Ví dụ 1: Một con lắc đơn có dây treo dài 1 m và vật có khối lượng 1 kg dao động với biên độ góc $\alpha_0 = 5,73^\circ$. Chọn gốc thế năng tại vị trí cân bằng của vật, lấy $g = 10 \text{ m/s}^2$. Tìm cơ năng của con lắc.

- Cách 1: Tính theo thế năng cực đại:

$$E = E_{\text{tmax}} = mgh_{\text{max}} = mg\ell(1 - \cos\alpha_0) = 1 \cdot 10 \cdot 1(1 - \cos 5,73^\circ) = 0,05 \text{ J}$$

- Cách 2: Vì biên độ góc nhỏ nên tính theo biểu thức của dao động điều hòa:

$$E = \frac{1}{2}m\omega^2 S_0^2 = \frac{1}{2}m \frac{g}{\ell} S_0^2 = \frac{1}{2}mg\ell\alpha_0^2 = \frac{1}{2} \cdot 1 \cdot 10 \cdot 1 \cdot (5,73)^2 = 164,16 \text{ J}$$

Với cách 1, dưới hàm lượng giác, α_0 có thể để ở đơn vị độ hay radian. Nhưng với cách 2 thì phải đổi $\alpha_0 = 5,73^0 = 5,73 \cdot \frac{\pi}{180} = 0,1 \text{ rad}$, vì chưa đổi nên cách 2 đã sai.

Ví dụ 2: Chất phóng xạ Pôlôni $^{210}_{84}\text{Po}$ phóng ra tia α và biến thành hạt nhân chì Pb. Biết chu kì bán rã của Pôlôni là 138 ngày và ban đầu có 168mg Pôlôni. Tính độ phóng xạ ban đầu H_0 .

Đổi đơn vị đúng:

$$\text{Số hạt nhân Po ban đầu: } N_0 = \frac{m_0}{M_{\text{Po}}} N_A = \frac{168 \cdot 10^{-3}}{210} \cdot 6,023 \cdot 10^{23} = 4,82 \cdot 10^{20} \text{ hạt}$$

$$\text{Hằng số phóng xạ: } \lambda = \frac{\ln 2}{T} = \frac{0,693}{138 \cdot 86400} = 5,81 \cdot 10^{-8} \text{ s}^{-1}$$

$$\text{Độ phóng xạ ban đầu: } H_0 = \lambda N_0 = 5,81 \cdot 10^{-8} \cdot 4,82 \cdot 10^{20} = 28 \cdot 10^{12} \text{ Bq}$$

$$\text{Nếu tính theo đơn vị Curi thì } H_0 = \frac{28 \cdot 10^{12}}{3,7 \cdot 10^{10}} = 756,7 \text{ Ci}$$

Không đổi đơn vị:

$$\text{Số hạt nhân Po ban đầu: } N_0 = \frac{m_0}{M_{\text{Po}}} N_A = \frac{168}{210} \cdot 6,023 \cdot 10^{23} = 4,82 \cdot 10^{23}$$

$$\text{Hằng số phóng xạ: } \lambda = \frac{\ln 2}{T} = \frac{0,693}{138} = 5,02 \cdot 10^{-3}$$

Cả N_0 và λ tính sai nên sẽ cho kết quả H_0 sai.

Thực tế thấy rằng, rất nhiều bạn khi thay số, không bao giờ quan tâm đến đơn vị đo, một số khác tuy có nghĩ đến nhưng lại không biết đổi như thế nào, chẳng hạn: $1 \text{ cm}^2 = ? \text{ m}^2$, $1 \text{ MeV} = ? \text{ J}$, $1 \text{ Bq} = ? \text{ Ci}$, ...

Lời khuyên: Chỉ cần dành một chút thời gian để xem lại hệ thống đơn vị chuẩn và cách kiểm tra thứ nguyên thì sẽ tránh được lỗi không đáng có này.

2. Hiểu sai hiện tượng, bản chất

Một con lắc lò xo gồm vật nhỏ khối lượng 0,02 kg và lò xo có độ cứng $k = 1 \text{ N/m}$. Vật nhỏ được đặt trên giá đỡ cố định nằm ngang dọc theo trục lò xo. Hệ số ma sát trượt giữa giá đỡ và vật nhỏ là 0,1. Ban đầu giữ vật ở vị trí lò xo bị nén 10 cm rồi buông nhẹ để con lắc dao động tắt dần. Lấy $g = 10 \text{ m/s}^2$. Tốc độ lớn nhất vật nhỏ đạt được trong quá trình dao động là bao nhiêu?

Nếu hiểu đúng thì sẽ tìm vị trí mà lực đàn hồi cân bằng với lực ma sát lần đầu tiên (hoặc $a_1 = 0$), ở đó sẽ tính ra $v_{\max} = 40\sqrt{2} \text{ cm/s}$. Nếu chỉ nghĩ tốc độ lớn nhất khi vật qua vị trí cân bằng như dao động thông thường thì sẽ sai.

Một biểu thức liên hệ tuy đơn giản $\lambda = v.T = \frac{v}{f}$ nhưng rất cần người học phải biết phân biệt mối quan hệ phụ thuộc giữa chúng. Và, để thi môn vật lý luôn mong muốn đánh giá, phân loại được các thí sinh về khả năng cảm bắt, hiểu và vận dụng được các kiến thức liên quan đến hiện tượng bản chất vật lý chứ không nặng về kỹ thuật tính toán.

3. Nhầm lẫn nội dung bài toán

Một ví dụ nhỏ: Mạch xoay chiều gồm R, L, C ghép nối tiếp. Trường hợp nào sau đây điện áp hai đầu mạch sẽ cùng pha với điện áp hai đầu điện trở R:

- | | |
|------------------------------|------------------------------|
| A. Thay đổi f để $U_{C\max}$ | B. Thay đổi L để $U_{L\max}$ |
| C. Thay đổi C để $U_{R\max}$ | D. Thay đổi R để $U_{C\max}$ |

Trong vòng 20 giây có thể chọn đúng được đáp án của bài toán trên, nếu còn lưỡng lự hoặc chọn sai thì các em cần phải xem lại hệ thống kiến thức có vấn đề của mình.

So với các phần khác, có thể nói rằng, các bài toán phần điện xoay chiều rất đa dạng. Tần số f, điện dung C, độ tự cảm L hay điện trở R, mỗi một đại lượng, khi chúng biến thiên sẽ cho một tính chất nhỏ nhất, lớn nhất của điện áp, dòng điện, công suất... khác nhau. Để tránh nhầm lẫn, các em có thể lập ra một bảng riêng, đối chiếu sẽ phân biệt được sự khác nhau có tính quy luật của chúng.

4. Nhầm lẫn công thức tính

Nhiều biểu thức có dạng giống nhau như:

$$\text{Tốc độ trung bình} = \frac{\text{Quãng đường}}{\text{Khoảng thời gian}}$$

$$\text{Vận tốc trung bình} = \frac{\text{độ dài}}{\text{Khoảng thời gian}}$$

Vì vậy khi bài toán hỏi đại lượng nào đó, chúng ta rất dễ nhầm lẫn khi không hiểu không nhớ biểu thức tính. Một ví dụ cụ thể: Trong mạch dao động, khi mắc cuộn dây có độ tự cảm L_1 với tụ điện có điện dung C thì tần số dao động của mạch là $f_1 = 120 \text{ kHz}$. Khi mắc cuộn dây có độ tự cảm L_2 với tụ điện C

thì tần số dao động của mạch là $f_2 = 160 \text{ kHz}$. Khi mắc L_1 nối tiếp L_2 rồi mắc với tụ điện C thì tần số dao động của mạch là:

- A. 96 kHz. B. 100 kHz. C. 150 kHz. D. 200 kHz.

$$\begin{cases} \frac{1}{f_{//}}^2 = \frac{1}{f_1^2} + \frac{1}{f_2^2} \\ f_m^2 = f_1^2 + f_2^2 \end{cases} \text{ hay } \begin{cases} f_{//}}^2 = f_1^2 + f_2^2 \\ \frac{1}{f_m^2} = \frac{1}{f_1^2} + \frac{1}{f_2^2} \end{cases}, \text{ chúng ta sẽ áp dụng biểu thức tính nào}$$

cho bài toán trên?

Cũng vì không phân biệt được đâu là công thức L ghép với các C , đâu là công thức cho C ghép với các L nên sẽ rơi vào 1 trong 2 tình huống:

- + Xây dựng lại công thức tính (tất nhiên sẽ làm mất thời gian của câu khác)
- + Không nhớ, chấp nhận 50% - 50%.

Để tránh sự cố như vậy, khi học, các em nên xây dựng và thống kê riêng các bài toán hệ ghép, chẳng hạn:

- a) Bài toán con lắc lò xo, một lò xo k ghép với các vật m khác nhau.
- b) Bài toán con lắc đơn có các chiều dài ℓ khác nhau.
- c) Bài toán con lắc lò xo, một vật m ghép với các lò xo có k khác nhau.
- d) Bài toán mạch dao động LC, một tụ điện C ghép với các cuộn cảm L khác nhau
- e) Bài toán mạch dao động LC, một cuộn cảm L ghép với các tụ điện C khác nhau

Sau khi viết công thức tần số, so sánh, đối chiếu chúng, dễ thấy:

- Công thức của 2 bài toán a và b có dạng tương tự nhau.
- Công thức của 2 bài toán c và d có dạng giống nhau và ngược với bài toán e.

Từ việc nhớ công thức với tần số, ta dễ dàng viết công thức cho chu kỳ, bước sóng.

5. Cấu thả trong tư duy

Một con lắc lò xo treo thẳng đứng gồm vật nhỏ có $m = 250 \text{ g}$ treo phía dưới một lò xo nhẹ có $k = 100 \text{ N/m}$. Từ vị trí cân bằng, kéo vật xuống dưới một đoạn sao cho lò xo giãn $7,5 \text{ cm}$ và thả nhẹ cho vật dao động điều hòa. Tìm biên độ A ?

Một số em khi đọc bài toán này, nói ngay rằng, bài toán khó gì đâu, có ngay

$A = 7,5 \text{ cm}$. Người cẩn thận thì khác, họ làm như sau:

- Ở VTCB, lò xo đã bị dãn một đoạn: $\Delta \ell_0 = \frac{mg}{k} = \frac{0,25 \cdot 10}{100} = 0,025 \text{ m} = 2,5 \text{ cm}$

- Ở vị trí kích thích, lò xo dãn 7,5 cm nên so với vị trí cân bằng, vị trí vật được kích thích có $v = 0$ chỉ cách một đoạn $7,5 - 2,5 = 5$ cm nên biên độ $A = 5$ cm.

6. Lười tư duy nhanh

Trái ngược với sự cầu thả ở trên, có bạn lại quá cẩn thận hoặc mất nhiều thời gian khi chỉ làm bài toán đơn giản, chẳng hạn: Một con lắc lò xo dao động điều hòa với chu kì dao động là T . Để nguyên vật nặng, muốn chu kì mới của nó là $0,5T$ thì so với chiều dài ban đầu, cần cắt bớt lò xo đi một lượng

- A. 50%. B. 25%. C. 40%. D. 75%.

- Cẩn thận, bạn ấy viết:

$$\begin{cases} T = 2\pi\sqrt{\frac{m}{k}} \\ T' = 2\pi\sqrt{\frac{m}{k'}} \end{cases} \Rightarrow \frac{T}{T'} = \sqrt{\frac{k'}{k}} \Rightarrow k' = 4k \Rightarrow E \frac{S}{\ell} = 4E \frac{S}{\ell} \Rightarrow \ell' = \frac{\ell}{4}$$

$$\Rightarrow \Delta\ell = \ell - \ell' = \ell - \frac{\ell}{4} = \frac{3\ell}{4} \Rightarrow \frac{\Delta\ell}{\ell} = \frac{\frac{3\ell}{4}}{\ell} = \frac{3}{4} = 0,75 = 75\%$$

- Một bạn khác lại dùng tư duy nhanh để giải như sau:

Do $T \propto \sqrt{\frac{1}{k}}$ mà T giảm 2 lần nên k tăng 4 lần, vậy phải giữ lại $\frac{1}{4}$ chiều dài ban đầu, tức là phải bỏ đi $\frac{3}{4}$ hay 75%.

Bạn hãy thử tư duy nhanh một bài toán khác, bài này được trích từ đề thi vào các trường cao đẳng năm 2009: Một đồng vị phóng xạ có chu kì bán rã T . Cứ sau một khoảng thời gian bằng bao nhiêu thì số hạt nhân bị phân rã trong khoảng thời gian đó bằng ba lần số hạt nhân còn lại của đồng vị ấy?

- A. $0,5T$. B. $3T$. C. $2T$. D. T .

Bạn sẽ thấy thú vị khi giải nhanh được các bài toán nhỏ kiểu như trên? Và để tránh viết nháp nhiều thì tư duy nhanh là một trong những kĩ năng cần thiết, bạn nên tập cách tư duy nhanh nhưng chắc chắn này, dần dần sẽ quen, nhuần nhuyễn là có thể áp dụng vào một số khâu của bài toán lớn và sẽ rút ngắn được thời gian làm bài thi trắc nghiệm.

7. Lạm dụng trong việc sử dụng máy tính cầm tay

- Có bạn dùng máy cho cả các phép tính: $7 + 3 = ; \cos \frac{\pi}{3} = ; \dots$

- Khi đọc đề bài toán, trong đầu thì chưa hình thành được phương pháp để giải, chưa có phương trình liên hệ giữa đại lượng cần tìm với đại lượng đã cho, vậy mà tay đã cầm máy tính, có lẽ máy tính sẽ “suy nghĩ” cách làm cho bạn ấy chẳng?

Trái ngược với những bạn quá lạm dụng máy tính, cũng phải đáng trách những bạn không biết khai thác các tính năng quý báu của máy tính để giải quyết một số bài toán tổng hợp dao động hay điện xoay chiều, chẳng biết dùng máy tính để hỗ trợ việc giải phương trình, hệ phương trình hay các phép tính phức tạp khác.

X. PHƯƠNG PHÁP GIẢI CÁC BÀI TOÁN THAY ĐỔI NĂNG LƯỢNG, BIÊN ĐỘ,...

Ví dụ 1: Một con lắc lò xo bố trí nằm ngang. Vật đang dao động điều hoà với chu kì T , biên độ A , khi vật đi qua vị trí cân bằng thì người ta giữ cố định điểm chính giữa của lò xo lại. Bắt đầu từ thời điểm đó vật sẽ dao động điều hoà với biên độ mới là

- A. $2A$. B. $\frac{A}{2}$. C. $\frac{A}{\sqrt{2}}$. D. $A\sqrt{2}$.

Giải

+ Lúc đầu con lắc dao động với tất cả chiều dài lò xo ℓ có độ cứng k . Cơ năng của vật là $E = \frac{1}{2}kA^2$

+ Về sau con lắc dao động với phần chiều dài $\ell' = \frac{\ell}{2}$, nên độ cứng mới

$$k' = 2k. \text{ Cơ năng mới của vật là } E' = \frac{1}{2}k'A'^2 = \frac{1}{2}2kA'^2 = kA'^2$$

+ Ta biết rằng cơ năng của con lắc gồm động năng và thế năng. Khi vật qua vị trí cân bằng thì thế năng lò xo bằng không, vì vậy phần lò xo bị loại bỏ lúc đó cũng có thế năng bằng không, điều này làm cho cơ năng của con lắc không bị mất mát, hay cơ năng không đổi $\Rightarrow E' = E$

$$\Rightarrow kA'^2 = \frac{1}{2}kA^2 \Rightarrow A' = \frac{A}{\sqrt{2}}$$

$\Rightarrow$ Đáp án C.

Ví dụ 2: Một con lắc lò xo dao động điều hòa trên mặt phẳng ngang. Từ vị trí cân bằng người ta kéo vật ra 10 cm rồi thả nhẹ, khi vật cách vị trí cân bằng 5 cm thì người ta giữ cố định điểm chính giữa của lò xo. Biên độ dao động mới của vật là

- A. 5cm. B. 7,5cm. C. $2,5\sqrt{7}$ cm. D. $2,5\sqrt{5}$ cm.

Giải

+ Lúc đầu con lắc dao động với tất cả chiều dài lò xo ℓ có độ cứng k . Cơ năng của vật là $E = \frac{1}{2}kA^2$

+ Tại $x = 5 = \frac{10}{2} = \frac{A}{2}$ thì thế năng $E_1 = \frac{1}{2}kx^2 = \frac{1}{2}k\left(\frac{A}{2}\right)^2 = \frac{1}{4} \cdot \frac{1}{2}kA^2 = \frac{1}{4}E$

Do giữ chặt điểm giữa của lò xo nên phần thế năng này được chia đều cho 2 phần, mỗi phần có $E_{t_1} = E_{t_2} = \frac{E_1}{2} = \frac{1}{8}E$

+ Một phần của lò xo bị loại bỏ, nó mang theo phần thế năng $E_{t_1} = \frac{1}{8}E$ do đó cơ năng còn lại của con lắc chỉ là $E' = E - E_1 = E - \frac{1}{8}E = \frac{7}{8}E = \frac{7}{8} \cdot \frac{1}{2}kA^2$ (1)

+ Mặt khác, khi con lắc dao động với phần chiều dài $\ell' = \frac{\ell}{2}$ thì độ cứng mới $k' = 2k$. Cơ năng mới của vật là $E' = \frac{1}{2}k'A'^2 = \frac{1}{2}2kA'^2 = kA'^2$ (2)

Từ (1) và (2) ta có : $kA'^2 = \frac{7}{8} \cdot \frac{1}{2}kA^2 \Rightarrow A' = \frac{\sqrt{7}}{4}A = 2,5\sqrt{7}\text{cm}$

$\Rightarrow$ Chọn C.

Qua bài toán trên, suy rộng ra, các em có thể tự làm bài toán khác với bất kì li độ hoặc điểm giữ, chẳng hạn với hai bài toán sau:

Bài 1: Một con lắc lò xo bố trí nằm ngang. Vật đang dao động điều hoà với chu kì T, biên độ 8 cm, khi vật đi qua vị trí $x = 2\text{cm}$ thì người ta giữ cố định một điểm trên lò xo sao cho phần lò xo không tham gia vào sự dao động của vật bằng $\frac{2}{3}$ chiều dài lò xo ban đầu. Kể từ thời điểm đó vật sẽ dao động điều hoà với biên độ mới bằng bao nhiêu?

Bài 2: Một con lắc lò xo gồm vật nặng có $m = 100\text{g}$, gắn vào lò xo có độ cứng 100 N/m đặt nằm ngang. Từ vị trí cân bằng truyền cho vật một vận tốc 40π (cm/s) cho vật dao động, chọn gốc thời gian là lúc truyền vận tốc cho vật. Tại thời điểm $t = 0,15\text{s}$ giữ cố định điểm chính giữa của lò xo. Vật tiếp tục dao động với biên độ

- A. $2\sqrt{2}\text{ cm}$ B. $4\sqrt{2}\text{ cm}$ C. 4cm D. 2cm

Để làm tiếp các bài toán về va chạm và một số dạng bài toán về điều kiện dao động khác, chúng ta cần lưu ý:

- + **Kích thích dao động bằng va chạm.** Khi vật M gắn với lò xo đang đứng yên, người ta bắn một vật m với vận tốc v_0 vào M:

- Nếu là va chạm mềm, sau va chạm hai vật dính với nhau, trường hợp này chỉ được áp dụng định luật bảo toàn động lượng $m\vec{v}_0 = (m + M)\vec{v}'$ từ đó

thu được vận tốc của hệ hai vật sau va chạm là: $v' = \frac{m \cdot v_0}{m + M}$

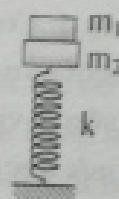
- Nếu là va chạm đàn hồi, sau va chạm hai vật tách rời nhau, ngoài định luật bảo toàn động lượng còn định luật bảo toàn cơ năng, giải hệ phương

trình ta thu được vận tốc của từng vật: $v_M = \frac{2mv_0}{m + M}$; $v_m = v_0 \frac{m - M}{m + M}$

+ Điều kiện của biên độ dao động

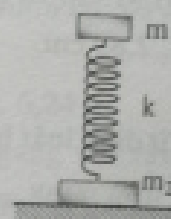
- Vật m_1 được đặt trên vật m_2 dao động điều hoà theo phương thẳng đứng. Để m_1 luôn nằm yên trên m_2

trong quá trình dao động thì $A \leq \frac{g}{\omega^2} = \frac{(m_1 + m_2)g}{k}$



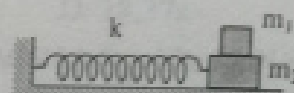
- Vật m_1 và m_2 được gắn vào hai đầu lò xo đặt thẳng đứng, m_1 dao động điều hoà. Để m_2 luôn nằm yên trên mặt sàn trong quá trình m_1 dao động thì

$A \leq \frac{(m_1 + m_2)g}{k}$



- Vật m_1 đặt trên vật m_2 dao động điều hoà theo phương ngang. Hệ số ma sát giữa m_1 và m_2 là μ , bỏ qua ma sát giữa m_2 và mặt sàn. Để m_1 không trượt trên m_2 trong quá trình dao động thì

$A \leq \mu \frac{g}{\omega^2} = \mu \frac{(m_1 + m_2)g}{k}$



Ví dụ 3: Con lắc lò xo bố trí nằm ngang gồm lò xo nhẹ có độ cứng $k = 400 \text{ N/m}$, một đầu cố định, đầu còn lại gắn với vật nhỏ $M = 4 \text{ kg}$. Khi vật M đang đứng yên ở vị trí cân bằng thì vật nhỏ $m = 1 \text{ kg}$ chuyển động với vận tốc $v_0 = 2 \text{ m/s}$ dọc theo trục lò xo đến va chạm mềm vào nó. Biên độ dao động của hệ hai vật $(M + m)$ là

- A. 2,82 cm. B. 4,00 cm. C. 4,47 cm. D. 5,00 cm.

Giải

Từ định luật bảo toàn động lượng $m\vec{v}_0 + M\vec{0} = (m + M)\vec{v}'$ ta được

vận tốc của hệ hai vật sau va chạm là: $v' = \frac{mv_0}{m + M} = \frac{1 \cdot 2}{1 + 4} = 0,4 \text{ (m/s)}$

Vận tốc v' này ở VTCB nên để tìm biên độ, ta có 2 cách :

$$\text{Cách 1: } A = \frac{v'}{\omega'} = \frac{v'}{\sqrt{\frac{k}{M+m}}} = v' \sqrt{\frac{M+m}{k}} = 0,4 \sqrt{\frac{5}{400}} = 0,0447 \text{ (m)}$$

$$\text{Cách 2: } \frac{1}{2} k A^2 = \frac{1}{2} (M+m) v'^2$$

$$\Rightarrow A = v' \sqrt{\frac{M+m}{k}} = 0,4 \sqrt{\frac{5}{400}} = 0,0447 \text{ (m)} = 4,47 \text{ (cm)}$$

$\Rightarrow$ Chọn C.

Ví dụ 4: Con lắc lò xo bố trí nằm ngang gồm lò xo nhẹ có độ cứng $k = 800 \text{ N/m}$, một đầu cố định, đầu còn lại gắn với vật nhỏ $M = 2 \text{ kg}$. Khi vật M đang đứng yên ở vị trí cân bằng thì vật nhỏ $m = 400 \text{ g}$ chuyển động với vận tốc $v_0 = 3 \text{ m/s}$ dọc theo trục lò xo đến va chạm đàn hồi vào nó. Biên độ dao động của vật M sau va chạm là

- A. 2,82 cm. B. 4,00 cm. C. 4,47 cm. D. 5,00 cm.

Giải

Từ định luật bảo toàn động lượng và định luật bảo toàn cơ năng ta có hệ:

$$\begin{cases} mv_0 = mv_m + Mv_M \\ \frac{1}{2} mv_0^2 = \frac{1}{2} mv_m^2 + \frac{1}{2} Mv_M^2 \end{cases}$$

$$\text{Giải ra được vận tốc của vật M là: } v_M = \frac{2mv_0}{m+M} = \frac{2 \cdot 0,4 \cdot 3}{0,4+2} = 1 \text{ (m/s)}$$

Vận tốc v_M này ở VTCB nên để tìm biên độ, ta có 2 cách:

$$\text{Cách 1: } A = \frac{v_M}{\omega} = v_M \sqrt{\frac{M}{k}} = 1 \sqrt{\frac{2}{800}} = 0,05 \text{ (m)} = 5 \text{ (cm)}$$

$$\text{Cách 2: } \frac{1}{2} k A^2 = \frac{1}{2} M v_M^2 \Rightarrow A = 5 \text{ (cm)} \Rightarrow \text{Chọn D.}$$

Ví dụ 5: Con lắc đơn có vật nhỏ khối lượng M đang đứng yên ở vị trí cân bằng thì một vật nhỏ khác khối lượng $m = M$ chuyển động theo phương ngang với tốc độ $20\pi \text{ (cm/s)}$ đến va chạm đàn hồi với M . Sau va chạm con lắc đơn dao động với biên độ góc $\alpha_{\max}$ và chu kì $T = 1 \text{ (s)}$. Lấy $g = \pi^2 \text{ (m/s}^2\text{)}$. Giá trị $\alpha_{\max}$ là

A. 0,1 rad. B. 0,2 rad. C. 15° . D. 23° .

Giải

Từ định luật bảo toàn động lượng và định luật bảo toàn cơ năng ta có hệ:

$$\begin{cases} mv_0 = mv_m + Mv_M \\ \frac{1}{2}mv_0^2 = \frac{1}{2}mv_m^2 + \frac{1}{2}Mv_M^2 \end{cases}$$

Giải ra được vận tốc của vật M là: $v_M = \frac{2mv_0}{m+M} = v_0 = 0,2\pi \text{ (m/s)}$

$$\text{Mặt khác: } v_M = \omega S_0 = \frac{2\pi}{T} l \alpha_{\max} = \frac{2\pi}{T} \cdot \frac{T^2 g}{4\pi^2} \alpha_{\max} = \frac{Tg\alpha_{\max}}{2\pi}$$

$$\Rightarrow \alpha_{\max} = 0,4\text{rad} \approx 23^\circ \Rightarrow \text{Chọn D.}$$

Chú ý: Để giải nhanh, bài toán trên đã giải sai do dùng $v_M = \omega S_0$

Vận dụng 1: Một viên đạn khối lượng 1 kg bay theo phương ngang với tốc độ 10 m/s đến cắm vào một quả cầu bằng gỗ khối lượng 1 kg được treo bằng một sợi dây nhẹ, mềm và không giãn. Kết quả là làm cho sợi dây bị lệch đi một góc tối đa 60° so với phương thẳng đứng. Lấy $g = 10 \text{ m/s}^2$. Chiều dài dây treo con lắc bằng

- A. 1,94 m. B. 10 m. C. 2,5 m. D. 6,24 m.

Vận dụng 2: Một viên đạn có khối lượng 5g bay theo phương ngang với vận tốc 400m/s đến cắm vào một quả cầu bằng gỗ khối lượng 500g được treo trên một sợi dây nhẹ, mềm và không giãn. Kết quả làm cho dây treo quả cầu bị lệch đi một góc 10° so với phương đứng. Lấy $g = 10 \text{ m/s}^2$. Chu kỳ dao động của quả cầu sau đó là

- A. 3,62s. B. 7,21s. C. 14,25s. D. 18,37s.

Ví dụ 6: Con lắc lò xo bố trí nằm ngang gồm lò xo nhẹ có độ cứng $k = 50 \text{ N/m}$ và vật nhỏ $M = 500\text{g}$ dao động điều hoà với biên độ A_0 . Đúng vào thời điểm vật M có tốc độ bằng không thì một vật nhỏ có khối lượng $m = 500/3 \text{ g}$ chuyển động dọc theo trục lò xo với tốc độ 1 (m/s) và chạm đàn hồi với M. Biết rằng sau va chạm, vật M dao động điều hoà với biên độ mới $A' = 10 \text{ cm}$. Giá trị của biên độ cũ A_0 là

- A. $5\sqrt{3} \text{ cm}$ B. $5\sqrt{2} \text{ cm}$ C. 4 cm. D. 5 cm.

Giải

Vận tốc của vật M sau va chạm đàn hồi là:

$$v_M = \frac{2mv_0}{m+M} = \frac{2 \cdot \frac{0,5}{3} \cdot 1}{\frac{0,5}{3} + 0,5} = 0,5 \text{ (m/s)} = 50 \text{ (cm/s)}$$

Sử dụng phương trình độc lập:

$$A'^2 = x^2 + \frac{v_M^2}{\omega^2} \text{ với } x = \pm A_0 \text{ và } \omega = \sqrt{\frac{k}{M}} = \sqrt{\frac{50}{0,5}} = 10 \text{ (rad/s) ta được:}$$

$$10^2 = A_0^2 + \frac{50^2}{10^2} \text{ suy ra } A_0 = 5\sqrt{3} \text{ (cm)} \Rightarrow \text{Chọn A.}$$

Vận dụng: Con lắc lò xo bố trí nằm ngang gồm lò xo nhẹ có độ cứng $k = 50 \text{ N/m}$ và vật nhỏ $M = 200 \text{ g}$ dao động điều hoà với biên độ $A = 4 \text{ cm}$. Đúng vào thời điểm vật M có tốc độ bằng không thì một vật nhỏ có khối lượng $m = 50 \text{ g}$ chuyển động dọc theo trục lò xo với tốc độ $200\sqrt{2} \text{ cm/s}$ và chạm đàn hồi với M . Sau va chạm, vật M sẽ dao động điều hoà với biên độ mới A' là

- A. $5\sqrt{3} \text{ cm}$ B. $5\sqrt{2} \text{ cm}$ C. $8,6 \text{ cm}$ D. $8,2 \text{ cm}$.

Ví dụ 7: Con lắc lò xo bố trí nằm ngang gồm vật nhỏ M có khối lượng 900 g dao động điều hoà với biên độ 4 cm . Khi M qua vị trí cân bằng, người ta thả nhẹ vật m có khối lượng 700 g lên M sao cho m dính chặt ngay vào M . Biên độ dao động mới của hệ m và M là

- A. $3\sqrt{2} \text{ cm}$ B. $2\sqrt{2} \text{ cm}$ C. 3 cm D. 4 cm .

Giải

Từ định luật bảo toàn động lượng $m\vec{0} + M\vec{v}_{\max} = (m + M)\vec{v}'$ ta được quan hệ đại số $M.v_{\max} = (m + M)v'$

$$\Rightarrow M\sqrt{\frac{k}{M}}.A = (m + M)\sqrt{\frac{k}{m + M}}.A'$$

$$\text{Thu được } A' = A\sqrt{\frac{M}{m + M}} = 4\sqrt{\frac{900}{700 + 900}} = 3 \text{ cm}$$

$\Rightarrow$ Chọn C.

Ví dụ 8: Một lò xo gồm vật nhỏ có khối lượng $M = 1,6 \text{ kg}$ dao động điều hoà theo phương ngang. Thời điểm ban đầu vật qua vị trí cân bằng với tốc độ 3 m/s . Sau khi dao động được $5,75$ chu kì, người ta đặt nhẹ lên trên M một vật có khối lượng $m = 900 \text{ g}$ để hai vật dính vào nhau và cùng dao động điều hoà. Tốc độ dao động cực đại của hệ hai vật có thể đạt được là

- A. $2,0 \text{ m/s}$ B. $4,0 \text{ m/s}$ C. $2,5 \text{ m/s}$ D. $2,4 \text{ m/s}$.

Giải

Sau $5,75$ chu kì vật M ra đến biên, tại đây tốc độ của M bằng 0 , nên sau khi thả nhẹ vật m , thì tại điểm này hệ $(M + m)$ vẫn có tốc độ bằng 0 , tức là vẫn là điểm biên của hệ hai vật $\Rightarrow A' = A$

$$\text{Viết: } \frac{v'_{\max}}{v_{\max}} = \frac{\omega' A'}{\omega A} = \frac{\sqrt{\frac{k}{M+m}}}{\sqrt{\frac{k}{M}}} = \sqrt{\frac{M}{M+m}} = \sqrt{\frac{1,6}{1,6+0,9}} = \frac{4}{5}$$

$$\Rightarrow v'_{\max} = \frac{4}{5} v_{\max} = \frac{4}{5} \cdot 3 = 2,4 \text{ m/s}$$

$\Rightarrow$ Chọn D.

Bài tập 1: (Trích câu 10 – đề số 4, Sách cẩm nang ôn luyện thi đại học môn vật lý, tập 2) Một con lắc lò xo nằm ngang, vật nhỏ khối lượng m đang dao động điều hòa với biên độ A . Khi vật đang ở li độ $x = A$, người ta nhẹ nhàng thả lên m một vật khác cùng khối lượng và hai vật dính chặt vào nhau. Biên độ dao động mới của con lắc là

A. $\frac{A}{\sqrt{2}}$

B. A .

C. $A\sqrt{2}$

D. $\frac{A}{2}$

Bài tập 2: (Trích câu 19 – đề số 3, Sách cẩm nang ôn luyện thi đại học môn vật lý, tập 2) Một con lắc lò xo gồm vật M và lò xo có độ cứng k đang dao động điều hòa trên mặt phẳng nằm ngang, nhẵn với biên độ A_1 . Đúng lúc vật M đang ở vị trí biên thì một vật m có khối lượng bằng khối lượng vật M , chuyển động theo phương ngang với vận tốc v_0 bằng vận tốc cực đại của vật M , đến va chạm với M . Biết va chạm giữa hai vật là đàn hồi xuyên tâm, sau va chạm vật M tiếp tục dao động điều hòa với biên độ A_2 . Tỷ số biên độ dao

động $\frac{A_1}{A_2}$ của vật M trước và sau va chạm là

A. $\frac{1}{2}$

B. $\frac{\sqrt{3}}{2}$

C. $\frac{2}{3}$

D. $\frac{\sqrt{2}}{2}$

Ví dụ 9: Con lắc lò xo có độ cứng 200 N/m treo vật nặng khối lượng $M = 1 \text{ kg}$ đang dao động điều hòa theo phương thẳng đứng với biên độ $12,5 \text{ cm}$. Khi M xuống đến vị trí thấp nhất thì có một vật nhỏ khối lượng $m = 500 \text{ g}$ bay theo phương thẳng đứng với tốc độ 6 m/s tới dính chặt vào M . Biên độ dao động của hệ hai vật sau va chạm là

A. $10\sqrt{3} \text{ cm}$

B. $10\sqrt{2} \text{ cm}$

C. 20 cm .

D. 25 cm .

Giải

Tốc độ của hệ hai vật sau va chạm không đàn hồi là:

$$v = \frac{mv_0}{m+M} = \frac{0,5 \cdot 6}{0,5+1} = 2 \text{ (m/s)} = 200 \text{ (cm/s)}$$

Do có thêm vật m nên hệ $(M + m)$ sẽ dao động xung quanh VTCB mới, vị trí này ở thấp hơn VTCB cũ một đoạn:

$$L = \Delta l_{02} - \Delta l_{01} = \frac{(m + M)g}{k} - \frac{Mg}{k} = \frac{mg}{k} = \frac{0,5 \cdot 10}{200} = 0,025\text{m} = 2,5\text{cm}$$

Vị trí kích thích cách VTCB mới một đoạn $x = A_0 - L = 12,5 - 2,5 = 10\text{cm}$

$$\text{Vậy: } A = \sqrt{x^2 + \frac{v^2}{\omega^2}} = \sqrt{x^2 + v^2 \cdot \frac{m + M}{k}} = \sqrt{10^2 + 200^2 \frac{0,5 + 1}{200}} = 20\text{ cm}$$

$\Rightarrow$ Chọn C.

Ví dụ 10: Một con lắc lò xo dao động điều hòa theo phương thẳng đứng trùng với trục của lò xo với biên độ 5 cm. Biết lò xo nhẹ có độ cứng $k = 100 \text{ N/m}$, vật nhỏ có khối lượng $M = 100 \text{ g}$. Lấy gia tốc trọng trường $g = 10 \text{ (m/s}^2\text{)}$. Lúc M ở dưới vị trí cân bằng 3 cm, một vật có khối lượng $m = 0,3 \text{ kg}$ đang chuyển động cùng vận tốc tức thời như M đến dính chặt vào M và cùng dao động điều hòa. Biên độ dao động mới của hệ sẽ là

- A. 8 cm. B. $6\sqrt{2}$ cm C. $6\sqrt{3}$ cm D. $5\sqrt{2}$ cm

Giải

VTCB mới ở thấp hơn VTCB cũ một đoạn:

$$L = \Delta l_{02} - \Delta l_{01} = \frac{(m + M)g}{k} - \frac{Mg}{k} = \frac{mg}{k} = \frac{0,3 \cdot 10}{100} = 0,03\text{m} = 3\text{cm}$$

$$\text{Tốc độ của hệ lúc tác động là } v_1^2 = \omega^2 (A^2 - x_1^2) = \frac{k}{M} (A^2 - x_1^2)$$

So với VTCB mới, vị trí tác động cách một khoảng $x = x_1 - L = 0$

$$\text{Vậy: } A = \sqrt{x^2 + \frac{v^2}{\omega^2}} = \sqrt{0^2 + \frac{k}{M} (A^2 - x_1^2) \cdot \frac{m + M}{k}} = \sqrt{(A^2 - x_1^2) \frac{m + M}{M}}$$

$$A = \sqrt{(0,05^2 - 0,03^2) \frac{0,1 + 0,3}{0,1}} = 0,08 \text{ (m)}$$

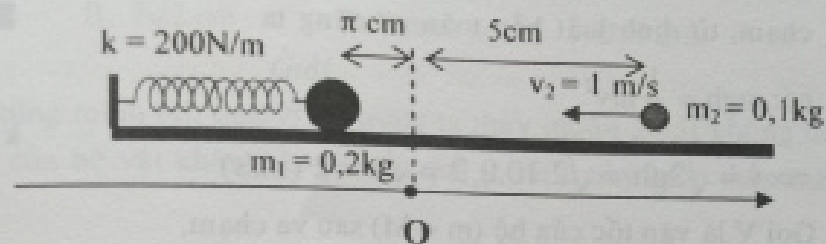
$\Rightarrow$ Chọn A.

Ví dụ 11: Con lắc lò xo có $k = 200 \text{ N/m}$, $m_1 = 200 \text{ g}$. Kéo m_1 đến vị trí lò xo nén một đoạn là π (cm) rồi buông nhẹ. Cùng lúc đó, một vật có khối lượng $m_2 = 100 \text{ g}$ bay theo phương ngang với vận tốc $v_2 = 1 \text{ m/s}$ cách vị trí cân bằng của m_1 một khoảng bằng 5 (cm) đến va chạm hoàn toàn đàn hồi với m_1 . Biên độ của vật m_1 sau va chạm là

- A. $\frac{\pi}{4}$ cm B. $\frac{\pi}{3}$ cm C. $\frac{\pi}{5}$ cm D. $\frac{\pi}{2}$ cm

Giải

- Con lắc lò xo có $\omega = \sqrt{\frac{k}{m_1}} = 10\pi \text{ rad/s}$, vì thả nhẹ nên biên độ dao động của m_1 lúc đầu là $A = \pi \text{ (cm)}$



- m_1 và m_2 sẽ va chạm với nhau tại vị trí cân bằng sau thời gian $0,05\text{s} = T/4$ (vì trong thời gian này m_1 về đến VTCB O còn m_2 đi được đoạn đúng bằng 5cm)
- Ngay trước khi va chạm, vật m_1 có $v_1 = v_{1\max} = \omega A = 10\pi \cdot \pi = 1 \text{ m/s}$, còn m_2 có $v_2 = -1 \text{ m/s}$ (chiều dương như hình vẽ)
- Gọi v'_1 và v'_2 là các vận tốc của các vật ngay sau va chạm. Áp dụng ĐLB

động lượng và động năng ta có

$$\begin{cases} m_1 v_1 + m_2 v_2 = m_1 v'_1 + m_2 v'_2 \\ \frac{m_1 v_1^2}{2} + \frac{m_2 v_2^2}{2} = \frac{m_1 v'^2_1}{2} + \frac{m_2 v'^2_2}{2} \end{cases} \text{ thay số và}$$

giải hệ có $v'_1 = -1/3 \text{ (m/s)}$

- Đó cũng chính là vận tốc của m_1 khi qua vị trí cân bằng theo chiều âm nhưng

với biên độ mới $v'_1 = -\omega A' \Rightarrow A' = \frac{\pi}{3} \text{ cm}$

Ví dụ 12: Con lắc lò xo gồm vật nặng có khối lượng $M = 600\text{g}$ và lò xo có độ cứng $k = 200 \text{ N/m}$ lỏng vào một trục thẳng đứng ngược như hình vẽ. Khi vật M đang đứng yên ở vị trí cân bằng thì một vật $m = 200\text{g}$ từ độ cao $h = 20\text{cm}$ so với vật M rơi không vận tốc ban đầu xuống va chạm với vật M . Bỏ qua sức cản không khí, lấy $g = 10 \text{ m/s}^2$, coi va chạm là va chạm mềm.

- Tính vận tốc của m ngay trước va chạm và vận tốc của 2 vật ngay sau va chạm.
- Sau va chạm hai vật dao động điều hoà, hãy viết phương trình dao động của hệ 2 vật nếu chọn gốc thời gian là lúc bắt đầu va chạm, gốc tọa độ là vị trí cân bằng của hệ vật $(M + m)$ sau khi va chạm.

- c) Tìm điều kiện của biên độ dao động của hệ hai vật để vật m không rời khỏi vật M trong quá trình hệ dao động.

Giải

- a) Gọi v là vận tốc của m ngay trước va chạm, từ định luật bảo toàn cơ năng ta

$$\text{có: } mgh = \frac{1}{2}mv^2$$

$$\Rightarrow v = \sqrt{2gh} = \sqrt{2 \cdot 10 \cdot 0,2} = \sqrt{4} = 2 \text{ (m/s)}$$

Gọi V là vận tốc của hệ (m + M) sau va chạm,

định luật bảo toàn động lượng cho ta: $m\vec{v} = (m + M)\vec{V}$

Chiếu phương trình này lên trục Ox ta có:

$$mv = (m + M)V \Rightarrow V = \frac{mv}{m + M} = 0,5 \text{ (m/s)}$$

- b) Phương trình dao động của hệ có dạng $x = A\cos(\omega t + \varphi)$

$$\text{Với: } \omega = \sqrt{\frac{k}{m + M}} = \sqrt{\frac{20}{0,8}} = 5 \text{ (rad/s)}$$

Vị trí kích thích dao động là VTCB của M, cách vị trí cân bằng của hệ vật (M + m) một đoạn

$$x = \Delta \ell_{m+m} - \Delta \ell_M = \frac{(M + m)g}{k} - \frac{Mg}{k} = \frac{mg}{k} = \frac{0,2 \cdot 10}{20} = 0,1 \text{ (m)}$$

$$\text{Tại } t = 0 \text{ ta có: } \begin{cases} x = A \cos \varphi = -10 \\ v = -A\omega \sin \varphi = 50 \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} A \cos \varphi = -10 \\ A \sin \varphi = -10 \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} A = 10\sqrt{2} \text{ cm} \\ \varphi = -\frac{3\pi}{4} \end{cases}$$

$$\Rightarrow \text{Phương trình dao động } x = 10\sqrt{2} \cos\left(5t - \frac{3\pi}{4}\right) \text{ cm.}$$

- c) Các lực tác dụng lên vật m gồm P và N nên ta có: $\vec{N} + \vec{P} = m\vec{a}$

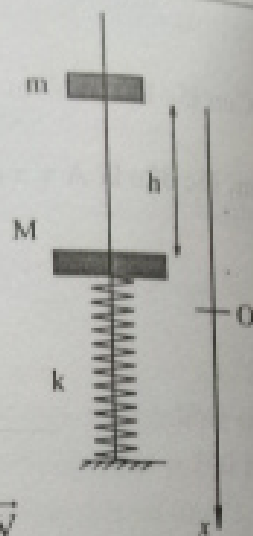
Chiếu lên trục Ox ta được: $-N + P = ma$

$$\Rightarrow N = P + mA\omega^2 \cos(\omega t + \varphi) = mg + mA\omega^2 \cos(\omega t + \varphi)$$

Vật m sẽ không rời khỏi vật M $\Leftrightarrow N \geq 0$, điều này sẽ luôn thỏa mãn nếu $N_{\min} \geq 0$

$$\text{Do } -1 \leq \cos(\omega t + \varphi) \leq 1 \Rightarrow N_{\min} = mg - mA\omega^2$$

$$\text{Vậy: } mg - mA\omega^2 \geq 0 \Rightarrow A \leq \frac{g}{\omega^2} \Rightarrow A_{\max} = \frac{g}{\omega^2} = \frac{10}{5^2} = 0,4 \text{ (m)} = 40 \text{ (cm)}$$



Ví dụ 13: Một con lắc lò xo dao động điều hòa theo phương thẳng đứng trùng với trục của lò xo. Biết lò xo nhẹ ở dưới có độ cứng $k = 50 \text{ N/m}$, vật nhỏ có khối lượng $M = 400 \text{ g}$ ở trên. Lấy gia tốc trọng trường $g = 10 \text{ m/s}^2$. Người ta đặt nhẹ nhàng lên M một gia trọng $m = 50 \text{ g}$ để cả hai vật cùng dao động điều hòa với biên độ A . Giá trị A không vượt quá

- A. $6\sqrt{3} \text{ cm}$ B. $7\sqrt{2} \text{ cm}$ C. 8 cm D. 9 cm .

Giải

Để khỏi phải chứng minh lại, qua ví dụ trước ta thấy muốn 2 vật không rời nhau thì gia tốc của hệ vật không được vượt quá g , điều này luôn thỏa mãn nếu

$$a_{\max} \leq g \Rightarrow \omega^2 A \leq g \Rightarrow A \leq g \cdot \frac{M+m}{k} = 10 \cdot \frac{0,4+0,05}{50} = 0,09 \text{ m}$$

$\Rightarrow$ Chọn D.

Vận dụng: Một con lắc lò xo dao động điều hòa theo phương thẳng đứng trùng với trục của lò xo. Biết lò xo nhẹ ở dưới có độ cứng $k = 50 \text{ N/m}$, vật nhỏ có khối lượng $M = 400 \text{ g}$ ở trên. Lấy gia tốc trọng trường $g = 10 \text{ m/s}^2$. Người ta đặt nhẹ nhàng lên M một gia trọng m để cả hai vật cùng dao động điều hòa với biên độ 12 cm . Giá trị m không được nhỏ hơn

- A. 100 g . B. 200 g . C. 300 g . D. 400 g .

Ví dụ 14: Một quả cầu khối lượng $M = 2 \text{ kg}$, gắn trên một lò xo nhẹ thẳng đứng có độ cứng $k = 800 \text{ N/m}$, đầu dưới của lò xo gắn với một vật khác làm đế có khối lượng M_d . Khi M đang đứng yên ở vị trí cân bằng thì một vật nhỏ có khối lượng $m = 400 \text{ g}$ rơi tự do từ độ cao $h = 1,8 \text{ m}$ xuống và chạm đàn hồi với M . Lấy gia tốc trọng trường $g = 10 \text{ m/s}^2$. Sau va chạm vật M dao động điều hòa theo phương thẳng đứng trùng với trục của lò xo. Muốn đế không bị nhấc lên khỏi sàn thì M_d không nhỏ hơn

- A. 4 kg . B. 5 kg . C. 6 kg . D. 7 kg .

Giải

* Tốc độ của m ngay trước va chạm $v = \sqrt{2gh} = 6 \text{ (m/s)}$

* Tốc độ của M sau va chạm đàn hồi $v_M = \frac{2mv}{m+M} = 2 \text{ (m/s)}$

M sẽ dao động với biên độ $A = \frac{v_M}{\omega} = v_M \cdot \sqrt{\frac{M}{k}} = 2 \cdot \sqrt{\frac{2}{800}} = 0,1 \text{ (m)}$

* Nếu lò xo luôn bị nén thì đế luôn bị ép xuống, nhưng nếu ngoài nén còn dãn thì sẽ có lúc lò xo sinh lực kéo đế hướng lên phía trên. Muốn đế không bị

nhấc lên khỏi sàn thì lực kéo lên của lực đàn hồi phải nhỏ hơn trọng lượng của đế. Điều này luôn thỏa mãn khi ta cho lực kéo lớn nhất $F_{\max} \leq M_d g$

$$\text{mà } F_{\max} = k(\Delta - \Delta l_0) = k\left(\Delta - \frac{Mg}{k}\right) = k\Delta - Mg$$

$$\text{nên } k\Delta - Mg \leq M_d g \Rightarrow M_d \geq \frac{k\Delta}{g} - M = \frac{800 \cdot 0,1}{10} - 2 = 6 \text{ (kg)}$$

Ví dụ 15: Một con lắc lò xo được treo thẳng đứng gồm vật nặng khối lượng $m = 1\text{kg}$, lò xo nhẹ có độ cứng $k = 100\text{N/m}$. Đặt giá B nằm ngang đỡ vật m để lò xo có chiều dài tự nhiên. Cho giá B chuyển động đi xuống với gia tốc $a = 2\text{m/s}^2$ không vận tốc ban đầu.

- Tính thời gian từ khi giá B bắt đầu chuyển động cho đến khi vật rời giá B.
- Chọn trục tọa độ có phương thẳng đứng, chiều dương hướng xuống, gốc tọa độ tại vị trí cân bằng của vật, gốc thời gian là lúc vật rời giá B. Viết phương trình dao động điều hòa của vật?

Giải

- Với vật m, theo hệ quả định luật II Newton ta có: $\vec{P} + \vec{N} + \vec{F}_{\Delta} = m\vec{a}$

Chiếu lên trục Ox được: $mg - N - k\Delta l = ma$

$$\text{Khi vật rời giá thì } N = 0 \text{ suy ra: } \Delta l = \frac{m(g-a)}{k} = 0,08 \text{ m}$$

Như vậy quãng đường vật đi được cho đến khi rời giá $S = 0,08\text{m}$.

$$\text{Vì } S = \frac{at^2}{2} \text{ nên thời gian cần tìm là } t = \sqrt{\frac{2S}{a}} = 0,283 \text{ s}$$

- Viết phương trình dao động

- Tần số góc: $\omega = \sqrt{\frac{k}{m}} = 10 \text{ rad/s}$

- Khi vật m ở VTCB, lò xo giãn: $\Delta l_0 = \frac{mg}{k} = 0,1\text{m}$

$$\text{Vận tốc của vật khi rời giá là: } v_0 = at = 40\sqrt{2} \text{ cm/s}$$

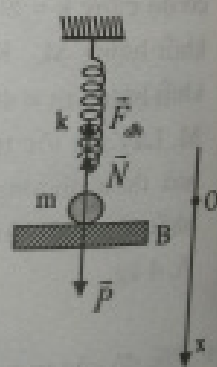
$$\text{Vị trí của vật khi rời giá là: } x_0 = \Delta l - \Delta l_0 = 0,08 - 0,1 = -0,02\text{m} = -2\text{cm}$$

$$\text{Nên biên độ của dao động: } A = \sqrt{x_0^2 + \frac{v_0^2}{\omega^2}} = 6 \text{ cm}$$

- Tại $t = 0$ thì $6\cos\varphi = -2$ và $v > 0$ suy ra $\varphi = -1,91 \text{ rad}$

$$\text{Vậy phương trình dao động là: } x = 6\cos(10t - 1,91) \text{ (cm)}$$

Ví dụ 16: Một con lắc lò xo treo thẳng đứng, vật nhỏ khối lượng $m = 1 \text{ kg}$, lò xo có độ cứng $k = 100 \text{ N/m}$, vật nặng được nâng bằng một mặt ngang đến vị trí



lò xo không biến dạng, sau đó cho mặt phẳng chuyển động nhanh dần đều xuống phía dưới với gia tốc 5 m/s^2 . Lấy gia tốc trọng trường $g = 10 \text{ m/s}^2$. Sau khi rời khỏi mặt phẳng nâng, vật dao động với biên độ là

- A. $5\sqrt{3} \text{ cm}$ B. $5\sqrt{2} \text{ cm}$ C. 5 cm D. 4 cm .

Giải

- * Tại thời điểm vật rời giá, vật đi được quãng đường:

$$S = \Delta l = \frac{m(g - a)}{k} = 0,05 \text{ m}$$

- * Thời gian tính đến thời điểm rời giá đỡ $t = \sqrt{\frac{2S}{a}} = \sqrt{0,02} \text{ s}$

Dễ dàng tính được tốc độ và độ lớn li độ của vật vào thời điểm rời giá đỡ là:

$$\begin{cases} v = at = 5\sqrt{0,02} \text{ (m/s)} \\ |x| = |S - \Delta l_0| = \left| S - \frac{mg}{k} \right| = 0,05 \text{ (m)} \end{cases}$$

Áp dụng phương trình độc lập thời gian ta được :

$$A = \sqrt{x^2 + \frac{v^2}{\omega^2}} = \sqrt{x^2 + v^2 \frac{m}{k}} = 0,05\sqrt{3} \text{ (m)} = 5\sqrt{3} \text{ (cm)}$$

$\Rightarrow$ Chọn A.

Ví dụ 17: Hai vật nhỏ A, B dán liền nhau có khối lượng $m_A = 100 \text{ g}$ và $m_B = 200 \text{ g}$, treo vào một lò xo có độ cứng $k = 50 \text{ N/m}$. Nâng hệ vật lên đến vị trí lò xo có chiều dài bằng chiều dài tự nhiên 30 cm rồi buông nhẹ để hệ vật dao động điều hòa. Chờ một thời gian ổn định, khi hai vật đến vị trí mà lực đàn hồi lò xo có độ lớn lớn nhất thì vật B bị bong và tách ra khỏi A. Kể từ thời điểm này, chỉ còn vật A dao động với chiều dài ngắn nhất của lò xo là

- A. 20 cm . B. 22 cm C. 21 cm . D. 23 cm .

Giải

- * VTCB cũ, lò xo bị dãn : $\Delta l_0 = \frac{(m_A + m_B)g}{k} = \frac{0,3 \cdot 10}{50} = 0,06 \text{ (m)}$ nên biên

độ lúc đầu $A = \Delta l_0 = 0,06 \text{ (m)}$

- * VTCB mới, lò xo bị dãn : $\Delta l'_0 = \frac{m_A \cdot g}{k} = \frac{0,1 \cdot 10}{50} = 0,02 \text{ (m)}$

- * VTCB mới cao hơn VTCB cũ một đoạn :

$$L = \Delta l_0 - \Delta l'_0 = 0,04 \text{ (m)}$$

Do đó biên độ sau là: $A' = A + L = 0,06 + 0,04 = 0,1 \text{ (m)} = 10 \text{ (cm)}$

Vậy chiều dài ngắn nhất của lò xo trong quá trình vật A dao động là :

$$\ell_{\min} = \ell'_{\text{c}} - A' = \ell_0 + \Delta \ell'_0 - A' = 30 + 2 - 10 = 22 \text{ (cm)}$$

$\Rightarrow$ Chọn B.

Ví dụ 18: Một con lắc lò xo đặt trên mặt phẳng nằm ngang gồm lò xo nhẹ có một đầu cố định, đầu kia gắn với vật nhỏ m_1 . Ban đầu giữ vật m_1 tại vị trí mà lò xo bị nén 8 cm, đặt vật nhỏ m_2 (có khối lượng bằng khối lượng vật m_1) trên mặt phẳng nằm ngang và sát với vật m_1 . Buông nhẹ để hai vật bắt đầu chuyển động theo phương của trục lò xo. Bỏ qua mọi ma sát. Ở thời điểm lò xo có chiều dài cực đại lần đầu tiên thì khoảng cách giữa hai vật m_1 và m_2 là

A. 4,6 cm.

B. 2,3 cm.

C. 5,7 cm.

D. 3,2 cm.

(Trích ĐTTTS vào các trường Đại học khối A, 2011)

Giải

- + Giai đoạn đầu, dưới tác dụng lực đẩy của lò xo, 2 vật còn tiếp xúc nhau và cùng chuyển động với biên độ $A = 8 \text{ cm}$ với vận tốc góc

$$\omega = \sqrt{\frac{k}{m_1 + m_2}} = \sqrt{\frac{k}{2m}} \quad \text{và khi}$$

đến vị trí cân bằng chúng đạt tốc độ lớn nhất $v_{\max} = \omega A$

- + Ngay sau khi chúng qua vị trí cân bằng, do thành phần lực tác dụng lên từng vật khác nhau nên tính chất chuyển động từng vật sẽ không giống nhau, điều này buộc hai vật tách nhau ra :

- Vật m_1 tiếp tục dao động với tốc độ lớn nhất $v_1 = v_{\max} = \omega A$ nhưng lúc

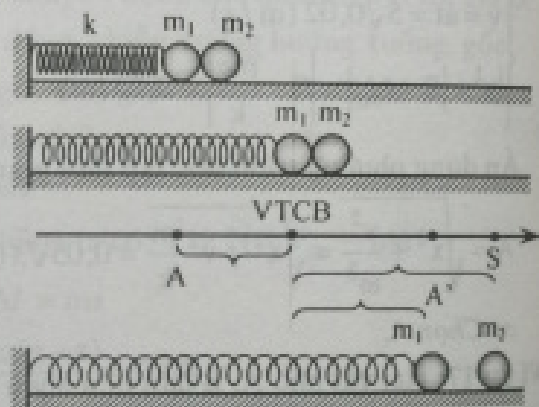
này chỉ với tần số góc $\omega' = \sqrt{\frac{k}{m_1}} = \sqrt{\frac{k}{m}} = \omega\sqrt{2}$ do đó có biên độ mới A'

được tính : $\omega \cdot A = \omega' \cdot A'$ suy ra $A' = \frac{\omega}{\omega'} \cdot A = \frac{A}{\sqrt{2}}$.

(Cách khác, theo năng lượng: $\frac{1}{2}kA'^2 = \frac{1}{2}kA^2 - \frac{1}{2}m_2v_2^2$ cũng được $A' = \frac{A}{\sqrt{2}}$)

- Vật m_2 chuyển động thẳng đều với tốc độ $v_2 = v_{\max} = \sqrt{\frac{k}{2m}} \cdot A$

Tính từ vị trí cân bằng, ở thời điểm lò xo có chiều dài cực đại lần đầu tiên thì vật m_2 sẽ đi được quãng đường



$$S = v_2 \cdot t = v_2 \cdot \frac{T_1}{4} = v_2 \cdot \frac{2\pi\sqrt{\frac{m_1}{k}}}{4} = \sqrt{\frac{k}{2m}} A \cdot \frac{2\pi\sqrt{m}}{4} = \frac{\pi A}{2\sqrt{2}}$$

Vậy khoảng cách giữa 2 vật là : $L = S - A' = \frac{\pi A}{2\sqrt{2}} - \frac{A}{\sqrt{2}} \approx 3,2 \text{ cm}$

$\Rightarrow$ Chọn D.

Ví dụ 19: Hai vật A và B có cùng khối lượng 1 kg và có kích thước nhỏ được nối với nhau bởi sợi dây mảnh nhẹ dài 5 cm, hai vật được treo vào lò xo có độ cứng $k = 100 \text{ N/m}$ tại nơi có gia tốc trọng trường $g = 10 \text{ m/s}^2$. Lấy $\pi^2 = 10$. Khi hệ vật và lò xo đang ở vị trí cân bằng, người ta đốt sợi dây nối hai vật làm vật B rơi tự do còn vật A sẽ dao động điều hòa. Lần đầu tiên vật A lên đến vị trí cao nhất thì khoảng cách giữa hai vật bằng

A. 70 cm.

B. 75 cm

C. 80 cm.

D. 65 cm.

Giải

+ Đối với vật A, sau khi vật B tách rời, nó sẽ dao động với chu kì :

$$T = 2\pi\sqrt{\frac{m}{k}} = \frac{\pi}{5} (\text{s}) \text{ và biên độ } A = \frac{mg}{k} = 0,1 (\text{m}) = 10 (\text{cm})$$

Khi A lên đến điểm cao nhất thì đi được quãng đường $S_A = 2A = 20 \text{ cm}$ và

$$\text{mất khoảng thời gian } t = \frac{T}{2} = 0,1\pi (\text{s})$$

+ Đối với vật B, trong khoảng thời gian $t = 0,1\pi (\text{s})$ nó sẽ rơi tự do được quãng

$$\text{đường } S_B = \frac{gt^2}{2} = \frac{10 \cdot (0,1\pi)^2}{2} = 0,5 (\text{m}) = 50 (\text{cm})$$

$$\text{Vậy khoảng cách giữa hai vật là : } L = L_0 + S_A + S_B = 75 (\text{cm})$$

$\Rightarrow$ Chọn B.

Vận dụng: Một con lắc lò xo treo thẳng đứng gồm lò xo có độ cứng 50 N/m một đầu được gắn cố định, đầu dưới gắn 2 vật nặng có khối lượng $m_1 = m_2 = 200 \text{ g}$. Ban đầu hai vật ở vị trí cân bằng, sau đó đột ngột cắt dây nối giữa 2 vật để một vật rời khỏi hệ.

a) Xác định biên độ và chu kì dao động của vật còn lại.

b) Xác định khoảng cách giữa hai vật khi vật còn lại gắn với lò xo chuyển động qua vị trí cân bằng.

Ví dụ 20: Một con lắc lò xo gồm lò xo nhẹ có độ cứng $k = 100 \text{ N/m}$ và quả cầu nhỏ bằng sắt có khối lượng $M = 600 \text{ g}$ có thể dao động không ma sát theo phương ngang Ox trùng với trục của lò xo. Một nam châm nhỏ có khối lượng $m = 200 \text{ g}$ được gắn với vật M , hai vật dính vào nhau nhờ lực từ và cùng dao động điều hòa với biên độ 10 cm . Để m luôn gắn với M thì lực hút (theo phương Ox) giữa chúng không nhỏ hơn

- A. $2,5 \text{ N}$. B. 2 N . C. 3 N . D. 4 N .

Giải

Muốn m không tách khỏi M thì lực từ liên kết giữa chúng phải không được nhỏ hơn lực quán tính cực đại, tức là:

$$F_k \geq m \cdot \omega^2 \cdot A = m \cdot \frac{k}{M + m} A = 0,2 \cdot \frac{100}{0,6 + 0,2} \cdot 0,1 = 2,5 \text{ N}$$

$\Rightarrow$ Chọn A.

Ví dụ 21: Một tấm ván M nằm ngang trên đó có một vật m tiếp xúc phẳng. Tấm ván dao động điều hòa theo phương nằm ngang với biên độ 10 cm . Thấy rằng vật sẽ bị trượt trên tấm ván khi chu kỳ dao động $T < 1 \text{ s}$. Lấy $\pi^2 = 10$ và $g = 10 \text{ m/s}^2$. Điều đó chứng tỏ hệ số ma sát trượt giữa vật và tấm ván không vượt quá

- A. $0,1$. B. $0,5$. C. $0,3$. D. $0,4$.

Giải

Vì vật đã bị trượt trên tấm ván nên lực quán tính cực đại lên vật đã lớn hơn ma sát trượt $F_{q \max} \geq F_{ms}$

$$\text{Suy ra } m \cdot \omega^2 A \geq \mu mg \Rightarrow \mu \leq \frac{\omega^2 A}{g} = \left(\frac{2\pi}{T} \right)^2 \frac{A}{g} = \left(\frac{2\pi}{1} \right)^2 \frac{0,1}{10} = 0,4$$

$\Rightarrow$ Chọn D.

Ví dụ 22: Một con lắc lò xo dao động điều hòa trên mặt phẳng ngang. Từ vị trí cân bằng người ta kéo vật ra 10 cm rồi buông nhẹ, tại li độ nào thì công suất của lực đàn hồi cực đại?

- A. 5 cm . B. $5\sqrt{3} \text{ cm}$. C. $5\sqrt{2} \text{ cm}$. D. 10 cm .

Giải

Công suất của lực đàn hồi $P = \frac{A}{t} = |F \cdot v|$ có thể viết thành $P = k\omega|x| \cdot \left| \frac{v}{\omega} \right|$ và

thấy rằng $P = k\omega|x| \cdot \left| \frac{v}{\omega} \right| \leq \frac{1}{2} k\omega \left(x^2 + \frac{v^2}{\omega^2} \right) = \frac{1}{2} k\omega A^2$

P lớn nhất khi xảy ra dấu bằng, lúc đó $x^2 = \frac{v^2}{\omega^2}$ nên $x^2 = \frac{A^2}{2}$

$\Rightarrow x = \pm \frac{A\sqrt{2}}{2} = \pm 5\sqrt{2}\text{cm} \Rightarrow \text{Chọn C.}$

Ví dụ 23: Một con lắc lò xo có độ cứng $k = 40\text{N/m}$ đầu trên được giữ cố định còn phía dưới gắn vật m . Nâng m lên đến vị trí lò xo không biến dạng rồi thả nhẹ vật dao động điều hòa theo phương thẳng đứng với biên độ $2,5\text{cm}$. Lấy $g = 10\text{m/s}^2$. Trong quá trình dao động, trọng lực của m có công suất tức thời cực đại bằng

- A. $0,41\text{W}$ B. $0,64\text{W}$ C. $0,5\text{W}$ D. $0,32\text{W}$

Giải

Công suất tức thời của trọng lực $P_{\text{tr}} = F \cdot v = P \cdot v = mg \cdot v$ với v là vận tốc của vật m

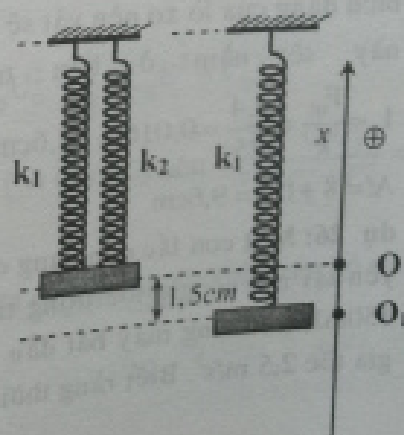
$P_{\text{max}} = mg \cdot v_{\text{max}} = mg \cdot \sqrt{\frac{kA^2}{m}} = gA \sqrt{mk} = gA \sqrt{\frac{kA}{g}}$; (vì $A = \Delta l_0$)

$\Rightarrow P_{\text{max}} = kA \sqrt{Ag} = 40 \cdot 2,5 \cdot 10^{-2} \cdot \sqrt{2,5 \cdot 10^{-2} \cdot 10} = 0,5\text{W.}$

Ví dụ 24: Hai lò xo có độ cứng lần lượt là $k_1 = 100\text{N/m}$ và $k_2 = 150\text{N/m}$. Treo vật khối lượng $m = 250\text{g}$ vào hai lò xo ghép song song. Treo vật xuống dưới vị trí cân bằng 1 đoạn $4/\pi \text{ cm}$ rồi thả nhẹ. Khi vật qua vị trí cân bằng thì lò xo 2 bị đứt. Biên độ dao động của vật sau khi lò xo 2 bị đứt là

- A. $3,5 \text{ cm}$ B. 2cm
C. $2,5 \text{ cm}$ D. 3cm

Giải:



- * Gọi O là vị trí cân bằng của vật khi còn hệ 2 lò xo, dễ dàng tính được tại đó hệ giãn một đoạn 1cm
- * Gọi O_1 là vị trí cân bằng của vật khi chỉ còn k_1 , lúc đó độ giãn của riêng k_1 là $2,5\text{cm}$

Vậy $OO_1 = 1,5\text{cm}$

- + Đối với hệ 2 lò xo, kéo m xuống dưới VTCB đoạn $4/\pi\text{ cm}$ rồi thả nhẹ thì $A_{bc} = 4/\pi\text{ cm} \Rightarrow$ Lúc đi qua VTCB O thì vận tốc là

$$v = A_{bc} \cdot \omega_{bc} = A_{bc} \cdot \sqrt{\frac{k_1 + k_2}{m}} = 40\text{ cm/s}$$

- + Ngay tại vị trí O này k_2 đứt, con lắc bây giờ là con lắc mới gồm k_1 và m. Đối với con lắc này VTCB mới là O_1 và vật m qua vị trí O có $x = +1,5\text{cm}$ với $v = 40\text{ cm/s}$ tần số góc mới $\omega_1 = \sqrt{\frac{k_1}{m}} = 20\text{ rad/s}$

Cuối cùng, áp dụng công thức độc lập thời gian, ta được $A_1 = 2,5\text{cm}$

Ví dụ 25: Trong thang máy treo một con lắc lò xo có độ cứng 25N/m , vật nặng có khối lượng 400 g . Khi thang máy đứng yên ta cho con lắc dao động điều hoà, chiều dài con lắc thay đổi từ 32cm đến 48cm . Tại thời điểm mà vật ở vị trí thấp nhất thì cho thang máy đi xuống nhanh dần đều với gia tốc $a = g/10$. Lấy $g = \pi^2 = 10\text{ m/s}^2$. Biên độ dao động của vật ở trường hợp sau là

- A. 17 cm . B. $19,2\text{ cm}$. C. $8,5\text{ cm}$. D. $9,6\text{ cm}$.

Giải

- + Biên độ dao động con lắc lúc đầu $A = \frac{l_{\max} - l_{\min}}{2} = \frac{48 - 32}{2} = 8\text{cm}$
- + Độ biến dạng ở VTCB lúc đầu: $\Delta l_0 = \frac{mg}{k} = \frac{0,4 \cdot 10}{25} = 0,16\text{m} = 16\text{cm}$
- + Tại thời điểm mà vật ở vị trí thấp nhất, người ta cho thang máy đi xuống nhanh dần đều với gia tốc $a = g/10$ thì vật nặng của con lắc chịu tác dụng lực quán tính $F_{qt} = ma = 0,4 \cdot 1 = 0,4\text{N}$ hướng lên trên, lực này sẽ làm giảm sự biến dạng của lò xo nên vật sẽ dao động xung quanh VTCB mới, VTCB mới này sẽ nằm ở bên trên và cách VTCB cũ một đoạn $L = \frac{F_{qt}}{k} = \frac{0,4}{25} = 0,016\text{m} = 1,6\text{cm}$. Vậy sau đó vật dao động biên độ mới là $A' = 8 + 1,6 = 9,6\text{cm}$

Ví dụ 26: Một con lắc đơn đang dao động điều hoà trong một thang máy đứng yên tại nơi có gia tốc trọng trường $g = 9,8\text{m/s}^2$ với năng lượng dao động 150mJ , thì thang máy bắt đầu chuyển động nhanh dần đều xuống dưới với gia tốc $2,5\text{ m/s}^2$. Biết rằng thời điểm thang máy bắt đầu chuyển động là lúc

con lắc có vận tốc bằng không, con lắc sẽ tiếp tục dao động điều hòa trong thang máy với năng lượng

- A. 201mJ. B. 141mJ. C. 112mJ. D. 83,8mJ.

Giải

Lúc đầu dao động với tần số góc ω , biên độ dài S_0 nên có cơ năng:

$$E = \frac{1}{2} m \omega^2 S_0^2$$

Về sau dao động với tần số góc ω' , biên độ dài S_0 nên có cơ năng:

$$E' = \frac{1}{2} m \omega'^2 S_0^2$$

(Do thời điểm thang máy bắt đầu chuyển động là lúc con lắc có vận tốc bằng không nên biên độ dài S_0 không thay đổi)

$$\Rightarrow \frac{E'}{E} = \frac{\omega'^2}{\omega^2} \Rightarrow E' = \left(\frac{g'}{g} \right) \cdot E = \left(\frac{g-a}{g} \right) \cdot E = \left(\frac{9,8-2,5}{9,8} \right) \cdot 150 = 112(\text{mJ})$$

$\Rightarrow$ Đáp án C.

Ví dụ 27: Hai tụ điện $C_1 = 3C_0$ và $C_2 = 6C_0$ mắc nối tiếp. Nối hai đầu bộ tụ với pin có suất điện động $E = 3V$ để nạp điện cho các tụ rồi ngắt ra và nối với cuộn dây thuần cảm L tạo thành mạch dao động điện từ tự do. Tại thời điểm dòng điện qua cuộn dây có độ lớn bằng một nửa giá trị dòng điện cực đại, người ta dùng một dây dẫn điện để nối tắt hai cực của tụ C_1 . Hiệu điện thế cực đại trên tụ C_2 của mạch dao động sau đó là

- A. $\frac{3\sqrt{3}}{2} V$ B. $\sqrt{3} V$ C. $\frac{\sqrt{6}}{2} V$ D. $\sqrt{6} V$

Giải

+ Năng lượng của mạch lúc đầu $W = \frac{1}{2} C_b U_0^2 = \frac{1}{2} \cdot 2C_0 E^2 = C_0 E^2$
 (vì C_1 nt C_2 nên $C_b = \frac{C_1 C_2}{C_1 + C_2} = 2C_0$)

+ Từ $\left(\frac{i}{I_0} \right)^2 + \left(\frac{u}{U_0} \right)^2 = 1$ nên khi $i = \frac{1}{2} I_0$ ta có điện áp tức thời trên bộ tụ là:

$$u = U_0 \sqrt{1 - \left(\frac{i}{I_0} \right)^2} = \frac{U_0 \sqrt{3}}{2} = \frac{E\sqrt{3}}{2}$$

+ Từ hệ $\begin{cases} u_1 + u_2 = u \\ q_1 = q_2 \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} u_1 + u_2 = u \\ C_1 u_1 = C_2 u_2 \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} u_1 + u_2 = \frac{E\sqrt{3}}{2} \\ 3C_0 u_1 = 6C_0 u_2 \end{cases} \Rightarrow u_1 = \frac{E\sqrt{3}}{3}$

Năng lượng điện trường tức thời còn nằm trong tụ C_1 là:

$$W_1 = \frac{1}{2} C_1 u_1^2 = \frac{1}{2} \cdot 3C_0 \cdot \left(\frac{E\sqrt{3}}{3} \right)^2 = \frac{1}{2} C_0 E^2$$

+ Vì tụ C_1 bị loại bỏ khỏi mạch nên năng lượng còn lại của mạch là:

$$W' = W - W_1 = C_0 E^2 - \frac{1}{2} C_0 E^2 = \frac{1}{2} C_0 E^2$$

Do còn C_2 nên $W_2' = W' \Rightarrow W_2' = \frac{1}{2} C_0 E^2 \Rightarrow \frac{1}{2} C_2 U_{02}^2 = \frac{1}{2} C_0 E^2$

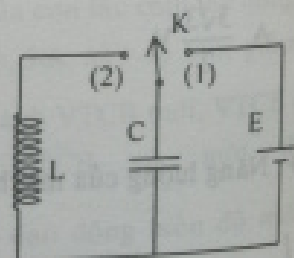
$$\Rightarrow \frac{1}{2} \cdot 6C_0 U_{02}^2 = \frac{1}{2} C_0 E^2 \Rightarrow U_{02} = \frac{E}{\sqrt{6}} = \frac{3}{\sqrt{6}} = \frac{\sqrt{6}}{2} \text{ V}$$

$\Rightarrow$ Chọn C.

Vận dụng: Bài toán này cũng có nội dung tương tự của bài toán trên nhưng chỉ khác là hai tụ ghép song song, qua đó hãy tự rút ra kinh nghiệm giải nhanh cho những bài toán loại này.

Ví dụ 28: Cho mạch dao động lí tưởng như hình vẽ. Tụ điện có điện dung $20\mu\text{F}$, cuộn dây có độ tự cảm $0,2\text{H}$, suất điện động của nguồn điện là 5V . Ban đầu khóa K ở chốt (1), sau khi tụ điện đã tích đầy điện, chuyển khóa K sang chốt (2), trong mạch có dao động điện từ.

1. Tính cường độ dòng điện cực đại qua cuộn dây.
2. Tính cường độ dòng điện qua cuộn dây tại thời điểm điện tích trên tụ chỉ bằng một nửa giá trị điện tích của tụ khi khóa K còn ở (1).
3. Tính hiệu điện thế giữa hai bản tụ điện khi một nửa năng lượng điện trên tụ điện đã chuyển thành năng lượng từ trong cuộn dây.



Giải

1. Khi khóa K ở chốt (1), tụ điện được tích năng lượng điện $W = \frac{1}{2} C E^2$

Khi khóa K chuyển sang chốt (2), năng lượng W trên là năng lượng toàn phần của dao động trong mạch, vì vậy ta có:

$$\frac{1}{2}LI_0^2 = \frac{1}{2}CE^2 \Rightarrow I_0 = E\sqrt{\frac{C}{L}} = 5\sqrt{\frac{20 \cdot 10^{-6}}{0,2}} = 0,05A$$

2. Với $q = \frac{1}{2}Q_0 = \frac{1}{2}CE$, từ công thức tính năng lượng điện từ:

$$\frac{1}{2}Li^2 + \frac{1}{2}\frac{q^2}{C} = \frac{1}{2}LI_0^2 \Rightarrow i = \sqrt{I_0^2 - \frac{q^2}{LC}} = \sqrt{I_0^2 - \frac{1}{4}\frac{C}{L}E^2} \text{ thay số được } i = 43mA$$

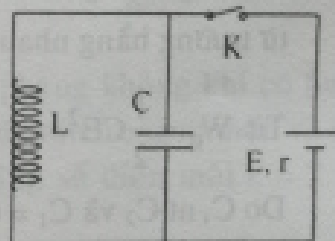
3. Khi một nửa năng lượng điện trường đã chuyển thành năng lượng từ trường, ta có

$$W_d = W_t = \frac{1}{2}W, \text{ hay } \frac{1}{2}Cu^2 = \frac{1}{2}\frac{1}{2}CE^2 \Rightarrow u = \frac{E}{\sqrt{2}} = \frac{5}{\sqrt{2}} = 3,54V$$

Ví dụ 29: Cho mạch điện như hình vẽ bên. Cuộn dây thuần cảm có độ tự cảm $L = 4 \cdot 10^{-3}H$, tụ điện có điện dung $C = 0,1mF$, nguồn điện có suất điện động $E = 6mV$ và điện trở trong $r = 2\Omega$. Ban đầu khóa k đóng, khi dòng điện đã chạy ổn định trong mạch, ngắt khóa k .

1. Tính cường độ dòng điện cực đại qua cuộn dây. Hãy so sánh hiệu điện thế cực đại giữa hai bản tụ điện với suất điện động của nguồn cung cấp ban đầu.

2. Tính điện tích trên tụ điện khi năng lượng từ trường trong cuộn dây gấp 3 lần năng lượng điện trường trong tụ điện.



Giải

1. Ban đầu khóa K đóng, dòng điện qua cuộn dây $I_0 = \frac{E}{r} = \frac{6}{2} = 3mA$

Vì điện trở cuộn dây bằng không nên hiệu điện thế hai đầu cuộn dây cũng chính là hiệu điện thế giữa hai bản tụ điện bằng 0, do đó tụ điện chưa tích điện. Năng lượng trong mạch LC hoàn toàn ở dạng năng lượng từ trường

$$\text{trong cuộn dây: } W = \frac{1}{2}LI_0^2 = \frac{1}{2} \cdot 4 \cdot 10^{-3} \cdot 0,003^2 = 1,8 \cdot 10^{-8}J$$

Khi ngắt khóa K , mạch dao động với năng lượng toàn phần bằng W , ta có:

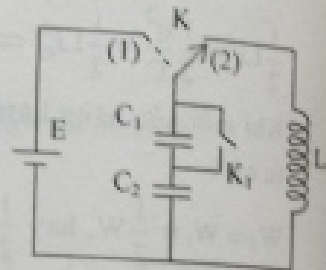
$$\frac{1}{2}CU_0^2 = \frac{1}{2}L\left(\frac{E}{r}\right)^2 \Rightarrow \frac{U_0}{E} = \frac{1}{r}\sqrt{\frac{L}{C}} = \frac{1}{2}\sqrt{\frac{4 \cdot 10^{-3}}{10^{-3}}} = 10$$

Vậy, hiệu điện thế cực đại giữa hai bản tụ điện trong quá trình dao động lớn gấp 10 lần suất điện động của nguồn điện cung cấp.

2. Theo đề ra $W_1 = 3W_d = \frac{3}{4}W \Rightarrow \frac{1}{2} \frac{q^2}{C} = \frac{3}{4}W$

Vậy $q = \sqrt{\frac{3}{2}CW} = \sqrt{\frac{3}{2} \cdot 10^{-5} \cdot 1,8 \cdot 10^{-5}} = 5,2 \cdot 10^{-7} C$

Ví dụ 30: Trong mạch dao động như hình vẽ, bộ tụ điện gồm 2 tụ C_1, C_2 giống nhau được cấp năng lượng $W_0 = 10^{-6} J$ từ nguồn điện một chiều có suất điện động $E = 4V$. Chuyển K từ (1) sang (2). Cứ sau những khoảng thời gian như nhau $t_1 = 10^{-6} s$ thì năng lượng điện trường trong tụ điện và năng lượng từ trường trong cuộn cảm bằng nhau.



1. Xác định cường độ dòng điện cực đại trong cuộn dây.
2. Đóng K_1 vào lúc cường độ dòng điện cuộn dây đạt cực đại. Tính lại hiệu điện thế cực đại trên cuộn dây.

Giải

1. Khoảng thời gian liên tiếp giữa 2 lần năng lượng điện trường và năng lượng từ trường bằng nhau $t_1 = T/4$, vậy chu kỳ của mạch LC là $T = 4t_1 = 4 \cdot 10^{-6} s$

Từ $W_0 = \frac{1}{2}CE^2 \Rightarrow C = \frac{2W_0}{E^2} = \frac{2 \cdot 10^{-6}}{4^2} = 0,125 \cdot 10^{-6} F$

Do C_1 nt C_2 và $C_1 = C_2$ nên $C_1 = C_2 = 2C = 0,25 \cdot 10^{-6} F$

Từ $T = 2\pi\sqrt{LC} \Rightarrow L = \frac{T^2}{4\pi^2 C} = \frac{16 \cdot 10^{-12}}{4\pi^2 \cdot 0,125 \cdot 10^{-6}} = 3,24 \cdot 10^{-6} H$

Mặt khác $W_0 = \frac{1}{2}LI_0^2 \Rightarrow I_0 = \sqrt{\frac{2W_0}{L}} = \sqrt{\frac{2 \cdot 10^{-6}}{3,24 \cdot 10^{-6}}} = 0,785 A$

2. Do đóng K_1 vào lúc cường độ dòng điện qua cuộn dây đạt cực đại nên năng lượng trên các tụ điện bằng không, mặc dù tụ C_1 bị loại khỏi hệ dao động nhưng năng lượng của mạch không bị C_1 lấy đi, vì vậy sau khi đóng K_1 năng lượng điện từ của mạch mới vẫn bằng W_0 .

Do còn C_2 nên $\frac{1}{2}C_2 U_0^2 = W_0 \Rightarrow U_0 = \sqrt{\frac{2W_0}{C_2}} = \sqrt{\frac{2 \cdot 10^{-6}}{0,25 \cdot 10^{-6}}} = 2,83 V$

Ví dụ 31: Mạch dao động gồm cuộn dây và tụ điện phẳng không khí có bước sóng điện từ mà mạch cộng hưởng được là 50 m. Nếu nhúng một phần ba diện tích các bản tụ ngập vào trong dầu có hằng số điện môi $\epsilon = 2$ thì bước sóng điện từ cộng hưởng với mạch sẽ là

- A. 60 m. B. 33,3 m. C. 57,7 m. D. 75 m.

Giải

- + Với $\lambda = 50\text{m}$ thì lúc đầu điện dung của tụ điện có giá trị $C_0 = \frac{S}{9 \cdot 10^9 \cdot 4\pi d}$
- + Khi nhúng một phần ba diện tích các bản tụ ngập vào trong điện môi lỏng có hằng số điện môi $\epsilon = 2$ thì tụ bị chia thành 2 tụ

$$\text{Tụ không khí } C_1 = \frac{\frac{2}{3} \cdot S}{9 \cdot 10^9 \cdot 4\pi d} = \frac{2}{3} C_0$$

$$\text{Tụ dầu } C_2 = \frac{\epsilon \cdot \frac{1}{3} \cdot S}{9 \cdot 10^9 \cdot 4\pi d} = \frac{2}{3} C_0$$

Vì hai tụ này mắc song song nên điện dung tương đương của chúng bằng

$$C = C_1 + C_2 = \frac{4}{3} C_0$$

$$+ \text{ Vậy } \lambda' = \lambda \sqrt{\frac{4}{3}} = 50 \sqrt{\frac{4}{3}} \approx 57,7(\text{m}) \Rightarrow \text{Chọn C.}$$

Ví dụ 32: Mạch dao động gồm cuộn dây và tụ điện phẳng không khí có bước sóng điện từ mà mạch cộng hưởng được là 80 m. Đặt vào trong tụ điện và sát vào một bản tụ một tấm điện môi dày 0,5d có hằng số điện môi $\epsilon = 2$ thì bước sóng điện từ cộng hưởng với mạch sẽ là

- A. 80 m. B. 92,37m. C. 40 m. D. 60 m.

Giải

- + Với $\lambda = 80\text{m}$ thì lúc đầu điện dung của tụ điện có giá trị $C_0 = \frac{S}{9 \cdot 10^9 \cdot 4\pi d}$
- + Khi đặt vào trong tụ điện và sát vào một bản tụ một tấm điện môi dày 0,5d có hằng số điện môi $\epsilon = 2$ thì ta có hai tụ ghép nối tiếp

$$\begin{cases} C_1 = \frac{S}{9 \cdot 10^9 \cdot 4\pi \cdot 0,5d} = 2C_0 \\ C_2 = \frac{\epsilon S}{9 \cdot 10^9 \cdot 4\pi \cdot 0,5d} = 4C_0 \end{cases} \text{ nên } C = \frac{C_1 \cdot C_2}{C_1 + C_2} = \frac{4}{3} C_0$$

$$+ \text{ Vậy } \lambda' = \lambda \sqrt{\frac{4}{3}} = 80 \sqrt{\frac{4}{3}} \approx 92,37(\text{m})$$

$\Rightarrow$ Chọn B.

XI. CÁC PHƯƠNG PHÁP CƠ BẢN ĐỂ GIẢI QUYẾT BÀI TOÁN GIAO THOA ÁNH SÁNG VỚI MỘT HOẶC NHIỀU BỨC XẠ

A. GIAO THOA VỚI MỘT BỨC XẠ ĐƠN SẮC λ

Phương pháp tính số vân sáng (vân tối) cho cả trường giao thoa PQ:

Có nhiều cách làm, tuy nhiên cách tổng quát nhất vẫn là viết tọa độ vân sáng (hoặc vân tối) rồi cho tọa độ này thuộc $\frac{-PQ}{2} \leq x \leq \frac{PQ}{2}$ ta sẽ thu được bất phương trình $n \leq k \leq m$, có bao nhiêu số giá trị k nguyên thì sẽ có bấy nhiêu vạch.

Với 2 điểm M, N bất kì trên trường giao thoa ta làm tương tự, cho $x_N \leq x \leq x_M$ với lưu ý rằng:

M, N cùng phía với vân trung tâm thì x_N và x_M cùng dấu.

M, N khác phía với vân trung tâm thì x_N và x_M khác dấu.

và cần phân biệt ĐOẠN và KHOẢNG

Nếu tính trên đoạn MN thì $x_N \leq x \leq x_M$

Nếu tính trên khoảng MN thì $x_N < x < x_M$

Ví dụ 1: Trong thí nghiệm Y-âng về giao thoa ánh sáng, người ta chiếu sáng hai khe hẹp bằng ánh sáng đơn sắc có bước sóng $0,5 \mu\text{m}$. Khoảng cách giữa hai khe hẹp là $0,5 \text{ mm}$, khoảng cách từ hai khe hẹp đến màn quan sát bằng 2 m . Thấy rằng khoảng cách giữa hai vân sáng ngoài cùng trên màn quan sát là 19 mm . Tìm số vân sáng, vân tối có trên màn?

Giải

+ Khoảng vân $i = \frac{\lambda D}{a} = 2 \cdot 10^{-3} \text{ m} = 2 \text{ mm}$.

+ Vị trí của vân sáng trên màn: $x = k \frac{\lambda D}{a} = ki$

$$\text{Vt: } -\frac{L}{2} \leq x \leq \frac{L}{2} \text{ nên ta có } -\frac{L}{2i} \leq k \leq \frac{L}{2i} \Rightarrow -\frac{19}{4} \leq k \leq \frac{19}{4}$$

$$\Rightarrow -4,75 \leq k \leq 4,75. \text{ Mặt khác } k \in \mathbb{Z} \Rightarrow k = 0, \pm 1, \dots, \pm 4.$$

Thấy rằng có tất cả 9 giá trị nguyên của k nên có 9 vân sáng trên màn

+ Vị trí của vân tối trên màn: $x = \left(k + \frac{1}{2}\right) \frac{\lambda D}{a} = \left(k + \frac{1}{2}\right)i$

$$\forall -\frac{L}{2} \leq x \leq \frac{L}{2} \Rightarrow -\frac{L}{2i} \leq k + \frac{1}{2} \leq \frac{L}{2i} \Rightarrow -\frac{19}{4} - \frac{1}{2} \leq k \leq \frac{19}{4} - \frac{1}{2}$$

$$\Rightarrow -5,25 \leq k \leq 4,25. \text{ Mặt khác } k \in \mathbb{Z} \Rightarrow k = 0, \pm 1, \dots, \pm 4, -5.$$

Thấy có 10 giá trị nguyên của k nên có 10 vân tối.

Ví dụ 2: Tiến hành giao thoa bằng ánh sáng đơn sắc với khe Y-Âng, biết $a = 2\text{mm}$, $D = 2\text{m}$. Ánh sáng giao thoa có bước sóng $\lambda = 0,75\mu\text{m}$. Gọi M và N là hai điểm nằm trong trường giao thoa, nằm khác phía nhau so với vân chính giữa, có $OM = 16,125\text{mm}$, $ON = 8,6\text{mm}$. Tổng số vân sáng và số vân tối trong khoảng giữa M và N là

- A. 64 vân. B. 63 vân. C. 62 vân. D. 65 vân.

Giải

+ Khoảng vân giao thoa: $i = \frac{\lambda D}{a} = \frac{0,75 \cdot 10^{-3} \cdot 2 \cdot 10^3}{2} = 0,75\text{mm}$

+ Với vân sáng, tọa độ x thỏa mãn:

$$(-OM) - 16,125\text{mm} < x = ki = k \cdot 0,75 < 8,6\text{mm} (= ON).$$

$$\Rightarrow -21,5 < k < 11,47 \Rightarrow k = -21; -19; -18; \dots; 0; 1; 2; \dots; 11.$$

Vậy số vân sáng giữa M và N là: $N_s = 11 - (-21) + 1 = 33.$

+ Với vân tối, tọa độ x thỏa mãn:

$$-OM = -16,125\text{mm} < x = \left(k + \frac{1}{2}\right)i = \left(k + \frac{1}{2}\right)0,75 < ON = 8,6\text{mm}$$

$$\Rightarrow -21,5 < k + \frac{1}{2} < 11,47 \Leftrightarrow -22 < k < 10,97$$

$$\Rightarrow k = -21; -19; -18; \dots; 0; 1; 2; \dots; 10.$$

Vậy số vân tối giữa M và N là: $N_T = 10 - (-21) + 1 = 32.$

Tổng số vân sáng và tối trong khoảng giữa M và N là: $33 + 32 = 65.$

Ví dụ 3: Tiến hành giao thoa bằng ánh sáng đơn sắc với khe Y-Âng, hai khe cách nhau 1mm , khoảng cách từ hai khe tới màn quan sát là 2m . Biết ánh sáng có bước sóng $\lambda = 0,6\mu\text{m}$. Gọi M và N là hai điểm nằm trong trường giao thoa, nằm khác phía nhau so với vân chính giữa, có $OM = 6,8\text{mm}$, $ON = 18,6\text{mm}$. Số vân sáng và số vân tối trong đoạn MN là

A. 20 vân sáng và 21 vân tối.

B. 21 vân sáng và 22 vân tối.

C. 22 vân sáng và 21 vân tối.

D. 22 vân sáng và 22 vân tối.

Giải

Khoảng vân: $i = \frac{\lambda D}{a} = \frac{0,6 \cdot 10^{-3} \cdot 2 \cdot 10^3}{1} = 1,2\text{mm}.$

+ Với vân sáng, tọa độ x thỏa mãn:

$$(-OM) - 6,8\text{mm} \leq x = k_i = k.1,2 \leq 18,6\text{mm} (= ON).$$

$$\Rightarrow -5,67 \leq k \leq 15,5$$

$$\Rightarrow k = -5; -4; -3; \dots; 0; 1; 2; \dots; 15.$$

Vậy số vân sáng giữa M và N là: $N_S = 15 - (-5) + 1 = 21$.

+ Với vân tối, tọa độ x thỏa mãn:

$$-OM = -6,8\text{mm} \leq x = \left(k + \frac{1}{2}\right)i = \left(k + \frac{1}{2}\right).1,2 \leq ON = 18,6\text{mm}$$

$$\Rightarrow -5,67 \leq k + \frac{1}{2} \leq 15,5 \Leftrightarrow -6,17 \leq k \leq 15$$

$$\Rightarrow k = -6; -5; -4; \dots; 0; 1; 2; \dots; 15.$$

Vậy số vân tối giữa M và N là: $N_T = 15 - (-6) + 1 = 22 \Rightarrow \text{Đáp án B.}$

B. GIAO THOA VỚI HAI BỨC XẠ ĐƠN SẮC λ_1 VÀ λ_2

1. Dạng bài toán liên quan đến 2 vân sáng trùng nhau của 2 bức xạ. Cách tính số vạch trùng nhau và số vạch quan sát được. Bài toán xuôi, ngược.

Phương pháp giải

- Khi 2 vân sáng của 2 bức xạ trùng nhau thì: $x_{S_1} = x_{S_2} \Rightarrow k_1 \frac{\lambda_1 D}{a} = k_2 \frac{\lambda_2 D}{a}$

$$\Rightarrow k_1 \lambda_1 = k_2 \lambda_2 \Rightarrow \frac{k_1}{k_2} = \frac{\lambda_2}{\lambda_1} = \text{Phân số tối giản} = \frac{a}{b}$$

$$\Rightarrow \text{Có thể viết } \begin{cases} k_1 = an \\ k_2 = bn \end{cases} \text{ và vị trí trùng } x_n = an \frac{\lambda_1 D}{a} \text{ hoặc } x_n = bn \frac{\lambda_2 D}{a}$$

- Cho x_n nằm trong vùng khảo sát $(-\frac{L}{2} \leq x_n \leq \frac{L}{2})$ hoặc $x_M \leq x_n \leq x_N$ ta sẽ thu được số giá trị nguyên của n , từ đó sẽ biết được số vạch trùng nhau, vị trí trùng nhau.

- Do đã trùng nhau N_n vạch nên số vân sáng quan sát được là:

$$N = N_1 + N_2 - N_n$$

Ví dụ 4: Trong một thí nghiệm giao thoa ánh sáng với khe Y-âng, khoảng cách giữa hai khe $S_1 S_2$ bằng 1mm, khoảng cách từ hai khe tới màn quan sát $D = 2\text{m}$. Chiếu vào hai khe đồng thời hai bức xạ với bước sóng $\lambda_1 = 0,5\mu\text{m}$ và $\lambda_2 = 0,75\mu\text{m}$. Xét trên bề rộng trường giao thoa $L = 3,27\text{cm}$, số vân sáng trùng nhau của hai bức xạ là

A. 10 vân. B. 11 vân. C. 12 vân. D. 13 vân.

Giải

Những vị trí vạch sáng trùng nhau sẽ có cùng tọa độ $x_{\lambda_1}^s = x_{\lambda_2}^s$ nên $k_1 i_1 = k_2 i_2$

$$\Rightarrow k_1 \frac{\lambda_1 D}{a} = k_2 \frac{\lambda_2 D}{a} \Rightarrow \frac{k_1}{k_2} = \frac{\lambda_2}{\lambda_1} = \frac{0,75}{0,50} = \text{Phân số tối giản} = \frac{3}{2}$$

Muốn vậy k_1 và k_2 chỉ có thể nhận các giá trị $\begin{cases} k_1 = 3n \\ k_2 = 2n \end{cases}$ với n là những số

nguyên. Nếu tìm được số giá trị nguyên của k_1 hoặc k_2 thì ta sẽ tìm được số vạch trùng nhau. Để làm được điều này, ta chỉ cần cho tọa độ trùng nhau nằm trong vùng khảo sát, thực vậy:

- Tọa độ các vạch trùng nhau: $x_n = x_{\lambda_1}^s = k_1 \cdot i_1 = 3n \cdot \frac{\lambda_1 D}{a}$

- Miền khảo sát là từ $-\frac{L}{2}$ đến $\frac{L}{2}$. Vậy $-\frac{L}{2} \leq x_n \leq \frac{L}{2} \Rightarrow -\frac{L}{2} \leq 3n \cdot \frac{\lambda_1 D}{a} \leq \frac{L}{2}$

$$\Rightarrow -5,45 \leq n \leq 5,45 \Rightarrow n = 0; \pm 1; \pm 2; \pm 3; \pm 4; \pm 5$$

Ta thấy có tất cả 11 giá trị nguyên của n , cũng tức là có 11 giá trị của k_1 hoặc k_2 nên trường giao thoa L có 11 vân trùng nhau $\Rightarrow$ Đáp án B.

Mở rộng thêm, nếu bài toán yêu cầu tìm bậc trùng nhau của từng bậc xạ và vị trí trùng nhau thì ta có thể lập bảng như sau:

n	0	± 1	± 2	± 3	± 4	± 5
$k_1 = 3n$	0	± 3	± 6	± 9	± 12	± 15
Bậc trùng của λ_1	Bậc 0	Bậc 3	Bậc 6	Bậc 9	Bậc 12	Bậc 15
$k_2 = 2n$	0	± 2	± 4	± 6	± 8	± 10
Bậc trùng của λ_2	Bậc 0	Bậc 2	Bậc 4	Bậc 6	Bậc 8	Bậc 10
$x_n = k_1 i_1 = k_2 i_2$	0	$\pm 3 \text{ mm}$	$\pm 6 \text{ mm}$	$\pm 9 \text{ mm}$	$\pm 12 \text{ mm}$	$\pm 15 \text{ mm}$

Qua đó chúng ta còn thấy các vân trùng nhau cách đều nhau, 2 vân trùng nhau gần nhau nhất trong bài toán này cách nhau 3mm

Ví dụ 5: Trong thí nghiệm Y-âng về giao thoa ánh sáng, khoảng cách giữa hai khe là 0,5mm, khoảng cách từ hai khe đến màn quan sát là 2m. Nguồn sáng dùng trong thí nghiệm gồm hai bức xạ có bước sóng $\lambda_1 = 450\text{nm}$ và $\lambda_2 = 600\text{nm}$. Trên màn quan sát, gọi M, N là hai điểm ở cùng một phía so với vân trung tâm và cách vân trung tâm lần lượt là 5,5 mm và 22 mm. Trên đoạn MN, số vị trí vân sáng trùng nhau của hai bức xạ là

A. 4.

B. 2.

C. 5.

D. 3.

Giải

Cách 1:

- Vì các vân sáng trùng nhau nên chúng có cùng tọa độ: $x_{\lambda_1}^k = x_{\lambda_2}^m$

$$\Rightarrow k\lambda_1 = m\lambda_2 \Rightarrow 450k = 600m \Rightarrow k = 4 \frac{m}{3}$$

Để k và m cùng nguyên thì m phải là những số nguyên chia hết cho 3. (*)

Lúc đó tọa độ vạch sáng trùng viết theo tọa độ của bậc xạ thứ hai là:

$$x_{\lambda_2}^m = m \frac{\lambda_2 D}{a} = m \frac{600 \cdot 10^{-9} \cdot 2}{0,5 \cdot 10^{-3}} = 24 \cdot 10^{-4} m (m) = 2,4m (mm)$$

$$\text{Do chỉ xét trong đoạn MN nên } 5,5 \leq x_{\lambda_2}^m \leq 22 \Rightarrow 5,5 \leq 2,4m \leq 22$$

$$\Rightarrow 2,29 \leq m \leq 9,17 \quad (**)$$

- Từ (*) và (**) thấy m chỉ có thể nhận 3 số nguyên đó là 3; 6; 9.

$\Rightarrow$ Trên đoạn MN, có 3 vị trí vân sáng trùng nhau của hai bậc xạ

$\Rightarrow$ **Đáp án D.**

Cách 2:

$$\text{Vị trí trùng nhau: } x_m = k_1 \frac{\lambda_1 D}{a} = k_2 \frac{\lambda_2 D}{a}$$

$$\Rightarrow \frac{k_1}{k_2} = \frac{\lambda_2}{\lambda_1} = \frac{600}{450} = \text{Phân số tối giản} = \frac{4}{3}$$

$$\Rightarrow \begin{cases} k_1 = 4n \\ k_2 = 3n \end{cases} \Rightarrow \text{Vị trí trùng viết theo 1 trong 2 bậc xạ } x_m = k_1 = 7,2 \cdot n (mm)$$

$$\text{Vì } x_M \leq x_m \leq x_N \text{ nên } 5,5 \leq 7,2 \cdot n \leq 22 \Rightarrow n = 1; 2; 3$$

$\Rightarrow$ **Đáp án D.**

Ví dụ 6: Trong thí nghiệm Y-âng về giao thoa ánh sáng, khoảng cách giữa hai khe là 2mm, khoảng cách từ hai khe đến màn quan sát là 2m. Nguồn sáng gồm hai bậc xạ có bước sóng $\lambda_1 = 0,5\mu m$ và $\lambda_2 = 0,4\mu m$. Trên bề rộng trường giao thoa $L = 13mm$, số vân sáng quan sát được là

A. 53

B. 60

C. 67

D. 30

Giải

Lần lượt ta phải tìm được tổng số vạch sáng do 2 bậc xạ tạo ra rồi trừ đi số các vạch đã trùng lên nhau theo biểu thức $N = N_1 + N_2 - N_m$

$$\text{- Khoảng vân của bậc xạ } \lambda_1: i_1 = \frac{\lambda_1 D}{a} = \frac{0,5 \cdot 10^{-3} \cdot 2 \cdot 10^3}{2} = 0,5mm$$

Số vân sáng của riêng bức xạ λ_1 tạo ra là:

$$N_1 = 2 \cdot \left[\frac{L}{2i_1} \right] + 1 = 2 \cdot \left[\frac{13}{2 \cdot 0,5} \right] + 1 = 27 \text{ vân}$$

Khoảng vân của bức xạ λ_2 : $i_2 = \frac{\lambda_2 D}{a} = \frac{0,4 \cdot 10^{-3} \cdot 2 \cdot 10^3}{2} = 0,4 \text{ mm}$

Số vân sáng của riêng bức xạ λ_2 tạo ra là:

$$N_2 = 2 \cdot \left[\frac{L}{2i_2} \right] + 1 = 2 \cdot \left[\frac{13}{2 \cdot 0,4} \right] + 1 = 33 \text{ vân}$$

Vậy, nếu chưa tính đến sự trùng nhau thì tổng số vân sáng do 2 bức xạ độc lập tạo ra là $N_1 + N_2 = 27 + 33 = 60$

Tiếp theo ta phải đi tìm số vân trùng nhau, tương tự các bài toán trên ta có:

$$x_m = k_1 \frac{\lambda_1 D}{a} = k_2 \frac{\lambda_2 D}{a} \Rightarrow \frac{k_1}{k_2} = \frac{\lambda_2}{\lambda_1} = \frac{0,4}{0,5} = \text{Phân số tối giản} = \frac{4}{5} \Rightarrow \begin{cases} k_1 = 4n \\ k_2 = 5n \end{cases}$$

Với $i_1 = 0,5 \text{ mm}$ và $x_m = k_1 \cdot i_1 \Rightarrow$ ta có thể viết $x_m = 2 \cdot n$

Vì $-\frac{L}{2} \leq x_m \leq \frac{L}{2}$ nên $-3,25 \leq n \leq 3,25 \Rightarrow n = 0; \pm 1; \pm 2; \pm 3$

Có 7 giá trị nguyên của n nên có 7 vân trùng nhau.

Cuối cùng thu được số vân sáng thực tế là: $60 - 7 = 53$ vân

$\Rightarrow$ Đáp án A.

Ví dụ 7: Trong thí nghiệm Y-âng về giao thoa ánh sáng, thực hiện đồng thời với hai ánh sáng đơn sắc khoảng vân giao thoa trên màn lần lượt là 1,2 mm và 1,8 mm. Trên màn quan sát, gọi M, N là hai điểm ở cùng một phía so với vân trung tâm và cách vân trung tâm lần lượt là 6 mm và 20 mm. Trên đoạn MN, số vân sáng quan sát được là

A. 19.

B. 16.

C. 20.

D. 18.

Giải

Số vân sáng của riêng λ_1 trên đoạn MN được xác định:

$$6 \leq x = k_1 i_1 = k_1 \cdot 1,2 \leq 20$$

$\Rightarrow 5 \leq k_1 \leq 16,7$. Thấy có tất cả 12 giá trị nguyên của k_1 nên có 12 vạch sáng.

Tương tự, số vân sáng của λ_2 được xác định qua biểu thức: $6 \leq k_2 \cdot 1,8 \leq 20$

$$\Rightarrow 3,3 \leq k_2 \leq 11,1. \text{ Thấy có 8 giá trị nguyên của } k_2 \text{ nên có 8 vạch sáng.}$$

Ta có $x_m = k_1 i_1 = k_2 i_2 = k_1 \cdot 1,2 = k_2 \cdot 1,8$

$$\Rightarrow \frac{k_1}{k_2} = \frac{1,8}{1,2} = \text{Phân số tối giản} = \frac{3}{2} \Rightarrow \begin{cases} k_1 = 3n \\ k_2 = 2n \end{cases} \text{ . Vậy } x_n = 3,6n \text{ .}$$

Vì $x_M \leq x_n \leq x_N$ nên $6 \leq 3,6n \leq 20 \Rightarrow 1,7 \leq n \leq 5,6 \Rightarrow n = 2; 3; 4; 5$

Có tất cả 4 giá trị nguyên của n nên có 4 vân sáng trùng nhau

Số vân sáng thực là: $N = N_1 + N_2 - N_n = 12 + 8 - 4 = 16 \Rightarrow \text{Đáp án B.}$

Ví dụ 8: Trong thí nghiệm giao thoa với hai khe Y-Âng, nguồn sáng phát ra đồng thời 2 bức xạ có các bước sóng lần lượt là $\lambda_1 = 0,45\mu\text{m}$ và $\lambda_2 = 0,6\mu\text{m}$. Hai điểm M và N trên trường giao thoa nằm ở hai phía của vân trung tâm. Biết điểm M trùng với vân sáng bậc 11 của bức xạ λ_1 , điểm N nằm trùng với vân sáng bậc 13 của bức xạ λ_2 . Trên đoạn MN, số vân sáng là

A. 47.

B. 44.

C. 40.

D. 42.

Giải

- Trên đoạn MN, với λ_1 ta có:

$$-x_M \leq k_1 i_1 \leq x_N \Leftrightarrow -11.i_1 \leq k_1 i_1 \leq 13.i_2$$

$$\Leftrightarrow -11 \leq k_1 \leq 13 \frac{i_2}{i_1} = 13 \frac{\lambda_2}{\lambda_1} = 13 \frac{0,6}{0,45} = 17,33$$

$$\Rightarrow k_1 = -11; -10; \dots; 0; 1; \dots; 17$$

Số vân sáng của bức xạ λ_1 là: $N_1^S = 17 - (-11) + 1 = 29$.

- Trên đoạn MN, với λ_2 ta có:

$$-x_M \leq k_2 i_2 \leq x_N \Leftrightarrow -11.i_1 \leq k_2 i_2 \leq 13.i_2$$

$$\Leftrightarrow -11 \frac{i_1}{i_2} = -11 \frac{\lambda_1}{\lambda_2} = -11 \frac{0,45}{0,6} = -8,25 \leq k_2 \leq 13$$

$$\Rightarrow k_2 = -8; -7; \dots; 0; 1; \dots; 13.$$

Số vân sáng của bức xạ λ_2 là: $N_2^S = 13 - (-8) + 1 = 22$.

- Điều kiện để các vân sáng của hai bức xạ trùng nhau là:

$$\frac{k_1}{k_2} = \frac{\lambda_2}{\lambda_1} = \frac{0,6}{0,45} = \frac{4}{3} \text{ . Theo các giá trị khả dĩ của } k_1, k_2 \text{ ở trên, ta có bảng bậc}$$

trùng nhau:

k_1	0	± 4	± 8	12	16
k_2	0	± 3	± 6	9	12

Theo bảng này, có 7 vị trí các vân sáng trùng nhau. Vậy số vân sáng trên đoạn MN là: $N = 29 + 22 - 7 = 44$ (vân sáng) $\Rightarrow \text{Đáp án B.}$

Ví dụ 9: Thí nghiệm giao thoa ánh sáng với hai khe Y-âng đồng thời với hai ánh sáng đơn sắc màu đỏ và màu lục thì khoảng vân giao thoa trên màn lần lượt là 1,5 mm và 1,1 mm. Hai điểm M và N nằm hai bên vân sáng trung tâm và cách vân trung tâm lần lượt là 6,4 mm và 26,5 mm. Trên đoạn MN, số vân sáng màu đỏ quan sát được là

- A. 20. B. 2. C. 28. D. 22.

Giải:

- Chưa tính đến số vân trùng nhau, số vân sáng màu đỏ trên đoạn MN được xác định qua biểu thức: $-6,4 \leq x = k_1 i_1 = k_1 \cdot 1,5 \leq 26,5$

$\Rightarrow -4,3 \leq k_1 \leq 17,6$. Từ -4 đến 17 có tất cả 22 giá trị nguyên nên có 22 vạch sáng.

- Tiếp theo ta phải đi tìm số vân trùng nhau, ta có:

$$x_m = k_1 i_1 = k_2 i_2 \Rightarrow \frac{k_1}{k_2} = \frac{i_2}{i_1} = \frac{1,1}{1,5} = \text{Phân số tối giản} = \frac{11}{15} \Rightarrow \begin{cases} k_1 = 11n \\ k_2 = 15n \end{cases}$$

$$\text{Vậy } x_m = k_1 \cdot i_1 = 11n \cdot 1,5 = 16,5n$$

Vì $x_M \leq x_m \leq x_N$ nên $-6,4 \leq 16,5n \leq 26,5 \Rightarrow -0,4 \leq n \leq 1,6$. Trong khoảng này có 2 giá trị nguyên của n là 0 và 1 nên có 2 vân trùng nhau.

- Số vân sáng màu đỏ thực tế quan sát được là: $22 - 2 = 20 \Rightarrow \text{Đáp án A.}$

Vận dụng: Thí nghiệm giao thoa ánh sáng với hai khe Y-âng cách nhau 1 mm và cách màn quan sát 2 m. Nguồn sáng dùng trong thí nghiệm gồm hai thành phần đơn sắc đỏ và lục có bước sóng lần lượt là 750 nm và 550 nm. Biết rằng khi hai vân sáng của hai ánh sáng đơn sắc chồng chập lên nhau sẽ cho vân màu vàng. Hai điểm M và N nằm hai bên vân sáng trung tâm và cách vân trung tâm lần lượt là 6,4 mm và 26,5 mm. Trên đoạn MN, số vân màu vàng quan sát được là

- A. 1. B. 2. C. 3. D. 4.

Ví dụ 10: Trong một thí nghiệm giao thoa ánh sáng với khe Y-âng, khoảng cách giữa hai khe $S_1 S_2$ bằng 1mm, khoảng cách từ hai khe tới màn quan sát $D = 2m$. Chiếu vào hai khe S_1, S_2 đồng thời hai bức xạ có bước sóng $\lambda_1 = 0,6\mu m$ và bước sóng λ_2 chưa biết. Trong khoảng rộng $L = 2,4cm$ trên màn, đếm được 33 vạch sáng, trong đó có 5 vạch là kết quả trùng nhau của hai hệ vân, biết 2 trong 5 vạch trùng nhau nằm ở ngoài cùng của trường giao thoa, bước sóng λ_2 là

- A. $0,45\mu m$. B. $0,55\mu m$. C. $0,65\mu m$. D. $0,75\mu m$.

Giải

Có thể coi đây là bài toán ngược với các bài toán đã xét

- Khoảng vân đối với bước sóng λ_1 : $i_1 = \frac{\lambda_1 D}{a} = \frac{0,6 \cdot 10^{-3} \cdot 2 \cdot 10^3}{1} = 1,2 (\text{mm})$

$$\text{Số vân sáng của riêng bức xạ } \lambda_1: N_1 = 2 \cdot \left[\frac{L}{2i_1} \right] + 1 = 2 \cdot \left[\frac{24}{2 \cdot 1,2} \right] + 1 = 21$$

- Số vân sáng quan sát được là 33, trong số đó có 5 vân trùng nhau của 2 hệ vân, do đó tổng số vân sáng thực tế do hai bức xạ riêng rẽ phải là :
 $33 + 5 = 38$

- Số vân sáng của riêng của bức xạ λ_2 là: $N_2 = 38 - N_1 = 38 - 21 = 17$

Do có hai vân trùng nhau nằm ở mép ngoài cùng của khoảng L, do đó:

$$N_2 = 2 \cdot \left[\frac{L}{2i_2} \right] + 1 = 17 \Rightarrow \frac{24}{i_2} = 16 \Rightarrow i_2 = \frac{24}{16} = 1,5 (\text{mm})$$

(Hoặc: giữa 17 vân sáng có 16 khoảng vân nên $16i_2 = L \Rightarrow i_2 = 1,5 (\text{mm})$)

$$\text{Lúc đó } \lambda_2 = \frac{i_2 a}{D} = \frac{1,5 \cdot 1}{2 \cdot 10^3} = 0,75 \cdot 10^{-3} (\text{mm}) = 0,75 (\mu\text{m})$$

$\Rightarrow$ Đáp án D.

Vận dụng: Một nguồn sáng điểm nằm cách đều 2 khe lằng và phát ra đồng thời 2 bức xạ đơn sắc có bước sóng $\lambda_1 = 0,6 \mu\text{m}$ và λ_2 chưa biết. Khoảng cách 2 khe là 0,2mm, khoảng cách từ 2 khe đến màn là 1m.

- Tính khoảng vân giao thoa trên màn đối với λ_1 .
- Trong một khoảng rộng $L = 2,4\text{cm}$ trên màn, đếm được 17 vạch sáng, trong đó có 3 vạch là kết quả trùng nhau của 2 hệ vân. Tính bước sóng λ_2 , biết hai trong ba vạch trùng nhau nằm ngoài cùng của khoảng L.

Ví dụ 11: Trong thí nghiệm giao thoa ánh sáng với khe lằng, khoảng cách giữa hai khe S_1S_2 bằng 1mm, khoảng cách từ hai khe tới màn quan sát $D = 1,5\text{m}$. Chiếu vào hai khe ánh sáng đồng thời hai bức xạ với bước sóng $\lambda_1 = 0,55\mu\text{m}$ và $\lambda_2 = 0,66\mu\text{m}$. Khoảng cách nhỏ nhất giữa hai vân sáng trùng nhau là

- A. 5,95mm. B. 6,45mm. C. 4,74mm. D. 4,95mm.

Giải

Ta biết rằng, các vạch trùng nhau cách đều nhau nên với bài toán này, ta chỉ cần tính khoảng cách từ vân trung tâm (bậc 0) đến vân trùng bậc thấp nhất.

$$\text{Ta có: } x_m = k_1 i_1 = k_2 i_2$$

$$\Rightarrow \frac{k_1}{k_2} = \frac{i_2}{i_1} = \frac{i_2}{i_1} = \frac{0,66}{0,55} = \text{Phân số tối giản} = \frac{6}{5} \Rightarrow \begin{cases} k_1 = 6n \\ k_2 = 5n \end{cases}$$

Chọn $n = 1$ ta được vân trùng liền kề với vân trung tâm và cách vân trung tâm một đoạn $x_m = k_1 i_1 = 6 \frac{\lambda_1 D}{a} = \frac{0,55 \cdot 10^{-3} \cdot 1,5 \cdot 10^3}{1} = 6,0,825 = 4,95(\text{mm})$

$\Rightarrow$ Đáp án D.

Vận dụng: (Trích DTTS vào các trường Đại học khối A, 2008) Trong thí nghiệm giao thoa ánh sáng với khe Y-âng, khoảng cách giữa hai khe là 2mm, khoảng cách từ mặt phẳng chứa hai khe đến màn quan sát là 1,2m. Chiếu sáng hai khe bằng ánh sáng hỗn hợp gồm hai ánh sáng đơn sắc có bước sóng 500 nm và 660 nm thì thu được hệ vân giao thoa trên màn. Biết vân sáng chính giữa (trung tâm) ứng với hai bức xạ trên trùng nhau. Khoảng cách từ vân chính giữa đến vân gần nhất cùng màu với vân chính giữa là

- A. 4,9 mm. B. 19,8 mm. C. 9,9 mm. D. 29,7 mm.

Ví dụ 12: Trong thí nghiệm giao thoa Y-âng thực hiện đồng thời hai bức xạ đơn sắc với khoảng vân trên màn ảnh thu được lần lượt là $i_1 = 0,48 \text{ mm}$ và $i_2 = 0,64 \text{ mm}$. Xét tại hai điểm A, B trên màn cách nhau một khoảng 6,72 mm. Tại A cả hai hệ vân đều cho vân sáng, còn tại B hệ i_1 cho vân sáng, hệ i_2 cho vân tối. Trên đoạn AB quan sát được 22 vạch sáng. Hỏi trên AB có mấy vạch sáng là kết quả trùng nhau của hai hệ vân?

- A. 3. B. 4. C. 5. D. 6.

Giải

Số vạch sáng trùng bằng tổng số vạch sáng thực trừ đi số vạch quan sát được.

Đây cũng là một dạng bài toán ngược hay.

Ở chuyên đề giao thoa với ánh sáng đơn sắc, chúng ta đã biết cách tính số vạch sáng của từng bức xạ, ta có:

$$N_1 = \frac{AB}{i_1} + 1 = \frac{6,72}{0,48} + 1 = 15;$$

$$N_2 = \frac{AB}{i_2} + 0,5 = \frac{6,72}{0,64} + 0,5 = 11$$

Vậy số vạch trùng là: $N_m = (N_1 + N_2) - N = (15 + 11) - 22 = 4 \Rightarrow$ Đáp án B.

Vận dụng: Trong một thí nghiệm giao thoa Iâng thực hiện đồng thời với hai ánh sáng đơn sắc, khoảng vân giao thoa lần lượt là $i_1 = 0,21 \text{ mm}$ và i_2 . Xét tại hai điểm A, B trên màn cách nhau một khoảng 3,15 mm là hai vị trí mà cả hai hệ vân đều cho vân tối tại đó. Trên đoạn AB quan sát được 34 vạch sáng, trong đó có 2 vạch sáng là kết quả trùng nhau của hai vạch sáng của hai hệ vân.

Khoảng vân i_2 bằng

- A. 0,32 mm. B. 0,14 mm. C. 0,15 mm. D. 0,18 mm.

Ví dụ 13: Một nguồn sáng điểm phát đồng thời một bức xạ đơn sắc màu đỏ có bước sóng $\lambda_1 = 640\text{nm}$ và một bức xạ màu lục, chiếu sáng hai khe Y-âng. Trên màn quan sát thấy giữa hai vân sáng cùng màu với vân trung tâm có 7 vân màu lục. Giữa hai vân sáng này có số vân đỏ là

- A. 6. B. 3. C. 5. D. 8.

Giải

Vì giữa hai vân sáng cùng màu với vân trung tâm có 7 vân màu lục nên vân trùng nhau sẽ là bậc 8 của màu lục, ta có $k_1 \frac{\lambda_1 D}{a} = 8 \frac{\lambda_2 D}{a} \Rightarrow k_1 \lambda_1 = 8 \lambda_2$

Vì bước sóng màu đỏ lớn hơn bước sóng màu lục $\lambda_1 > \lambda_2$ nên $k_1 < 8$

Trong các số nguyên từ 1 đến 7, ta chỉ chọn những số không cùng nguyên tố với 8, những số đó là 3, 5 và 7

Nếu $k_1 = 3$ thì $\lambda_2 = \frac{k_1 \lambda_1}{8} = 240\text{nm}$. Loại vì rơi vào vùng tử ngoại

Nếu $k_1 = 5$ thì $\lambda_2 = \frac{k_1 \lambda_1}{8} = 400\text{nm}$. Loại vì đây là ánh sáng tím

Nếu $k_1 = 7$ thì $\lambda_2 = \frac{k_1 \lambda_1}{8} = 560\text{nm}$. Thỏa mãn vì bước sóng này thuộc vùng lục.

Như vậy vân bậc 8 của ánh sáng lục trùng với vân bậc 7 của ánh sáng đỏ, nên giữa hai vân sáng cùng màu với vân trung tâm có 6 vân màu đỏ

$\Rightarrow$ Đáp án A.

Ví dụ 14: Trong thí nghiệm Y-âng về giao thoa ánh sáng, nguồn sáng phát đồng thời hai bức xạ đơn sắc, trong đó bức xạ màu đỏ có bước sóng 720 nm và bức xạ màu lục có bước sóng λ (có giá trị trong khoảng từ 500 nm đến 575 nm). Trên màn quan sát, giữa hai vân sáng gần nhau nhất và cùng màu với vân sáng trung tâm có 8 vân sáng màu lục. Giá trị của λ là

- A. 500 nm . B. 520 nm . C. 540 nm . D. 560 nm .

(Trích ĐTTT vào các trường Đại học khối A, 2010)

Giải

Tương tự ví dụ trước, ta có $k_1 \frac{\lambda_1 D}{a} = 9 \frac{\lambda_2 D}{a} \Rightarrow k_1 \lambda_1 = 9 \lambda_2$ (*)

Vì bước sóng màu đỏ lớn hơn bước sóng màu lục $\lambda_1 > \lambda_2$ nên $k_1 < 9$

Trong các số nguyên từ 1 đến 8, ta chỉ chọn những số không cùng nguyên tố với 9, những số đó là 2, 4, 5, 7 và 8

Theo (*) ta có $\lambda_2 = \frac{k_1 \lambda_1}{9} = \frac{k_1 \cdot 720}{9}$

Theo đề ra $500 \leq \lambda_2 \leq 575 \Rightarrow 500 \leq \frac{k_1 \cdot 720}{9} \leq 575 \Rightarrow 6,25 \leq k_1 \leq 7,18$

$\Rightarrow k_1 = 7$

Vậy $\lambda_2 = \frac{k_1 \cdot 720}{9} = \frac{7 \cdot 720}{9} = 560 \text{ nm} \Rightarrow \text{Đáp án D.}$

2. Dạng bài toán 2 vân tối trùng nhau của 2 bậc xạ

Phương pháp giải:

- Khi vân tối của 2 bậc xạ trùng nhau thì: $x_{t_1} = x_{t_2}$

$$\Rightarrow (2k_1 + 1) \frac{\lambda_1 D}{2a} = (2k_2 + 1) \frac{\lambda_2 D}{2a} \Rightarrow \frac{(2k_1 + 1)}{(2k_2 + 1)} = \frac{\lambda_2}{\lambda_1} = \text{Phân số tối giản} = \frac{a}{b}$$

Nên có thể viết $\begin{cases} 2k_1 + 1 = a(2n + 1) \\ 2k_2 + 1 = b(2n + 1) \end{cases}$ và vị trí trùng $x_n = x_{t_1} = a(2n + 1) \frac{\lambda_1 D}{a}$

- Cho x_n nằm trong vùng khảo sát $(-\frac{L}{2} \leq x_n \leq \frac{L}{2}$ hoặc $x_M \leq x_n \leq x_N$) ta sẽ thu được số giá trị nguyên của n , từ đó sẽ biết được số vạch trùng nhau, vị trí trùng nhau.

Ví dụ 15: Trong thí nghiệm giao thoa Y-âng thực hiện đồng thời hai bậc xạ đơn sắc với khoảng vân trên màn ảnh thu được lần lượt là $i_1 = 0,5 \text{ mm}$ và $i_2 = 0,3 \text{ mm}$. Biết bề rộng trường giao thoa là 5 mm . Số vị trí trên trường giao thoa có 2 vân tối của hai hệ trùng nhau là

A. 6.

B. 5.

C. 3.

D. 4.

Giải

- Khi vân tối của 2 bậc xạ trùng nhau thì $x_{t_1} = x_{t_2}$

$$\Rightarrow (2k_1 + 1) \frac{i_1}{2} = (2k_2 + 1) \frac{i_2}{2} \Rightarrow \frac{(2k_1 + 1)}{(2k_2 + 1)} = \frac{i_2}{i_1} = \frac{0,3}{0,5} = \text{Phân số tối giản} = \frac{3}{5}$$

$\Rightarrow$ Có thể viết: $\begin{cases} 2k_1 + 1 = 3(2n + 1) \\ 2k_2 + 1 = 5(2n + 1) \end{cases}$

Vị trí trùng lúc đó là: $x_n = x_{t_1} = 3(2n + 1) \frac{i_1}{2} = 3(2n + 1) \cdot \frac{0,5}{2} = 1,5n + 0,75$

Vì xét trong vùng giao thoa nên $-\frac{L}{2} \leq x_n \leq \frac{L}{2}$

$$\text{Suy ra } -\frac{5}{2} \leq 1,5n + 0,75 \leq \frac{5}{2} \Rightarrow -2,16 \leq n \leq 1,17 \Rightarrow n = -2; -1; 0; 1$$

Có tất cả 4 giá trị nguyên của n nên trong trường giao thoa có 4 vị trí vân tối trùng nhau $\Rightarrow$ Đáp án D.

Vận dụng: Trong thí nghiệm giao thoa Y-âng thực hiện đồng thời với hai bức xạ đơn sắc, khoảng vân trên màn ảnh thu được lần lượt là $i_1 = 0,5 \text{ mm}$ và $i_2 = 0,3 \text{ mm}$. Trên màn quan sát, gọi M, N là hai điểm ở hai phía so với vân trung tâm và cách vân trung tâm lần lượt là $2,5 \text{ mm}$ và $6,5 \text{ mm}$. Trên đoạn MN, số vị trí vân tối trùng nhau của hai bức xạ là

- A. 6. B. 5. C. 3. D. 4.

3. **Dạng bài toán vân sáng của bức xạ này trùng vân tối của bức xạ kia**

Phương pháp giải:

- Khi vân sáng của bức xạ này trùng vân tối bức xạ kia, ta có: $x_{s_1} = x_{t_2}$

$$\Rightarrow k_1 \frac{\lambda_1 D}{a} = (2k_2 + 1) \frac{\lambda_2 D}{2a} \Rightarrow \frac{k_1}{(2k_2 + 1)} = \frac{\lambda_2}{2\lambda_1} = \text{Phân số tối giản} = \frac{a}{b}$$

$$\Rightarrow \text{Có thể viết } \begin{cases} k_1 = a(2n + 1) \\ (2k_2 + 1) = b(2n + 1) \end{cases} \text{ và vị trí trùng } x_n = a(2n + 1)i_1$$

- Cho x_n nằm trong vùng khảo sát ($-\frac{L}{2} \leq x_n \leq \frac{L}{2}$ hoặc $x_M \leq x_n \leq x_N$) ta sẽ thu được số giá trị nguyên của n , từ đó sẽ biết được số vạch trùng nhau, vị trí trùng nhau.

Ví dụ 16: Trong thí nghiệm giao thoa Y-âng, thực hiện đồng thời với hai ánh sáng đơn sắc khoảng vân giao thoa trên màn lần lượt là $i_1 = 0,8 \text{ mm}$ và $i_2 = 0,6 \text{ mm}$. Biết bề rộng trường giao thoa là $9,6 \text{ mm}$. Trên trường giao thoa, số vị trí mà vân sáng hệ 2 trùng với vân tối hệ 1 là

- A. 6. B. 5. C. 3. D. 4.

Giải

$$\text{Theo đề ra ta có: } k_2 i_2 = (2k_1 + 1) \frac{i_1}{2} \Rightarrow \frac{k_2}{2k_1 + 1} = \frac{i_1}{2i_2} = \frac{0,8}{2 \cdot 0,6} = \frac{2}{3}$$

$$\Rightarrow \begin{cases} k_2 = 2(2n + 1) \\ (2k_1 + 1) = 3(2n + 1) \end{cases} \Rightarrow x_n = k_2 i_2 = 2(2n + 1) 0,6$$

$$Vị $-\frac{L}{2} \leq x_n \leq \frac{L}{2} \Rightarrow -4,8 \leq 2(2n+1)0,6 \leq 4,8 \Rightarrow -2,5 \leq n \leq 1,5$$$

$\Rightarrow n = -2; -1; 0; 1$. Có tất cả 4 giá trị nguyên của n nên trong trường giao thoa có 4 vị trí mà vân sáng của hệ 2 trùng với vân tối của hệ 1

$\Rightarrow$ Đáp án D.

Ví dụ 17: Trong thí nghiệm giao thoa Y-âng thực hiện đồng thời với hai bức xạ đơn sắc, khoảng vân trên màn ảnh thu được lần lượt là $i_1 = 0,3$ mm và $i_2 = 0,4$ mm. Trên màn quan sát, gọi M, N là hai điểm ở cùng một phía so với vân trung tâm và cách vân trung tâm lần lượt là 2,25 mm và 6,75 mm. Trên đoạn MN, số vị trí mà vân sáng hệ 1 trùng với vân tối hệ 2 là

- A. 4. B. 5. C. 3. D. 2.

Giải

$$\text{Theo đề ra ta có: } k_1 i_1 = (2k_2 + 1) \frac{i_2}{2} \Rightarrow \frac{k_1}{2k_2 + 1} = \frac{i_2}{2i_1} = \frac{0,4}{2 \cdot 0,3} = \frac{2}{3}$$

$$\Rightarrow \begin{cases} k_1 = 2(2n+1) \\ 2k_2 + 1 = 3(2n+1) \end{cases} \Rightarrow x_n = k_1 i_1 = 2(2n+1)0,3$$

$$Vị $x_M \leq x_n \leq x_N \Rightarrow 2,25 \leq 2(2n+1)0,3 \leq 6,75 \Rightarrow 1,375 \leq n \leq 5,125$$$

$\Rightarrow n = 2; 3; 4; 5$. Có tất cả 4 giá trị nguyên của n nên trong trường giao thoa có 4 vị trí mà vân sáng của hệ 1 trùng với vân tối của hệ 2

$\Rightarrow$ Đáp án A.

Vận dụng: Trong thí nghiệm giao thoa Y-âng thực hiện đồng thời với hai bức xạ đơn sắc, khoảng vân trên màn ảnh thu được lần lượt là $i_1 = 0,5$ mm và $i_2 = 0,4$ mm. Trên màn quan sát, gọi M, N là hai điểm ở cùng một phía so với vân trung tâm và cách vân trung tâm lần lượt là 2,25 mm và 6,75 mm. Trên đoạn MN, số vị trí mà vân sáng hệ 1 trùng với vân tối hệ 2 là

- A. 6. B. 5. C. 3. D. 2.

C. GIAO THOA VỚI BA BỨC XẠ ĐƠN SẮC λ_1, λ_2 VÀ λ_3

Ví dụ 18: Trong thí nghiệm giao thoa ánh sáng Y-âng, hai khe cách nhau $a = 0,5$ mm, khoảng cách từ hai khe đến màn $D = 2$ m. Nguồn S phát ra đồng thời ba ánh sáng đơn sắc có bước sóng lần lượt là $\lambda_1 = 0,4 \mu\text{m}$, $\lambda_2 = 0,5 \mu\text{m}$, $\lambda_3 = 0,6 \mu\text{m}$ chiếu vào hai khe $S_1 S_2$. Trên màn, ta thu được một trường giao thoa có bề rộng 20 cm. Hỏi trên màn quan sát có tổng cộng bao nhiêu vân sáng cùng màu với vân sáng chính giữa của trường giao thoa?

Giải

Màu sắc của vân trung tâm được tạo thành do sự chồng chập của ba ánh sáng đơn sắc $\lambda_1, \lambda_2, \lambda_3$.

Vậy tọa độ những vân sáng cùng màu vân trung tâm thỏa mãn

$$x_n = k_1 i_1 = k_2 i_2 = k_3 i_3, \quad \text{với } i_1 = \frac{\lambda_1 D}{a} = \frac{0,4 \cdot 10^{-6} \cdot 2}{0,5 \cdot 10^{-3}} = 1,6 \cdot 10^{-3} \text{ m} = 1,6 \text{ mm}$$

$$\Rightarrow k_1 \lambda_1 = k_2 \lambda_2 = k_3 \lambda_3 \Rightarrow 4k_1 = 5k_2 = 6k_3 \text{ hay } 2^2 k_1 = 5k_2 = 2 \cdot 3k_3$$

Bội số chung nhỏ nhất của các số này là $2^2 \cdot 3 \cdot 5 = 60$

Vậy có thể viết $2^2 k_1 = 5k_2 = 2 \cdot 3k_3 = 60n$ với n là số nguyên, ta có bảng sau đây

n	1	2	3	4	5	...
k_1	15	30	45	60		
k_2	12	24	36	48		
k_3	10	20	30	40		
x (mm)	24	48	72	96	120	...

Giới hạn của bảng trên được lấy từ điều kiện x không thể vượt quá giá trị 100mm (nửa trường giao thoa), vậy giá trị khả dĩ lớn nhất của n bằng 4.

Lúc đó tổng số vân cùng màu vân trung tâm là $N = 1 + 2 \cdot 4 = 9$ vân.

Bài toán trên cũng có thể giải theo phương pháp khác như sau:

+ Tính khoảng vân ứng với một bước xạ nào đó :

$$\text{hoặc } i_1 = \frac{\lambda_1 D}{a} \quad \text{hoặc } i_2 = \frac{\lambda_2 D}{a} \quad \text{hoặc } i_3 = \frac{\lambda_3 D}{a}$$

+ Lập tỉ số: $\frac{i_1}{i_2} = \frac{\lambda_1}{\lambda_2} = \text{Phân số tối giản} = \frac{a}{b} \quad (*)$

$$\frac{i_1}{i_3} = \frac{\lambda_1}{\lambda_3} = \text{Phân số tối giản} = \frac{c}{d} \quad (**)$$

+ Từ (*) và (**) suy ra khoảng vân trùng : $i_n = b \cdot d \cdot i_1 = a \cdot d \cdot i_2 = b \cdot c \cdot i_3$

+ Trong trường giao thoa có bề rộng L, tổng số vân sáng ở đó 3 bước xạ trùng

$$\text{nhau là: } N_n = \left[\frac{L}{i_n} \right] + 1$$

Cụ thể với bài toán trên, ta có:

$$\text{Khoảng vân ứng với } \lambda_1 : i_1 = \frac{\lambda_1 D}{a} = \frac{0,4 \cdot 10^{-6} \cdot 2}{0,5 \cdot 10^{-3}} = 1,6 \cdot 10^{-3} \text{ m} = 1,6 \text{ mm}$$

$$\text{Có: } \frac{i_1}{i_2} = \frac{\lambda_1}{\lambda_2} = \frac{0,4}{0,5} = \text{Phân số tối giản} = \frac{a}{b} = \frac{4}{5}$$

$$\frac{i_1}{i_3} = \frac{\lambda_1}{\lambda_3} = \frac{0,4}{0,6} = \text{Phân số tối giản} = \frac{c}{d} = \frac{2}{3}$$

$$\text{Khoảng vân trùng: } i_m = b.d.i_1 = 5.3.1,6 = 24\text{mm}$$

Tổng số vân sáng ở đó 3 bức xạ trùng nhau là:

$$N_s = \left[\frac{L}{i_m} \right] + 1 = \left[\frac{200}{24} \right] + 1 = [8,33] + 1 = 8 + 1 = 9$$

Ví dụ 19: Trong thí nghiệm giao thoa với hai khe I-Ăng, nguồn sáng phát ra đồng thời 3 bức xạ có các bước sóng lần lượt là $\lambda_1 = 0,45\mu\text{m}$, $\lambda_2 = 0,54\mu\text{m}$ và $\lambda_3 = 0,72\mu\text{m}$. Giữa hai vân sáng liên tiếp cùng màu với vân trung tâm có số vân sáng là

A. 56.

B. 47.

C. 52.

D. 42.

Giải

Vân sáng muốn cùng màu với vân trung tâm phải là nơi trùng nhau của cả ba bức xạ đơn sắc.

Gọi $\Delta x_{\min}$ là khoảng cách giữa hai vân sáng liên tiếp cùng màu với vân trung tâm thì $\Delta x_{\min}$ phải là bội số chung nhỏ nhất của i_1 , i_2 và i_3 . Do khoảng vân tỉ lệ thuận với bước sóng nên:

$$i_1 : i_2 : i_3 = \lambda_1 : \lambda_2 : \lambda_3 = 0,45 : 0,54 : 0,72 = 5 : 6 : 8$$

Dễ thấy bội số chung nhỏ nhất của (5; 6; 8) là 120 nên:

$$\Delta x_{\min} = 24i_1 = 20i_2 = 15i_3.$$

Như vậy, không kể hai vân đầu mút, số vân sáng mà mỗi bức xạ λ_1 , λ_2 và λ_3 riêng rẽ tạo ra trong khoảng $\Delta x_{\min}$ lần lượt là 23, 19 và 14 vân. Do các bức xạ trùng nhau nên bây giờ ta phải tiếp tục tìm số vân trùng nhau của từng cặp hai bức xạ trong khoảng $\Delta x_{\min}$.

$$\text{Vì } \lambda_1 : \lambda_2 = i_1 : i_2 = 5 : 6 \Rightarrow \text{BSCNN}(5; 6) = 30 \Rightarrow \Delta x_{12} = 6i_1 = 5i_2$$

$$\text{Nên có: } \frac{24}{6} - 1 = 3 \text{ (hay } \frac{120}{30} - 1 = 3) \text{ vân trùng nhau của bức xạ 1 và 2.}$$

$$\text{Vì } \lambda_1 : \lambda_3 = i_1 : i_3 = 5 : 8 \Rightarrow \text{BSCNN}(5; 8) = 40 \Rightarrow \Delta x_{13} = 8i_1 = 5i_3$$

$$\text{Nên có: } \frac{24}{8} - 1 = 2 \text{ (hay } \frac{120}{40} - 1 = 2) \text{ vân trùng nhau của bức xạ 1 và 3.}$$

$$\text{Vì } \lambda_2 : \lambda_3 = i_2 : i_3 = 6 : 8 = 3 : 4 \Rightarrow \text{BSCNN}(6; 8) = 24 \Rightarrow \Delta x_{23} = 4i_2 = 3i_3$$

Nên có: $\frac{20}{4} - 1 = 4$ (hay $\frac{120}{24} - 1 = 4$) vân trùng nhau của bậc xạ 2 và 3.

Vậy, tổng số vân sáng trong khoảng giữa hai vân liên tiếp cùng màu với vân trung tâm là: $(23 + 14 + 19) - (2 + 3 + 4) = 47$

Qua lời giải chi tiết trên, ta có thể tóm tắt lại cách giải ngắn gọn như sau:

+ Lập tỉ số tối giản: $\lambda_1 : \lambda_2 : \lambda_3 = a : b : c$, sau đó tìm:

$$\begin{cases} \text{BSCNN}(a; b; c) = B_{abc} \\ \text{BSCNN}(a; b) = B_{ab} \end{cases}; \begin{cases} \text{BSCNN}(a; c) = B_{ac} \\ \text{BSCNN}(b; c) = B_{bc} \end{cases}$$

+ Số vân sáng giữa hai vân sáng cùng màu vân trung tâm

Nếu không tính hai vân cùng màu thì:

$$N = B_{abc} \left[\left(\frac{1}{a} + \frac{1}{b} + \frac{1}{c} \right) - \left(\frac{1}{B_{ab}} + \frac{1}{B_{ac}} + \frac{1}{B_{bc}} \right) \right]$$

Nếu tính cả hai vân cùng màu thì:

$$N = B_{abc} \left[\left(\frac{1}{a} + \frac{1}{b} + \frac{1}{c} \right) - \left(\frac{1}{B_{ab}} + \frac{1}{B_{ac}} + \frac{1}{B_{bc}} \right) \right] + 2$$

Cụ thể với bài toán trên là:

Ta có $\lambda_1 : \lambda_2 : \lambda_3 = 0,45 : 0,54 : 0,72 = 5 : 6 : 8$

$$\begin{cases} \text{BSCNN}(5; 6; 8) = 120 \\ \text{BSCNN}(5; 6) = 30 \\ \text{BSCNN}(5; 8) = 40 \\ \text{BSCNN}(6; 8) = 24 \end{cases} \Rightarrow N = 120 \left[\left(\frac{1}{5} + \frac{1}{6} + \frac{1}{8} \right) - \left(\frac{1}{30} + \frac{1}{40} + \frac{1}{24} \right) \right] = 47$$

Nhân tiện đây, cũng xin nhắc lại cho các em rõ cách tìm BSCNN của 2 số A và B mà các em đã quên hoặc không biết:

Ngoài cách phân tích thành nhân tử, đơn giản hơn ta có thể dùng máy tính

Casio fx 570 ES, ta bấm $\frac{A}{B}$, sau khi bấm dấu bằng, máy tính hiện kết quả $\frac{a}{b}$

thì BSCNN (A;B) sẽ là tích của A và b

Chẳng hạn: cần tìm BSCNN của 2 số 6 và 8?

Ta bấm $\frac{6}{8}$ máy tính cho kết quả $\frac{3}{4}$ vậy BSCNN (6;8) = 6.4 = 24

Khi tìm BSCNN của 3 số A, B, C thì ta làm với 2 số A, B trước, được bao nhiêu ta làm tiếp với số C còn lại.

Ví dụ 20: Trong thí nghiệm giao thoa ánh sáng với khe Y-âng, nguồn sáng phát ra đồng thời ba bậc xạ đơn sắc: $\lambda_1 = 0,7\mu\text{m}$; $\lambda_2 = 0,56\mu\text{m}$; $\lambda_3 = 0,42\mu\text{m}$. Trong

3. khoảng tính từ vân sáng trung tâm đến vân sáng cùng màu với nó có tất cả bao nhiêu vạch sáng?

Giải

Cách 1:

Vạch sáng cùng màu vân trung tâm thỏa mãn

$$x_m = k_1 \lambda_1 = k_2 \lambda_2 = k_3 \lambda_3 \Rightarrow k_1 \lambda_1 = k_2 \lambda_2 = k_3 \lambda_3$$

$$\Rightarrow 70k_1 = 56k_2 = 42k_3 \text{ hay } 2.5.7k_1 = 2.4.7k_2 = 2.3.7k_3$$

Bội số chung nhỏ nhất của các số này là $2.3.4.5.7 = 840$

Vậy có thể viết $2.5.7k_1 = 2.4.7k_2 = 2.3.7k_3 = 840n$ với n là số nguyên, ta có bảng sau đây:

n	1	2	...
k_1	12	...	
k_2	15	...	
k_3	20	...	

Nếu chưa tính đến sự trùng nhau giữa từng cặp bậc xạ, tổng số vạch sáng là:

$$11 + 14 + 19 = 44 \text{ vạch.}$$

Bây giờ ta xét sự trùng nhau của từng cặp bậc xạ trên khoảng này:

* Giữa λ_1 và λ_2 ta có $k_1 \lambda_1 = k_2 \lambda_2 \Rightarrow 70k_1 = 56k_2 \Rightarrow k_1 = \frac{4}{5}k_2$

Từ 1 đến 14 có 2 giá trị nguyên của k_2 chia hết cho 5 là 5 và 10, vậy có 2 bậc xạ trùng nhau giữa λ_1 và λ_2 .

* Giữa λ_1 và λ_3 ta có $k_1 \lambda_1 = k_3 \lambda_3 \Rightarrow 70k_1 = 42k_3 \Rightarrow k_1 = \frac{3}{5}k_3$

Từ 1 đến 19 có 3 giá trị nguyên của k_3 là 5, 10 và 15 đều làm cho k_1 nguyên, vậy có 3 bậc xạ trùng nhau giữa λ_1 và λ_3 .

* Giữa λ_2 và λ_3 ta có $k_2 \lambda_2 = k_3 \lambda_3 \Rightarrow 56k_2 = 42k_3 \Rightarrow k_2 = \frac{3}{4}k_3$

Từ 1 đến 19 có 4 giá trị nguyên của k_3 chia hết cho 4, vậy có 4 bậc xạ trùng nhau giữa λ_2 và λ_3 .

Tổng số cặp trùng nhau tính được ở trên là: $2 + 3 + 4 = 9$

Vậy số vạch sáng thực cần tìm là: $44 - 9 = 35$ vạch.

Cần lưu ý thêm: Trong 35 vạch này chỉ có $35 - 9 = 26$ vạch đơn sắc gồm:

$$11 - 2 - 3 = 6 \text{ vạch ứng với } \lambda_1$$

$$14 - 2 - 4 = 8 \text{ vạch ứng với } \lambda_2$$

$$19 - 3 - 4 = 12 \text{ vạch ứng với } \lambda_3$$

Cách 2: Tính nhanh

Ta có $\lambda_1 : \lambda_2 : \lambda_3 = 0,70 : 0,56 : 0,42 = 70 : 56 : 42$

$$\begin{cases} \text{BSCNN}(70; 56; 42) = 840 \\ \text{BSCNN}(70; 56) = 280 \\ \text{BSCNN}(70; 42) = 210 \\ \text{BSCNN}(56; 42) = 168 \end{cases}$$

$$\Rightarrow N = 840 \left[\left(\frac{1}{70} + \frac{1}{56} + \frac{1}{42} \right) - \left(\frac{1}{280} + \frac{1}{210} + \frac{1}{168} \right) \right] = 35$$

Để có thêm nhiều cách giải nhanh khác nữa, bạn đọc có thể tham khảo cuốn: **Hướng dẫn ôn tập và phương pháp giải nhanh bài tập trắc nghiệm môn vật lý.**

Ví dụ 21: Trong thí nghiệm Y-âng về giao thoa ánh sáng, khe hẹp S phát ra đồng thời ba bức xạ đơn sắc có bước sóng là $\lambda_1 = 0,42 \mu\text{m}$; $\lambda_2 = 0,56 \mu\text{m}$ và $\lambda_3 = 0,63 \mu\text{m}$. Trên màn, trong khoảng giữa hai vân sáng liên tiếp có màu giống màu vân trung tâm, nếu vân sáng của hai bức xạ trùng nhau ta chỉ tính là một vân sáng thì số vân sáng quan sát được là

A. 27.

B. 23.

C. 26.

D. 21.

(Trích ĐTTTS vào các trường Đại học khối A, 2011)

Giải

Cách 1:

Bước 1: Vân sáng có màu vân trung tâm phải là vân ở đó 3 vân sáng đơn sắc trùng nhau, muốn vậy phải có: $k_1\lambda_1 = k_2\lambda_2 = k_3\lambda_3$ đến đây ta sẽ viết theo một k nào đó – chẳng hạn k_3 thì $k_1 = \frac{3}{2}k_3; k_2 = \frac{9}{8}k_3 \Rightarrow$ Vị trí vân trùng đầu tiên (từ vân trung tâm) ứng với $k_3 = 8$.

$\Rightarrow$ Khoảng cách hai vân liên tiếp cùng màu vân trung tâm là:

$$\Delta i = \frac{8\lambda_3 D}{a} = \frac{5,04.D}{a}$$

Bước 2: Xét trên đoạn Δi ở trên có bao nhiêu vân sáng của từng bức xạ:

$$\text{Khoảng vân với } \lambda_1: i_1 = \frac{\lambda_1 D}{a} = 0,42 \frac{D}{a} \Rightarrow \text{Số vân sáng } \lambda_1: N_1 = \left[\frac{\Delta i}{i_1} \right] + 1 = 13$$

$$\text{Tương tự có } N_2 = \left[\frac{\Delta i}{i_2} \right] + 1 = 10 \text{ và } N_3 = \left[\frac{\Delta i}{i_3} \right] + 1 = 9$$

Bước 3:

Xét trên đoạn Δi có bao nhiêu vân sáng của từng cặp bậc xạ trùng nhau:

Khoảng vân λ_1, λ_2 trùng: $i_{12n} = 1,68 \frac{D}{a}$

$$\Rightarrow \text{số vân } \lambda_1, \lambda_2 \text{ trùng: } N_{12n} = \left[\frac{\Delta i}{i_{12n}} \right] + 1 = 4$$

$$\text{Tương tự: } N_{13n} = \left[\frac{\Delta i}{i_{13n}} \right] + 1 = 5 \text{ và } N_{23n} = \left[\frac{\Delta i}{i_{23n}} \right] + 1 = 2$$

Bước 4: Vì đề bài chỉ xét trong khoảng giữa hai vân liên tiếp cùng màu vân trung tâm (không tính vân ở hai đầu), do đó mỗi loại trên phải trừ đi 2:

+ Tổng số vân sáng của các bậc xạ: $(13 - 2) + (10 - 2) + (9 - 2) = 26$.

+ Số vân trùng của từng cặp hai bậc xạ: $(4 - 2) + (5 - 2) + (2 - 2) = 5$

$\Rightarrow$ Số vân sáng quan sát được: $26 - 5 = 21 \Rightarrow$ Chọn D.

Cách 2: Tính nhanh

Ta có $\lambda_1 : \lambda_2 : \lambda_3 = 0,42 : 0,56 : 0,63 = 6 : 8 : 9$

$$\begin{cases} \text{BSCNN}(6; 8; 9) = 72 \\ \text{BSCNN}(6; 8) = 24 \\ \text{BSCNN}(6; 9) = 18 \\ \text{BSCNN}(8; 9) = 72 \end{cases} \Rightarrow N = 72 \left[\left(\frac{1}{6} + \frac{1}{8} + \frac{1}{9} \right) - \left(\frac{1}{24} + \frac{1}{18} + \frac{1}{72} \right) \right] = 21$$

Bài toán giao thoa với 4 bậc xạ đơn sắc thì sao?

Lúc đó các em áp dụng công thức:

$$+ i_1 : i_2 : i_3 : i_4 = \lambda_1 : \lambda_2 : \lambda_3 : \lambda_4 = a : b : c : d$$

$$\begin{cases} \text{BSCNN}(a; b; c; d) = B_{abcd} \\ \text{BSCNN}(a; b; c) = B_{abc} \\ \text{BSCNN}(a; b; d) = B_{abd} \\ \text{BSCNN}(a; c; d) = B_{acd} \\ \text{BSCNN}(b; c; d) = B_{bcd} \end{cases} ; \begin{cases} \text{BSCNN}(a; b) = B_{ab} \\ \text{BSCNN}(a; c) = B_{ac} \\ \text{BSCNN}(a; d) = B_{ad} \end{cases} ; \begin{cases} \text{BSCNN}(b; c) = B_{bc} \\ \text{BSCNN}(b; d) = B_{bd} \\ \text{BSCNN}(c; d) = B_{cd} \end{cases}$$

+ Số vân sáng giữa hai vân sáng cùng màu vân trung tâm

Nếu không tính hai vân cùng màu thì:

$$N = B_{abcd} \left[\left(\frac{1}{a} + \frac{1}{b} + \frac{1}{c} + \frac{1}{d} \right) + \left(\frac{1}{B_{abc}} + \frac{1}{B_{abd}} + \frac{1}{B_{acd}} + \frac{1}{B_{bcd}} \right) - \left(\frac{1}{B_{ab}} + \frac{1}{B_{ac}} + \frac{1}{B_{ad}} + \frac{1}{B_{bc}} + \frac{1}{B_{bd}} + \frac{1}{B_{cd}} \right) \right] - 2$$

Nếu tính cả hai vân cùng màu thì:

$$N = B_{abcd} \left[\left(\frac{1}{a} + \frac{1}{b} + \frac{1}{c} + \frac{1}{d} \right) + \left(\frac{1}{B_{abc}} + \frac{1}{B_{abd}} + \frac{1}{B_{acd}} + \frac{1}{B_{bcd}} \right) - \left(\frac{1}{B_{ab}} + \frac{1}{B_{ac}} + \frac{1}{B_{ad}} + \frac{1}{B_{bc}} + \frac{1}{B_{bd}} + \frac{1}{B_{cd}} \right) \right]$$

Bài tập vận dụng:

Bài 1: Trong thí nghiệm Y-âng về giao thoa ánh sáng, hai khe được chiếu đồng thời 3 bức xạ đơn sắc có bước sóng: $\lambda_1 = 0,4\mu\text{m}$, $\lambda_2 = 0,5\mu\text{m}$, $\lambda_3 = 0,6\mu\text{m}$. Trên màn quan sát ta hứng được hệ vân giao thoa, trong khoảng giữa hai vân sáng gần nhau nhất cùng màu với vân sáng trung tâm, ta quan sát được số vân sáng là

- A. 34 B. 28 C. 26 D. 27

Bài 2: Trong thí nghiệm Y-âng về giao thoa ánh sáng, nguồn sáng gồm các bức xạ có bước sóng lần lượt là $\lambda_1 = 750\text{ nm}$, $\lambda_2 = 675\text{ nm}$ và $\lambda_3 = 600\text{ nm}$. Tại điểm M trong vùng giao thoa trên màn mà hiệu khoảng cách đến hai khe bằng $3\mu\text{m}$ có vân sáng của bức xạ

- A. λ_2 và λ_3 . B. λ_1 , λ_2 và λ_3 . C. λ_1 và λ_2 . D. λ_1 và λ_3 .

Bài 3: Trong thí nghiệm giao thoa ánh sáng bằng khe Y-âng. Nguồn phát ra ba ánh sáng đơn sắc có bước sóng lần lượt là $\lambda_1(\text{tím}) = 420\text{nm}$, $\lambda_2(\text{lục}) = 560\text{nm}$ và $\lambda_3(\text{đỏ}) = 700\text{nm}$. Giữa hai vân sáng liên tiếp có màu giống như màu của vân sáng trung tâm thấy có 8 vân màu lục. Hỏi số vân sáng màu tím và màu đỏ nằm giữa hai vân sáng liên tiếp kể trên là bao nhiêu?

Bài 4: Trong thí nghiệm Y-âng về giao thoa ánh sáng. Nguồn sáng phát ra đồng thời ba bức xạ có các bước sóng 450nm , 600nm và 750nm . Trên màn quan sát đủ rộng, số màu của hệ vân giao thoa là

- A. 3 B. 5 C. 6 D. 7

Bài 5: Trong thí nghiệm giao thoa ánh sáng bằng khe Y-âng. Khoảng cách giữa hai khe kết hợp $a = 1\text{ mm}$, khoảng cách từ hai khe đến màn là $D = 50\text{cm}$. Ánh sáng sử dụng gồm 4 bức xạ có bước sóng: $\lambda_1 = 0,64\mu\text{m}$, $\lambda_2 = 0,6\mu\text{m}$, $\lambda_3 = 0,54\mu\text{m}$ và $\lambda_4 = 0,48\mu\text{m}$. Khoảng cách ngắn nhất giữa hai vân cùng màu với vân sáng trung tâm là bao nhiêu?

Bài 6: Trong thí nghiệm giao thoa ánh sáng bằng khe Y-âng. Ánh sáng sử dụng gồm 3 bức xạ đơn sắc đỏ, lục, lam có bước sóng lần lượt là $\lambda_1 = 0,64\mu\text{m}$, $\lambda_2 = 0,54\mu\text{m}$, $\lambda_3 = 0,48\mu\text{m}$. Kể từ vân sáng trung tâm, vân sáng đầu tiên có màu cùng màu với vân trung tâm ở đó vân sáng màu lục có bậc là bao nhiêu?

XII. M

Ví dụ 1:
chuyển
hên tr
vạch?
A. 3.

Cách 1: V
Hình d
chuyển
 $\Rightarrow$ số v
 $\Rightarrow$ Chọ

Cách 2: D
 $N = \frac{n(n+1)}{2}$

Mức N
nên tổng
 $N = \frac{4(4+1)}{2}$
 $\Rightarrow$ Đáp á

Chú ý: Các
biết cụ th
gian khi p
rõ hơn các
Nếu từ m

Nếu từ m
Ví dụ 2: Vậ
dùng thứ 2
A. $2 \cdot 10^6\text{ m}$

XII. MỘT SỐ PHƯƠNG PHÁP TÍNH CƠ BẢN KHÁC

Ví dụ 1: Một đám nguyên tử hiđrô đang ở trạng thái kích thích mà electron chuyển động trên quỹ đạo dừng N. Khi electron chuyển về các quỹ đạo dừng bên trong thì quang phổ vạch phát xạ của đám nguyên tử đó có bao nhiêu vạch?

A. 3.

B. 1.

C. 6.

D. 4.

Giải

Cách 1: Vẽ sơ đồ chuyển mức, sau đó đếm.

Hình dưới có tất cả 6 sự

chuyển mức

⇒ số vạch là 6

⇒ Chọn C.

Cách 2: Dùng công thức :

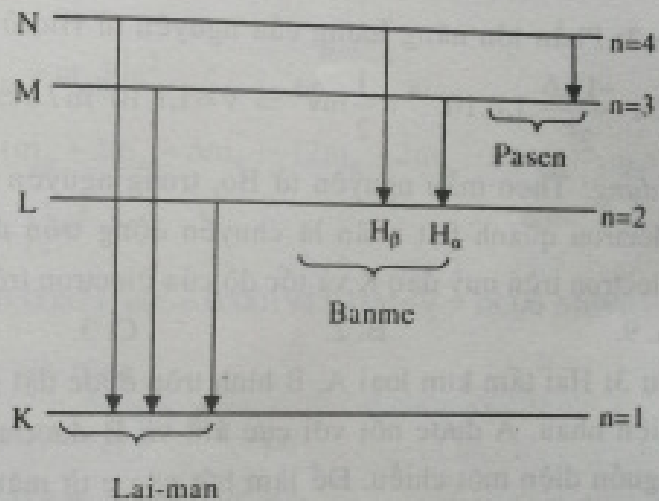
$$N = \frac{n(n-1)}{2}$$

Mức N ứng với $n = 4$

nên tổng số vạch :

$$N = \frac{4(4-1)}{2} = 6$$

⇒ Đáp án C.



Chú ý: Cách làm thứ nhất ngoài việc tìm được tổng số các vạch, còn giúp ta biết cụ thể số vạch của từng dãy, tuy nhiên cách vẽ này sẽ mất nhiều thời gian khi phải vẽ nhiều vạch trong trường hợp mức năng lượng cao. Để hiểu rõ hơn cách tính nhanh thứ 2, ta xét thêm các trường hợp sau:

Nếu từ mức M – tương ứng với $n = 3$ thì số vạch là $N = \frac{3(3-1)}{2} = 3$

Nếu từ mức P – tương ứng với $n = 6$ thì số vạch là $N = \frac{6(6-1)}{2} = 15$

Ví dụ 2: Vận tốc của electron trong nguyên tử hiđrô khi nguyên tử ở trạng thái dừng thứ 2 bằng

A. $2 \cdot 10^6 \text{ m/s}$.

B. $2,6 \cdot 10^6 \text{ m/s}$.

C. $1,5 \cdot 10^6 \text{ m/s}$.

D. $1,1 \cdot 10^6 \text{ m/s}$.

Giải:

Cách 1:

- + Bán kính quỹ đạo dừng thứ 2 của electron trong nguyên tử hiđrô được xác định $r_n = n^2 r_0$, trong đó $r_0 = 5,3 \cdot 10^{-11} \text{ m}$ và $n = 2$

$$\Rightarrow r_2 = 4 \cdot 5,3 \cdot 10^{-11} = 21,2 \cdot 10^{-11} \text{ m}$$

- + Lực Culông giữa electron và hạt nhân giữ vai trò lực hướng tâm làm

$$\text{electron chuyển động tròn xung quanh hạt nhân } k \frac{e^2}{r_2^2} = \frac{mv^2}{r_2}$$

$$\Rightarrow v = e \sqrt{\frac{k}{mr_2}} = 1,6 \cdot 10^{-19} \sqrt{\frac{9 \cdot 10^9}{9,1 \cdot 10^{-31} \cdot 21,2 \cdot 10^{-11}}} = 1,1 \cdot 10^6 \text{ m/s} \Rightarrow \text{Đáp án D.}$$

Cách 2: Phần lớn năng lượng của nguyên tử Hiđrô là động năng của electron

$$\text{nên } \frac{-13,6}{2^2} \cdot 1,6 \cdot 10^{-19} = \frac{1}{2} mv^2 \Rightarrow v = 1,1 \cdot 10^6 \text{ m/s} \Rightarrow \text{Đáp án D.}$$

Vận dụng: Theo mẫu nguyên tử Bo, trong nguyên tử hiđrô, chuyển động của electron quanh hạt nhân là chuyển động tròn đều. Tỉ số giữa tốc độ của electron trên quỹ đạo K và tốc độ của electron trên quỹ đạo M bằng

- A. 9. B. 2. C. 3. D. 4.

Ví dụ 3: Hai tấm kim loại A, B hình tròn được đặt gần nhau, đối diện và cách điện nhau. A được nối với cực âm và B được nối với cực dương của một nguồn điện một chiều. Để làm bật các e từ mặt trong của tấm A, người ta chiếu chùm bức xạ đơn sắc công suất 4,9mW mà mỗi photon có năng lượng $9,8 \cdot 10^{-19} \text{ J}$ vào mặt trong của tấm A này. Biết rằng cứ 100 photon chiếu vào A thì có 1 e quang điện bị bật ra. Một số e này chuyển động đến B để tạo ra dòng điện qua nguồn có cường độ $1,6 \mu\text{A}$. Phần trăm e quang điện bức ra khỏi A không đến được B là

- A. 20% B. 30% C. 70% D. 80%

Giải:

$$\text{Số electron đến được B trong 1s là } I = n_e |e| \rightarrow n_e = \frac{I}{|e|} = 10^{13}$$

$$\text{Số photon chiếu vào A trong 1s là } P = n_f \epsilon \rightarrow n_f = \frac{P}{\epsilon} = \frac{4,9 \cdot 10^{-3}}{9,8 \cdot 10^{-19}} = 5 \cdot 10^{15}$$

$$\text{Cứ 100 photon chiếu vào A thì có 1 e bật ra, số e bật ra là } \frac{5 \cdot 10^{15}}{100} = 5 \cdot 10^{13}$$

Theo đề bài chỉ có 10^{13} electron đến được B nên phần trăm e quang điện bức ra khỏi A không đến được B là $\frac{5 \cdot 10^{13} - 10^{13}}{5 \cdot 10^{13}} = 0,8 = 80\%$

Ví dụ 4: Cho phản ứng hạt nhân: ${}^2_1\text{D} + {}^3_1\text{T} \longrightarrow {}^4_2\text{He} + {}^1_0\text{n}$.

Biết độ hụt khối khi tạo thành các hạt nhân ${}^2_1\text{D}$, ${}^3_1\text{T}$, ${}^4_2\text{He}$ lần lượt là:

$\Delta m_{\text{D}} = 0,0024\text{u}$; $\Delta m_{\text{T}} = 0,0087\text{u}$; $\Delta m_{\text{He}} = 0,0305\text{u}$. Cho $u = 931 \text{ MeV}/c^2$.

Năng lượng toả ra của phản ứng là

- A. 1,806 MeV. B. 18,06 MeV. C. 180,6 MeV. D. 18,06 eV.

Giải

Cách 1: Theo cách tính thông thường $\Delta E = [M_0 - M]c^2$

Ta có:

$$\begin{aligned} \Delta E &= [(m_{\text{D}} + m_{\text{T}}) - (m_{\text{He}} + m_{\text{n}})]c^2 \\ &= [(m_{\text{p}} + m_{\text{n}} - \Delta m_{\text{D}}) + (m_{\text{p}} + 2m_{\text{n}} - \Delta m_{\text{T}}) - (2m_{\text{p}} + 2m_{\text{n}} - \Delta m_{\text{He}}) - m_{\text{n}}]c^2 \\ &= [\Delta m_{\text{He}} - (\Delta m_{\text{D}} + \Delta m_{\text{T}})]c^2 \\ &= [0,0305 - (0,0024 + 0,0087)]uc^2 = 0,00194 \cdot 931 \text{ MeV} = 18,06 \text{ MeV} \end{aligned}$$

Cách 2: Sử dụng công thức suy rộng

$$\Delta E = \begin{cases} \bullet [(m_1 + m_2) - (m_3 + m_4)]c^2 \\ \bullet [(\Delta m_3 + \Delta m_4) - (\Delta m_1 + \Delta m_2)]c^2 \\ \bullet (W_{\text{lk}3} + W_{\text{lk}4}) - (W_{\text{lk}1} + W_{\text{lk}2}) \\ \bullet (A_3\varepsilon_3 + A_4\varepsilon_4) - (A_1\varepsilon_1 + A_2\varepsilon_2) \\ \bullet (K_3 + K_4) - (K_1 + K_2) \end{cases}$$

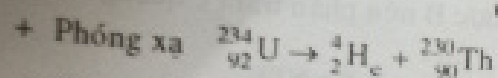
Với bài toán này ta sử dụng $\Delta E = [(\Delta m_3 + \Delta m_4) - (\Delta m_1 + \Delta m_2)]c^2$

$$\begin{aligned} \text{Nên } \Delta E &= [\Delta m_{\text{He}} - (\Delta m_{\text{D}} + \Delta m_{\text{T}})]c^2 \\ &= [0,0305 - (0,0024 + 0,0087)]uc^2 = 18,06 \text{ MeV} \end{aligned}$$

Ví dụ 5: Cho các năng lượng liên kết riêng của hạt α là 7,1 MeV, của U234 là 7,63 MeV, của Th230 là 7,7 MeV. Một hạt nhân urani U234 phóng xạ tia α tạo thành đồng vị thori Th230. Năng lượng toả ra là

- A. 8,98 MeV. B. 13,98 MeV. C. 17,7 MeV. D. 12,96 eV.

Giải



+ Theo cách tính thứ 4: $\Delta E = (A_3\varepsilon_3 + A_4\varepsilon_4) - (A_1\varepsilon_1 + A_2\varepsilon_2)$ áp dụng cho bài toán này ta có $\Delta E = (A_{\text{He}}\varepsilon_{\text{He}} + A_{\text{Th}}\varepsilon_{\text{Th}}) - (A_{\text{U}}\varepsilon_{\text{U}})$

Thay số: $\Delta E = (4.7,1 + 7,7.230) - 234.7,63 = 13,98 \text{ MeV}$

$\Rightarrow$ Chọn B.

Ví dụ 6: Cho phản ứng hạt nhân: $\text{D} + \text{D} \rightarrow {}_2^3\text{He} + {}_0^1\text{n}$. Cho biết độ hụt khối của D là 0,0024u và tổng năng lượng nghỉ của các hạt trước phản ứng nhiều hơn tổng năng lượng nghỉ của các hạt sau phản ứng là 3,25 MeV. Năng lượng liên kết của hạt nhân ${}_2^3\text{He}$ là

- A. 7,235 MeV. B. 6,482 MeV. C. 7,7188 MeV. D. 12,964 eV.

Giải

+ Theo đề ra ta có: $\left[(2m_{\text{D}}) - (m_{{}_2^3\text{He}} + m_{\text{n}}) \right] c^2 = 3,25 \text{ (*)}$

+ Ta biết rằng năng lượng của phản ứng hạt nhân ${}_{Z_1}^{A_1}\text{X}_1 + {}_{Z_2}^{A_2}\text{X}_2 \rightarrow {}_{Z_3}^{A_3}\text{X}_3 + {}_{Z_4}^{A_4}\text{X}_4$ có thể tính theo nhiều cách khác nhau:

$$\Delta E = \begin{cases} \bullet [(m_1 + m_2) - (m_3 + m_4)] c^2 \\ \bullet [(\Delta m_3 + \Delta m_4) - (\Delta m_1 + \Delta m_2)] c^2 \\ \bullet (W_{\text{lk}3} + W_{\text{lk}4}) - (W_{\text{lk}1} + W_{\text{lk}2}) \\ \bullet (A_3\varepsilon_3 + A_4\varepsilon_4) - (A_1\varepsilon_1 + A_2\varepsilon_2) \\ \bullet (K_3 + K_4) - (K_1 + K_2) \end{cases}$$

Với phản ứng $\text{D} + \text{D} \rightarrow {}_2^3\text{He} + {}_0^1\text{n}$. Theo cách tính thứ 3 thì (*) có thể

viết dưới dạng khác $\left(W_{\text{lk}{}_2^3\text{He}} + W_{\text{lk}{}_0^1\text{n}} \right) - (2W_{\text{lkD}}) = 3,25$

$\Rightarrow W_{\text{lk}{}_2^3\text{He}} = 3,25 + 2W_{\text{lkD}} - W_{\text{lk}{}_0^1\text{n}} \Rightarrow W_{\text{lk}{}_2^3\text{He}} = 3,25 + 2\Delta m_{\text{D}}c^2 - \Delta m_{\text{n}}c^2$

Thay số: $W_{\text{lk}({}_2^3\text{H})} = 3,25 + 2.0,0024.931 - 0 = 7,7188 \text{ MeV}$

$\Rightarrow$ Chọn C.

Ví dụ 7: Tổng hợp hạt nhân heli ${}^4_2\text{He}$ từ phản ứng hạt nhân ${}^1_1\text{H} + {}^7_3\text{Li} \rightarrow {}^4_2\text{He} + X$. Mỗi phản ứng trên tỏa năng lượng 17,3 MeV. Năng lượng tỏa ra khi tổng hợp được 0,5 mol heli là

- A. $1,3 \cdot 10^{24}$ MeV. B. $2,6 \cdot 10^{24}$ MeV.
C. $5,2 \cdot 10^{24}$ MeV. D. $2,4 \cdot 10^{24}$ MeV.

Giải:

+ Nếu dùng định luật bảo toàn số khối và bảo toàn điện tích thì thấy rằng hạt nhân X sinh ra trong phản ứng trên cũng là ${}^4_2\text{He}$, nói cách khác là cứ mỗi phản ứng sẽ tạo ra 2 hạt nhân ${}^4_2\text{He}$.

+ Theo đề ra, mỗi phản ứng tỏa một năng lượng 17,3 MeV nên tính cho một hạt heli sẽ tỏa ra năng lượng: $\frac{17,3 \text{ MeV}}{2} = 8,65 \text{ MeV}$

+ Khi tổng hợp thành 0,5 mol ${}^4_2\text{He}$ tức là tạo ra $0,5N_A$ hạt ${}^4_2\text{He}$ thì năng lượng tổng cộng là:

$$W = 0,5N_A \cdot 8,65 \text{ MeV} = 0,5 \cdot 6,02 \cdot 10^{23} \cdot 8,65 \text{ MeV} = 2,6 \cdot 10^{24} \text{ MeV}$$

Ví dụ 8: Hai vật dao động điều hòa dọc theo các trục song song với nhau.

Phương trình dao động của các vật lần lượt là $x_1 = A_1 \cos \omega t$ (cm) và $x_2 = A_2 \sin \omega t$ (cm). Biết $64x_1^2 + 36x_2^2 = 48^2$ (cm²). Tại thời điểm t, vật thứ nhất đi

qua vị trí có li độ $x_1 = 3$ cm với vận tốc $v_1 = -18$ cm/s. Khi đó vật thứ hai có tốc độ bằng

- A. $24\sqrt{3}$ cm/s. B. 24 cm/s. C. 8 cm/s. D. $8\sqrt{3}$ cm/s.

Giải

Theo đề ra: $64x_1^2 + 36x_2^2 = 48^2$ (cm²) (1)

+ Khi $x_1 = 3$ (cm) thì $36x_2^2 = 48^2 - 64 \cdot 3^2 = 1728$

$$\Rightarrow x_2 = \pm 4\sqrt{3} \text{ (cm)}$$

+ Lấy đạo hàm hai vế (1) theo thời gian t với $x'_1 = v_1$; $x'_2 = v_2$ ta được

$$128x_1 v_1 + 72x_2 v_2 = 0 \text{ (2)}$$

Thay các giá trị x_1, x_2, v_1 vào phương trình (2) ta được:

$$v_2 = -\frac{16x_1 v_1}{9x_2} = \pm 8\sqrt{3} \text{ (cm/s)}$$

Nên khi đó vật thứ hai có tốc độ bằng $8\sqrt{3}$ (cm/s)

$\Rightarrow$ Đáp án D

Ví dụ 9: Sóng ngang lan truyền dọc theo sợi dây đàn hồi căng ngang dọc theo trục Ox. Tốc độ truyền sóng bằng 1 m/s. Điểm M trên sợi dây ở thời điểm t dao động theo phương trình $u_M = \cos(100\pi t - \pi/6)$ cm. Hệ số góc của tiếp tuyến tại M ở thời điểm t = 0 xấp xỉ bằng

- A. 0,64. B. 1,57. C. 57,5. D. 1

Giải:

$$\text{Ta có: } \begin{cases} u_M = \cos\left(100\pi t - \frac{2\pi x}{\lambda}\right) = \cos(100\pi t - \pi x) \\ u_M = \cos\left(100\pi t - \frac{\pi}{6}\right) \end{cases} \Rightarrow x = \frac{1}{6} \text{ cm}$$

$$\tan \varphi = u'_M = \cos(100\pi t - \pi x) = \pi \sin(100\pi t - \pi x) \xrightarrow[t=0]{x=1/6} \tan \varphi = -1,57$$

Ví dụ 10: Một con lắc đơn có chiều dài 1m, đầu trên cố định, đầu dưới gắn với vật nặng nhỏ có khối lượng m. Điểm cố định cách mặt đất 3,5m. Ở thời điểm ban đầu đưa con lắc lệch khỏi vị trí cân bằng một góc $\alpha = 0,09$ rad rồi thả nhẹ, khi con lắc vừa qua VTCB thì sợi dây bị đứt. Bỏ qua mọi sức cản, lấy $g = \pi^2 = 10 \text{ m/s}^2$. Tốc độ của vật nặng ở thời điểm t = 0,55s có giá trị bằng

- A. 5,5 m/s B. 0,57m/s C. 0,28 m/s D. 1 m/s

Giải

$$\text{Chu kỳ dao động của con lắc đơn } T = 2\pi \sqrt{\frac{l}{g}} = 2 \text{ (s).}$$

Sau $\frac{T}{4} = 0,5\text{s}$ vật đến VTCB. Đúng vị trí này sợi dây bị đứt, nên vật tiếp tục chuyển động như một vật được ném ngang từ độ cao $h_0 = 1,5\text{m}$ với vận tốc ban đầu xác định theo biểu thức:

$$\frac{mv_0^2}{2} = mgl(1 - \cos\alpha) \approx mgl.2 \sin^2\left(\frac{\alpha}{2}\right) = mgl \frac{\alpha^2}{2}$$

$$\Rightarrow v_0 = \pi\alpha$$

Tại thời điểm 0,55s thì thời gian của chuyển động ném ngang kéo dài được 0,05s. Vận tốc của vật gồm 2 thành phần vuông góc $\begin{cases} v_x = v_0 \\ v_y = g.t \end{cases}$ nên ta có

$$v = \sqrt{v_x^2 + v_y^2} = \sqrt{(\pi\alpha)^2 + (g.t)^2} = 0,57 \text{ m/s}$$

Chúc thành công!

MỤC LỤC

I. Bài toán thời gian	3
II. Hướng dẫn sử dụng máy tính cầm tay Casio fx 570 – es	50
III. Phương pháp giải bài toán biến thiên lớn của chu kỳ và cách giải nhanh khi gặp biến thiên nhỏ	65
IV. Bài toán trùng phùng và dao động tắt dần	78
V. Phương pháp tìm đại lượng vật lí biết nó thuộc khoảng nào đó và phương pháp tìm số cực đại - cực tiểu	91
VI. Các phương pháp giải bài toán cực trị cơ bản	98
VII. Phương pháp đại số và phương pháp giản đồ vectơ	118
VIII. Phương pháp Khang Việt hay còn gọi là phương pháp đánh giá loại hàm số	162
IX. Phương pháp giải các bài toán hệ ghép	184
X. Phương pháp giải các bài toán thay đổi năng lượng, biên độ, ...	197
XI. Các phương pháp cơ bản để giải quyết bài toán giao thoa ánh sáng với một hoặc nhiều bức xạ	220
XII. Một số phương pháp tính cơ bản khác.....	241

CÔNG TY TNHH MTV
DỊCH VỤ VĂN HÓA KHANG VIỆT



Địa chỉ: 11 Đường Trần Hưng Đạo, P. Đa Kao, Q.1 - TP.HCM
Điện thoại: 091 135 107 - 091 135 108
Fax: 091 135 109
Email: khangviet@khangviet.vn
Website: www.khangviet.vn

Số lượng: 3.000 cuốn, khổ 16x24cm
Tài Công ty TNHH MTV Văn Hóa Thịnh Đức

Địa chỉ: 11 Khu Văn Các, P. Hiệp Bình Chánh, Q. Thủ Đức, TP.HCM
Số ĐKKD: 620-1303819-9-01/THCM ngày 13/03/2013

Quyết định xuất bản số: 152/QĐ-THCM-2013 do NXB Tổng hợp TP.HCM
Đã được Bộ Văn hóa - Thể thao và Du lịch cấp ngày 09/03/2013
In xong và nộp lưu chiểu tại năm 2013

**FAHASA**

Mời bạn tìm đọc bộ đề thi trắc nghiệm khách quan vật lí

Để chuẩn bị các phương pháp cũng như kỹ năng kỹ xảo, giúp ta vững vàng và tự tin bước vào phòng thi, các em hãy tham khảo thêm cuốn **LUYỆN ĐỀ TRƯỚC KỶ THI** với những đề thi hay, chất lượng do nhóm tác giả **Nguyễn Anh Vinh - Chu Văn Biên** đã tuyển chọn và giới thiệu.



CÔNG TY TNHH MỘT THÀNH VIÊN DVVH KHANG VIỆT

Nhà Sách **KHANG VIỆT**

Địa chỉ: 71 Đinh Tiên Hoàng - P.Đakao - Q.1 - Tp.HCM
Điện thoại: (08) 39115694 - 39105797 - 39111969 - 39111968
Fax: (08) 39110880

Email: khangvietbookstore@yahoo.com.vn
Web: www.nhasachkhangviet.vn

Giá: nhiều sách & cách cho nhiều

A716721116018

59.000

0.0
HSDM 1

GIÁ: 59.000